

Міністерство освіти і науки України  
Житомирський державний університет імені Івана Франка

**Я. Б. Сікора**

# **ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

**НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК  
ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.040302 „ІНФОРМАТИКА\*”**

Житомир – 2013

ББК 22.183.4р  
С35  
УДК 519.8(07)

*Затверджено Вченою радою Житомирського державного університету  
імені Івана Франка протокол № 2 від 27 вересня 2013 р.*

Рецензенти:

*доктор технічних наук, професор Л. В. Лось;  
кандидат педагогічних наук, доцент О. В. Струтинська.*

**Сікора Я. Б.**  
С35      Дослідження операцій. Навчально-методичний посібник для  
студентів напряму 6.040302 Інформатика\*. – Житомир: Вид-во  
ЖДУ ім. Івана Франка, 2012. – 78 с.

Посібник призначений для використання студентами під керівництвом викладача на лабораторних заняттях. Містить лабораторний практикум з дослідження операцій. Викладений матеріал відповідає діючій програмі з «Дослідження операцій» для спеціальності «Інформатика\*».

Посібник адресований студентам фізико-математичного факультету, учителям інформатики.

**УДК 519.8(07)  
ББК 22.183р**

## ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	4
Алгоритм виконання лабораторної роботи .....	6
<i>Модуль 1. Основні поняття та принципи математичних методів оптимізації .....</i>	<i>7</i>
<i>Модуль 2. Окремі класи задач математичного програмування .....</i>	<i>32</i>
<i>Модуль 3. Задачі масового обслуговування. Сітьове планування. Теорія ігор.....</i>	<i>42</i>
Вимоги до екзамену.....	68
Критерії оцінювання .....	72
Список рекомендованої літератури .....	76

## Пояснювальна записка

Нині жодний нетривіальний прогноз розвитку будь-якої реальної соціально-економічної системи без застосування математики вже не вважається науково обґрунтованим, жодна пропозиція щодо управління такою системою без всебічного попереднього математичного аналізу не сприймається (адже наслідки управління хоча б приблизно мають відповідати бажаним!). Акумуляований людством досвід свідчить, що саме математика є основою постановки й подальшого дослідження чітко окреслених проблем, систематизованим комплексом ефективних методів розв'язання прикладних задач і виконання кількісних розрахунків.

Обсяг засвоєння студентами змісту базових розділів методів оптимізації має бути достатнім для розуміння основних понять, що застосовуються при постановці й розв'язанні типових задач. Крім того, здобуті знання сприятимуть кращому сприйманню інших навчальних дисциплін теорії систем і системного аналізу, дослідження операцій, методів обчислень.

## Мета і завдання курсу

Основною **метою** викладання є ознайомлення студентів з основними моделями задач оптимального планування та особливостями їх застосування, загальними принципами побудови та можливостями розробленого інструментарію, який застосовують в усіх сучасних системах підтримки прийняття рішень. Оволодіння теорією дослідження операцій дасть змогу визначати найкращі рішення типових економічних задач, аналізувати альтернативні варіанти, обґрунтовано приймати управлінські рішення на різних економічних рівнях.

Основними **завданнями**, що мають бути вирішені у процесі викладання дисципліни, є надання студентам систематизованих знань з основних математичних методів розв'язування оптимізаційних задач та формування умінь:

- постановки та формалізації економіко-управлінських задач;
- розв'язувати транспортні задачі;
- здійснювати цілочисельне програмування, динамічне програмування;
- використовувати ПЕОМ і відповідне програмне забезпечення при проведенні оптимізаційних розрахунків та аналізі результатів цих розрахунків.

У результаті вивчення курсу студент повинен знати:

- математичні моделі операцій;
- означення аналітичних та статистичних моделей, моделей індивідуального та колективного вибору рішення, статичних та динамічних моделей;
- постановку транспортної задачі;
- властивості транспортної задачі;
- суть методів пошуку початкового базису;
- суть методу потенціалів розв'язування транспортної задачі;
- означення графа, вузла, дуги, шляху, контуру, ланцюга, циклу;
- методи вибору найкоротшого шляху;
- поняття потоку на мережі;
- математичну постановку задач цілочислового програмування;
- суть методу відтинань і методу розгалуженого пошуку для розв'язування задач цілочислового програмування;
- постановку задачі динамічного програмування;
- основні типи задач і моделей динамічного програмування;
- принцип оптимальності Беллмана;
- умови виникнення задачі сітьового планування;
- поняття комплексу робіт;
- чим відрізняються сітковий і часовий графіки комплексу робіт;

- основні поняття теорії ігор;
- поняття про чисті та змішані стратегії, сідлову точку;
- максимінну та мінімаксну стратегії.

