

МОДЕЛЮВАННЯ, СТРУКТУРНО-СИСТЕМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПРИНЦИПУ КОНСТРУКТИВІЗМУ В ГЕОМЕТРІЇ

Обґрунтовано ідею впровадження у вищих педагогічних навчальних закладах концепції структурно-системного навчання геометрії конструктивно-генетичним методом. Подано зведений перелік правил геометричного моделювання. Визначено канони поетапного розгорнення концептуальної моделі конструктивізму при поглибленому опануванні першопредмету. Дано означення дисципліни "Конструктивна евклідова геометрія", в якій передбачається розв'язування різного ступеня складності задач графічними та графоаналітичними методами.

Постановка проблеми. За умов дедуктивної побудови змісту першонауки, суб'єкту навчання надто важливо усвідомити систему геометричних понять, що вводяться, сенс суджень і умовиводів, які індукують одержання нових фактів, технології кваліфікованого застосування вже пізньої теорії до вирішення адекватних їй теоретичних і суто практичних (прикладних) пропозицій. *Майбутній учитель має зрозуміти, що геометрію не можна "вивчити", нею варто проїнятися, її потрібно логізувати та унаочнити і, таким чином, переосмислити розумом в уявленнях і діях.*

Як свідчить досвід, жоден інший прийом опанування евклідової геометрії, її форм і методів ефективного вирішення різнохарактерних і різнорівневих задач, крім **дієво конструктивного**, підвалинами якого є строго вмотивована, покрокова візуалізація уявлюваних операцій на шляху до результату, не є ефективним. *Ніщо в геометрії не вчить умінням* висувати гіпотези, аналізувати твердження, виокремлювати знання, потрібні в обґрунтуваннях, вибудовувати логічну схему міркувань і висновків, реалізовувати вже сконструйовані правила-орієнтири дій, **моделювати** геометричні ситуації так, як це можливо в межах конструктивного підходу.

Системну концептуальну модель, яка б інтерпретувала провідний задум, мету реального впровадження методів конструктивізму в евклідовій геометрії, ми вважаємо **необхідною умовою** втілення державного замовлення в **якісній професійній підготовці майбутніх учителів**.

Аналіз останніх досліджень. Реально діючий план **системного** оволодіння студентами основ дисципліни "Конструктивна евклідова геометрія", розроблений загалом та за його окремими розділами з урахуванням років здобуття вищої педагогічної освіти, вичерпна методична підтримка забезпечують **безперервність і наступність** навчання, сприяють розумовому розвитку, становленню культури і прийомів мислення, пізнавальних інтересів, формують уявлення про наочно-образні ідеї і методи першопредмету, висвітлюють його роль у пізнанні навколишнього світу, спричиняють свідоме і міцне оволодіння структурою елементарних геометричних знань, навичок і вмінь оперування знаннями **у сфері геометрії** загалом, придбання якісно нових творчо-розвивальних здібностей.

У чинних підручниках (посібниках) із геометрії подається матеріал з основ знань і способів діяльності відповідно до поставлених програмами цілей навчання. В них традиційно **питання конструктивізму не акцентуються**, не розкриваються технології візуальних побудовних методів графічного (графоаналітичного) вирішення геометричних пропозицій теоретичного і практичного (прикладного) спрямування. Таке ставлення до специфічного розділу математики навіть у процесі старанного учіння помітно збіднює особистість студента в розвитку, не дозволяє пізнати предмет різнобічно. Тому ми виокремлюємо найважливіші, основні ідеї реалізації конструктивізму в евклідовій геометрії, **розробляємо методичну систему і будуємо концептуальну модель**.