У процесі вивчення курсу „Дослідження операцій” студент повинен вміти:

- будувати математичні моделі операцій;
- наводити приклади, які ілюструють відмінності прийняття рішень в умовах невизначеності та в умовах ризику;
- знаходити початковий базисний розв’язок транспортної задачі методом північно-західного кута та методом найменшого елемента;
- розв’язувати транспортну задачу методом потенціалів;
- формулювати класичну транспортну задачу, як задачу на мережі;
- формулювати задачі про максимальний потік та про найкоротший шлях;
- знаходити найкоротший шлях методом Мінті;
- застосовувати метод відтинань і метод розгалуженого пошуку для розв’язування задач цілочислового програмування;
- застосовувати принцип оптимальності Беллмана для розв’язування задач динамічного програмування;
- впорядковувати структурну таблицю комплексу робіт;
- будувати сітковий і часовий графіки комплексу робіт;
- визначати критичні роботи та критичний шлях;
- навести приклади ігрових задач в економіці та менеджменті;
- зводити матричну гру до задач лінійного програмування;
- записувати основну теорему теорії матричних ігор;
- розв’язувати матричну гру у змішаних стратегіях.

## Алгоритм виконання лабораторної роботи

1. Уважно прочитайте план лабораторного заняття, особливу увагу зверніть на пункт «Зміст звіту».
2. Користуючись літературою, зазначеною у плані лабораторного заняття, знайдіть потрібний теоретичний матеріал та перегляньте його.
3. Детально ознайомтеся з інструкцією до лабораторного заняття.
4. Якщо Ви виконували подібні завдання, перегляньте їх.
5. Виконуйте завдання лабораторного заняття, дотримуючись інструкції.
6. Результати виконаної роботи Ви маєте представити у вигляді звіту. Вимоги до оформлення звіту зазначені в інструктивно-методичних матеріалах.
7. Порівняйте, чи відповідає зміст Вашого звіту тим вимогам, які зазначені у плані лабораторного заняття пункт «Зміст звіту». Якщо Ваш звіт неповний, допрацюйте його.
8. Здайте звіт викладачу по завершенню лабораторного заняття (*для студентів денної форми навчання*).
9. Оформіть звіти, зазначені у пункті «Вимоги до екзамену», по порядку в окремому зошиті та здайте їх у термін, вказаний викладачем (*для студентів заочної форми навчання*).

**Пам'ятайте:** якщо Ви не змогли самостійно знайти відповіді на питання, поставте їх викладачеві на лабораторному занятті або на консультації. Ставити питання на МКР або екзамені вже запізно.

## ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ ЗА ЛАБОРАТОРНЕ ЗАНЯТТЯ

1. Результати виконаної роботи оформлюються в зошиті у вигляді письмового звіту.
2. Звіт за лабораторне заняття включає:
  - тему роботи;
  - вхідні дані варіанту завдання;
  - побудовану модель задачі зі вказаними одиницями вимірювання;
  - результати розв'язання завдання;
  - висновки за результатами розв'язання;
  - інші дані, які вимагає процедура виконання завдання.

## Зразок оформлення титульної сторінки звіту

<p style="text-align: center;"><b>ЗВІТ</b> за результатами лабораторного заняття №1 <i>Тема. Транспортна задача. Метод потенціалів. Використання бібліотечних програм і ППЗ для розв'язування транспортної задачі лінійного програмування заочної форми навчання фізико-математичного факультету САЄНКО СВІТЛАНИ ПЕТРІВНИ</i></p>
---

## МОДУЛЬ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ПРИНЦИПИ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ОПТИМІЗАЦІЇ

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

#### Транспортна задача. Метод потенціалів. Використання бібліотечних програм і ППЗ для розв'язування транспортної задачі лінійного програмування

**Мета:** ознайомитися з методами розв'язування транспортної задачі ЛП: алгоритмами побудови опорного плану, визначення оптимального плану методом потенціалів; набуття навичок їх розв'язування в Excel.

**Професійна спрямованість:** дана лабораторна робота є складовою частиною професійної підготовки фахівця з інформатики до роботи.

#### Теоретичні питання

1. Постановка транспортної задачі ЛП.
2. Метод потенціалів.
3. Незбалансовані транспортні задачі.