Метою дослідження є впровадження ідеї **конструктивізму у ВПНЗ**, що передбачає:

- зацікавити наукою "Геометрія", мотивувати усвідомлене сприйняття та ґрунтовне засвоєння її закономірностей і правил, продемонструвати вплив візуального діяльнісного учіння на розвиток розумових здібностей, формування професійних компетентностей і позитивних людських якостей;
- з'ясувати роль і місце в геометрії абстрактних об'єктів і відношень між ними, творчі можливості стародавніх засобів побудови – лінійки та циркуля;
- показати важливість простого, компактного і строгого подання (навчання) та урозуміння (учіння) підвалин геометричних побудов;
- відпрацювати в уявленнях, динаміці операцій, діючи узаконеними методами, тривкі вміння перетворень накреслених фігур чи їх елементів на площині та у просторі, навички фіксування місць розташування фігур-образів на проєкційному рисунку після таких перетворень;
- розвивати просторове та логічне мислення, інтуїцію, навчати конструюванню компактних (оптимальних за числом кроків) алгоритмічних схем доведення теорем і розв'язання задач методами аналізу та синтезу, вести науково правильне вербальне і символічно-описове оформлення алгоритмів обґрунтування гіпотез, системних умовиводів, уявлюваних і рисункових дій;

- прикладами вирішення геометричних пропозицій на обчислення, доведення та побудову конструктивними прийомами і засобами з'ясувати суть методу рисункового моделювання;
- використовувати уніфікований метод навчання виконання якісних побудов у стереометрії;
- розвинути навички і вміння ефективно застосовувати графічні та графоаналітичні способи розв'язування задач;
- демонструвати корисні прикладні аспекти конструктивізму;
- формувати усталені стереотипи мислення, винятково проєкційним рисунком знаходити всі можливі позиційні та метричні характеристики заданих геометричних об'єктів, виробити принципи і правила оцінки таких графічних дій;
- переконати суб'єктів навчання в доцільності вербального й змістового упорядкування методів побудови перерізів тіл площиною;
- строго обґрунтувати оптимізаційний (числом побудов) метод внутрішнього проєкціювання за напрямом бічних ребер (твірних) стереометричного тіла;
- прищеплювати розуміння, пропагувати знання інноваційних методів внутрішнього проєкціювання як методів розв'язування метричних задач стереометрії;
- на шляху інтенсивного використання конструктивних методів в геометрії формувати професійні якості вчителя як науковця-дослідника, налаштовувати студентів на оволодіння фахом як запорукою успіху у викладанні першопредмету.

Концептуальна модель структурної реалізації принципу конструктивізму в евклідовій геометрії – це теоретично оформлений і дієво, практично підкріплений, сформований у струнку систему комплекс розвивальних ідей, творчих канонів ефективного формування стереотипів просторового і логічного мислення, методів і правил, які в суто геометричному стилі візуально орієнтують на всебічне, глибоко змістове опанування основоположного курсу.

Виклад основного матеріалу. Розгорнення моделі у процесі поглибленого вивчення геометрії відбувається поетапно. Основними психолого-педагогічними і мотиваційними ланками моделі є: 1) запровадження конструктивного підходу в евклідовій геометрії орієнтовно на навчально-пізнавальний інтерес студентів і практицизм курсу; 2) ретельне планування, поблочне розгортання структурних схем окремих підсистем навчальної діяльності та дисципліни загалом; 3) розроблення теоретико-методичного забезпечення курсу; 4) напрацювання техніко-технологічних прийомів візуального оперування якісними проєкційними рисунками як засобом навчання; 5) удосконалення відомих і розроблення інноваційних методів зображень та методів вирішення позиційних і метричних пропозицій; 6) помірковане унаочнення всіх тем евклідової геометрії; 7) максимально допустима варіативність методів розв'язування геометричних задач; 8) якісний контроль діяльності студентів.

Позитивом повномасштабного впровадження розробленої моделі вважаємо **чітку алгоритмізацію і формальне алгебричне описання** всіх операцій, методів і схем концепції, а отже, **можливість використання** сучасних ІКТН. Окрім того, **обрану стратегію діяльнісного підходу** в активному оперуванні фактами геометрії, які в обчислювальних, графічних чи графоаналітичних реалізаціях різнохарактерних завдань доречно вилучаються з пам'яті студента і залучаються для включення в навчальний процес, вважаємо дослідницькою і **стержневою** в концептуальній моделі.

Дію моделювання в математиці визнано **методом наукового пізнання**, що має на увазі вивчення оригінального об'єкта (явища) через його замітника, який ізоморфно відповідає об'єкту. **Об'єктом геометрії є фігура**, а **моделлю** – її **зображення**, виконане строго за правилами. **Етапи** моделювання, притаманні математичному моделюванню як методу пізнання евклідової геометрії, такі: 1) **побудова чи конструювання моделі** (вибір методу зображень і напряму проєкціювання, якісне виконання рисунка); 2) **дослідження моделі** (аналіз умови задачі і рисунка до неї, покрокова алгоритмізація обчислювального, графічного чи графоаналітичного шляху розв'язання задачі); 3) **аналіз одержаних результатів і перенесення отриманих знань на оригінал** (обґрунтування результату, дослідження існування і числа розв'язків, можливих варіацій умови задачі і, щоразу, способів її розв'язання).

Ми пропонуємо розглядати ці етапи окремими необхідними компонентами складної уявлювано-розумової діяльності з **геометричного моделювання**, як її обов'язкові дії.

Розрізняють такі складові діяльності з моделювання [1]: 1) Попередній аналіз. 2) Переклад реальності або тексту, який описує реальність, на знаково-символьну мову. 3) Робота з моделлю. 4) Співвіднесення результатів, отриманих у межах математичної моделі, з реальністю.

Кожен із компонентів діяльності з моделювання змістовно індивідуальний, зі своїм власним переліком операцій і набором спеціальних засобів, які виступають предметом реалізації і засвоєння. Інтерпретовані нами до конструктивної геометрії перераховані щойно етапи діяльності у процесі моделювання можна деталізувати і представити наступним чином.

1. **Попередній аналіз:** осмислення умови задачі, попереднє безмовне, безрисункове "прочитання розумом" ситуації, виділення в уявленнях даних елементів фігури й тих, які потрібно знайти.

2. **Переклад реальності або тексту, який описує реальність, на знаково-символьну мову:** виконання "від руки" якісного зображення, символічний запис задачі; у стереометрії – схематичний рисунок розв'язання задачі (складових задач) у просторі.

3. *Робота з моделлю*: складання правила-орієнтиру дій, фактичне покрокове розв'язання задачі (естетично привабливий, відповідальний етап).

4. *Співвіднесення результатів, отриманих у межах математичної моделі, з реальністю*: етапи доведення і дослідження задачі, порівняльні оцінки точності обчислювальних і рисункових дій, відповідність отриманих даних дійсності.

У випадку із предметом "Геометрія" можлива ще й 5-та, не менш вартісна **психолого-педагогічна складова**, яка додає **емоціональний окрас** пропозиції і *процесу діяльності* суб'єкта навчання, ставить **морально значиму** крапку в роботі: **виготовлення реальної моделі**.

Важливим фактором процесу моделювання є навчання здійснювати такі операції: деталізація і розмежування кроків дії; вирізнення конкретних фактів і правил; опанування принципів перекладу дескриптивно поданого тексту на знако-символьну і зображувально-рисункову мову; здобуття навичок і вмінь здійснювати формально і на зображеннях геометричні перетворення; набуття техніки і відпрацювання технологій виконання графічних, графоаналітичних і обчислювальних операцій.

Природно, що метод моделювання в геометрії, який є складовим математичного моделювання, набуває своїх специфічних якостей, зберігаючи загальні. Однак очевидно, що геометрія має пряме, безпосереднє відношення до вивчення явищ і образів реального світу. Тому уявлення про суть методу, підведення суб'єктів навчання до оволодіння кожною складовою на етапах дії має стати чи не найбільш суттєвою проблемою навчання геометрії. Питання введення математичного моделювання в навчальний процес ВНЗ і ЗОНЗ назріло, про що висловлювалися багато дослідників і науковців.

Ефективність роботи під час моделювання залежить від урахування таких закономірностей [2].

1. *Математична модель об'єкта і оригінал суттєво відрізняються*. В геометрії оригінальний об'єкт – це або плоска фігура, яка належить (як правило) площині загального розташування, або об'єкт тривимірний; модель – завжди плоска фігура, що розташована на площині зображень.