#### Хід виконання роботи

1. Згідно номеру свого варіанту оберіть умову задачі.
2. Побудуйте модель задачі, включаючи транспортну таблицю.
3. Знайти оптимальний розв'язок задачі в Excel.

#### Теоретичні відомості

##### Початкові дані транспортної задачі

Тарифи, грн./шт.	1-й магазин	2-й магазин	3-й магазин	Запаси, шт.
1-й склад	2	9	7	25
2-й склад	1	0	5	50
3-й склад	5	4	100	35
4-й склад	2	3	6	75
Потреби, шт.	45	90	20	

Цільова функція і обмеження даної задачі мають вигляд

$$L(X) = 2x_{11} + 9x_{12} + 7x_{13} + x_{21} + 5x_{23} + 5x_{31} + 4x_{32} + 100x_{33} + 2x_{41} + 3x_{42} + 6x_{43} \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 25, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 50, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 35, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} = 75, \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 45, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 90, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 50, \\ \forall x_{ij} \geq 0, \forall x_{ij} - \text{целые } (i = \overline{1,4}; j = \overline{1,3}). \end{cases}$$

Екранні форми, задання змінних, цільової функції, обмежень і граничних умов задачі і її розв'язання представлені на рис. 1.1, 1.2, 1.3 і в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

#### Формули екранної форми задачі

Об'єкт математичної моделі	Вираз в Excel
Змінні задачі	C3:E6

## КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

### КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ЗВІТУ ЗА ЛАБОРАТОРНЕ ЗАНЯТТЯ

<b>96-100 балів</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Правильно побудована модель задачі зі вказаними одиницями вимірювання.</li><li>• Правильно обрано й використано необхідні математичні формули.</li><li>• Обчислювальні або графічні задачі виконані правильно, хід розв'язання вірний.</li><li>• Результати обчислень правильні.</li><li>• Висновки аргументовані, є посилання на математичні поняття і формули, пояснено деякі економічні процеси, що відбуваються в діяльності окремого суб'єкта господарювання.</li><li>• Вільно відповідає на запитання, що потребують знання кількох тем; використовує відомості з додаткових джерел інформації.</li><li>• Звіт написаний стилістично та граматично правильно з використанням професійних термінів.</li><li>• Звіт оформлений відповідно до вимог.</li><li>• Звіт здано на лабораторному занятті.</li></ul>
<b>90-95 балів</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Правильно побудована модель задачі зі вказаними одиницями вимірювання.</li><li>• Правильно обрано й використано необхідні математичні формули.</li><li>• Обчислювальні або графічні задачі виконані правильно, хід розв'язання вірний.</li><li>• Результати обчислень правильні.</li><li>• Висновки аргументовані, є посилання на математичні поняття і формули, пояснено деякі економічні процеси, що відбуваються в діяльності окремого суб'єкта господарювання.</li><li>• Звіт написаний стилістично та граматично правильно з використанням професійних термінів.</li><li>• Звіт оформлений відповідно до вимог.</li><li>• Звіт здано на лабораторному занятті.</li></ul>
<b>85-89 балів</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Правильно побудована модель задачі зі вказаними одиницями вимірювання.</li><li>• Правильно обрано й використано необхідні математичні формули.</li><li>• Є помилки механічного характеру або помилки при обчисленні, правильний хід розв'язання.</li><li>• Результати обчислень неправильні.</li><li>• Висновки аргументовані, є посилання на правила, формули.</li><li>• Звіт написаний стилістично та граматично правильно з використанням професійних термінів.</li><li>• Звіт оформлений відповідно до вимог.</li><li>• Звіт здано на лабораторному занятті.</li></ul>