2. *Під час переходу до моделі відбувається ідеалізація об'єкта*. Дійсно, просторових ліній, поверхонь і тіл, поданих зображеннями, насправді не існує, це переважно – їх ізоморфні, уявлювані, обов'язково плоскі образи (замінники).

3. *Ігнорування властивостями об'єкта, які виявляються неістотними для дослідження, що проводиться*. Геометрія приймає до уваги лише розташування, форму і розміри предметів, нехтуючи фізичними властивостями цих предметів і матеріалом, з якого вони виготовлені.

4. *Фундаментальна роль гіпотез при побудові моделей одного і того ж об'єкта*. В геометрії вміле висунення гіпотез, їх обґрунтування надважливі.

5. *Вимога адекватності властивостей об'єкта, який досліджується, і вимога простоти моделі*. На якісно виконаних зображеннях всі позиційні та метричні операції виконуються ніби в оригіналі – покроково і строго закономірно; за умови фахового розуміння суті питання – просто.

6. *Принципово наближений характер моделі*. Жодна побудовна реалізація геометричних пропозицій не виконується на ізоморфній моделі абсолютно точно, проте завжди є реальна можливість поліпшити точність і оцінити похибку рисункової дії (зокрема, на ПК).

Під **структурою математичного (геометричного) моделювання** потрібно розуміти не лише **систему прийомів діяльності, дій та операцій**, які наповнюють процес моделювання, але й **створення ефективних прийомів і засобів навчання** студентів (учнів) тому чи іншому **методу**.

Оскільки серед реальних об'єктів, які оточують нас, можна (через уявлення і асоціації) очевидячки спостерігати прояви різнопланових інцидентів, а практичні вимірювання довжини відрізка, градусної міри кута, встановлення форми (площі) плоскої фігури чи поверхні є невід'ємною характерною ознакою діяльності людини в побуті та на виробництві, то кожен позиційну і метричну задачу стосовно фігур і їх елементів, яка може бути розв'язана на зображенні, допустимо вважати **прикладною**. Отже, загалом, *конструктивну геометрію в задачах варто сприймати як невід'ємну складову (предтечу) прикладної геометрії*. Якраз із питанням здобуття студентами (учнями) вмінь і навичок розв'язувати прикладні задачі тісно переплітається питання геометричного моделювання.

Розумові та практичні дії, володіння якими важливе для ефективного навчання пошуку шляхів розв'язування формалізованих прикладних задач, виокремила Л. О. Соколенко. Цікаво, що їх перелік, із незначними корекціями на конструктивізм, стовідсотково адекватний процесу моделювання будь-якої геометричної пропозиції: 1) розчленування формулювання задачі на умови та вимоги; 2) виявлення в умові задачі об'єктів і їх характеристик; 3) співставлення умов із вимогами; 4) встановлення типу прикладної задачі; 5) виділення в умові задачі **геометричного** співвідношення, яке складає **геометричну** модель прикладної задачі; 6) вибір методу дослідження побудованої моделі; 7) створення на основі загальних правил чи положень алгоритму розв'язання *поданої зображенням* задачі; 8) розв'язування на *зображенні* задачі за створеним алгоритмом дій; 9) дотримання правил наближених обчислень (*замірянь і оцінювань*), а також використання обчислювальних (та **суто геометричних**) засобів у процесі розв'язування задачі; 10) переклад на змістовну **геометричну** мову прикладної задачі одержаних результатів розв'язування.

Зазначимо, в методиці **геометрії моделювання не виступає як самоціль, а є дійством природним, необхідною складовою навчання**. Проекційний рисунок – це **інтелектуальний**, але й **робочий засіб геометрії**, а студент (учень), працюючи з геометричним матеріалом, первісно, а потім уже за звичкою

моделює інтуїтивно, підсвідомо, незалежно від рівня його освіченості, адже модель-зображення відчутно допомагає вирішити завдання. Тому важливо знайти способи застосування прийомів і канонів моделювання для ефективного подання окремих теоретичних положень курсу, удосконалення методів, технологій розв'язування практичних (прикладних) задач і **посилити начала конструктивізму**.