<b>74-84 бали</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Правильно побудована модель задачі зі вказаними одиницями вимірювання.</li> <li>Правильно обрано й використано необхідні математичні формули.</li> <li>Є помилки механічного характеру або помилки при обчисленні, правильний хід розв'язання.</li> <li>Результати обчислень неправильні.</li> <li>Висновки аргументовані, є посилання на правила, формули.</li> <li>Відповідь на контрольні запитання аргументована, із посиланням на математичні твердження і поняття; може з допомогою викладача відповідати на питання, що потребують знання кількох тем.</li> <li>У звіті є незначні стилістичні та граматичні помилки, використано професійні терміни.</li> <li>Звіт оформлений відповідно до вимог.</li> <li>Звіт здано на лабораторному занятті.</li> </ul>
<b>71-73 бали</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Правильно побудована модель задачі, хоча не вказані одиниці вимірювання.</li> <li>Правильно обрано й використано необхідні математичні формули.</li> <li>Результати обчислень правильні, в обґрунтуванні результату є помилки.</li> <li>Відповідаючи на контрольні запитання, студент свідомо відтворює тему лекції, ілюструючи її власними прикладами; розкриває суть математичних понять, формул, теорем, допускаючи у відповідях незначні неточності.</li> <li>У звіті є незначні стилістичні та граматичні помилки.</li> <li>Звіт оформлений відповідно до вимог.</li> <li>Звіт здано на лабораторному занятті.</li> </ul>
<b>60-70 балів</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Правильно побудована модель задачі, хоча не вказані одиниці вимірювання.</li> <li>Правильно обрано й використано необхідні математичні формули.</li> <li>Результати обчислень правильні, обґрунтування результатів відсутнє.</li> <li>Відповідаючи на контрольні запитання, студент дає правильне визначення окремих математичних означень, теорем; словесно описує оптимізаційні моделі, вказує на деякі їх властивості, частково відтворює текст підручника; у процесі відповіді допускає окремі видозміни навчальної інформації; ілюструє відповіді прикладами, що були наведені на консультації.</li> <li>У звіті є незначні стилістичні та граматичні помилки.</li> <li>Звіт оформлений відповідно до вимог.</li> <li>Звіт здано на лабораторному занятті.</li> </ul>
<b>0-59 балів</b>	Відповідь відсутня або неправильна, хід розв'язання неправильний

*Примітка.*

- Присутність студента на занятті під час виконання лабораторної роботи оцінюється в 1 бал.
- Виконана та вчасно захищена лабораторна робота оцінюється в 99 балів. За невчасно захищену лабораторну роботу знімається 20 балів перший раз, і 40 – другий. Загальна можлива набрана сума балів за лабораторну роботу – 100.
- Якщо при захисті роботи студент виявив добрі та відмінні теоретичні знання або результати самостійної роботи та зразково і творчо виконав практичну складову роботи, то робота може бути додатково оцінена в 5-15 балів.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### Базова

1. Егоршин А. А. Математическое программирование: [учеб. пособие] / А. А. Егоршин, Л. М. Малярец. – Х.: ИД «ИНЖЭК», 2003. – 240 с.
2. Ермольев Ю. М., Ляшко И. И., Михалевич В. С., Тюптя В. И. Математические методы исследования операций: учеб. пособие для вузов. — К., 1979.
3. Кулян В. Р. Математическое программирование с элементами информационных технологий / В. Р. Кулян, Е. А. Юнькова, А. Б. Жильцов. – К.: МАУП, 2000. – 124 с.
4. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій: [навч. посіб.] / В. Я. Кутковецький. – [2-ге видання, виправлене]. – К.: ВД «Професіонал», 2005. – 264 с.
5. Ляшенко И. Н., Карагодова Е. А., Черникова Н. В., Шор Н. З. Линейное и нелинейное программирование / Под ред. И. Н. Ляшенка. – К.: Вища школа, 1975. – 372 с.
6. [http://stud.zu.edu.ua/study/Metods\\_Optimization/Metods\\_Optimization\\_Theory.pdf](http://stud.zu.edu.ua/study/Metods_Optimization/Metods_Optimization_Theory.pdf)
7. [http://stud.zu.edu.ua/study/Metods\\_Optimization/Linear\\_Programming.pdf](http://stud.zu.edu.ua/study/Metods_Optimization/Linear_Programming.pdf)
8. [http://stud.zu.edu.ua/study/Metods\\_Optimization/Dynamic\\_Nonlinear\\_Programming.pdf](http://stud.zu.edu.ua/study/Metods_Optimization/Dynamic_Nonlinear_Programming.pdf)

### Допоміжна

9. Бугір М. К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі / М. К. Бугір. – К., 1998. – 272 с.
10. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: підручник / Ю. П. Зайченко. – К.: ВІПОЛ, 2000.
11. Исследование операций / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – Т. 1,2. – М.: Мир, 1981. – 712 с.
12. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике / П. В. Конюховский. – СПб.: Изд-во «Питер», 2000. – 208 с.
13. Плис А. И. МАТНСАД: математический практикум для экономистов и инженеров: [учеб. пособие] / А. И. Плис, Н. А. Сливина. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 656 с.
14. Таха Х. Введение в исследование операций / Х. Таха. – 6-е изд.; пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. – 912 с.