У такій постановці питання важливо дотримуватися **структурно-системного підходу** до формування змісту та викладу учбового матеріалу на основі методу математичного моделювання. Вміле застосування такого підходу у процесі навчання евклідової геометрії у змозі забезпечити формування поглядів на першонауку як на інструмент пізнання навколишнього світу.

Висновки. Геометрія є **практичною (прикладною) наукою!** Космічна і авіаційна промисловість, кораблебудування і автомобілебудування, робототехніка, мікроелектроніка, візуалізовані комп'ютерні програми (графіка), архітектура, житлове та промислове будівництво..., жодна галузь життєвих інтересів людини нереальна без геометричного втручання. З іншого боку, слово "геометрія" (з грецького: *heos* – земля і *metron* – міра чи *metreo* – вимірюю) можна трактувати як "міра землі". Але слова "міра" і "пропорційність" – еквіваленти. Слово "гармонія" походить від грецького *harmonia* – зв'язок, пропорційність, що означає пропорційність частин, об'єднання різних компонентів в єдине ціле. Отже слова "міра" і "гармонія" є синонімами, а термін "геометрія" можна трактувати як **"гармонія на землі"**. У свою чергу, слово "модель" походить від латинського слова *modulus* – міра, зразок. Тобто **геометрію можна означити як "модель, прообраз навколишнього світу"**.

Повертаючись до предмету дослідження, приходимо до такого тлумачення **конструктивізму** в евклідовій геометрії: **"Конструктивна евклідова геометрія є розділом дисципліни "Геометрія", яка вирішує питання візуалізації об'єктів, понять і фактів першонауки, розв'язування графічними та графоаналітичними методами різнохарактерних позиційних і метричних пропозицій як на площині, так і у просторі"**. Це стимулює **зацікавленість** геометрією як наукою, сприяє **мотивації** учіння, **розвитку** просторового наочно-образного та логічного мислення, набуттю студентами (учнями) у процесі геометричного моделювання **глибоких знань, умінь і навичок** основоположного курсу, які будуть **використовуватися** ними в різних сферах життя і майбутньої професійної діяльності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

1. Салмина Н. Г. Виды и функции материализации в обучении / Н. Г. Салмина. – М. : Изд-во МГУ, 1981. – 134 с.
2. Соколенко Л. О. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільної алгебри і початків аналізу : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Л. О. Соколенко. – Київ, 1998. – 245 с.

REFERENCES (TRANSLATED & TRANSLITERATED)

1. Salmina N. G. Vidy i funktsii materializatsii v obuchenii [Types and Functions of Materialization in the Learning] / N. G. Salmina. – M. : Izd-vo MGU, 1981. – 134 s.
2. Sokolenko L. O. Metodyka realizatsii prykladnoi spriamovanosti shkil'noi algebry i pochatkiv analizu [The Methodology of the School Algebra and the Beginning of the Analysis Applied Direction Realization] : dys. ... kand. ped. nauk : 13.00.02 / L. O. Sokolenko. – Kyiv, 1998. – 245 s.

Матеріал надійшов до редакції 18.03. 2013 р.

Ленчук И. В. Моделирование, структурно-системная реализация принципа конструктивизма в геометрии.

Обосновывается идея внедрения в высших педагогических учебных заведениях концепции структурно-системного обучения геометрии конструктивно-генетическим методом. Подается сведенный список правил геометрического моделирования. Определены каноны поэтапного разворачивания концептуальной модели конструктивизма при углубленном овладении первопредмета. Дано определение дисциплины "Конструктивная евклидова геометрия", в которой предвидится решение разного уровня сложности задач графическими и графоаналитическими методами.

Lenchuk I. V. Modelling, Structural and Systematic Realization of the Constructivism Principle in Geometry.

The idea of introduction in the higher pedagogical educational establishments the conception of structural and systematical geometry teaching is grounded by the structurally-genetic method. The taken list of rules of geometrical design is given. The canons of the stage-by-stage opening out the conceptual model of constructivism are determined at the deep mastering of the first subject. The determination of the discipline "Structural Euclidean geometry" is given in which the decision of different level complication of tasks is foreseen by graphic and graphical analytical methods.