Житомирський державний університет імені Івана Франка
Студентське наукове товариство
фізико-математичного факультету

НАУКОВИЙ ПОШУК МОЛОДИХ ДОСЛІДНИКІВ

Випуск VII

Житомир

Видавництво ЖДУ ім. Івана Франка

2014

УДК 378.937
Н32

Рекомендовано вченою радою Житомирського державного університету імені Івана Франка, протокол № 8 від 28 березня 2014 року

РЕЦЕНЗЕНТИ: **Коваль В. О.**– доктор фізико-математичних наук, професор, Житомирський державний технологічний університет;

Антонова О. Є. – доктор педагогічних наук, професор, Житомирський державний університет імені Івана Франка.

Н32 Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів / за ред. О. М. Королюк. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2014. – Вип. 7. – 266 с.

У збірнику представлено результати науково-дослідницької роботи за актуальними напрямками фізико-математичних, психолого-педагогічних наук та інформаційних технологій магістрантів, студентів-дипломників, членів проблемних груп та наукових гуртків, здобувачів і

Королюк О. М.,

кандидат педагогічних наук,

доцент кафедри алгебри та геометрії

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ МЕТОДИКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ НА РУХ ПО КОЛУ

На сучасному етапі розбудови шкільної математичної освіти текстові (сюжетні) задачі є одним із найбільш ефективних методичних засобів, спрямованих формування в учнів загального підходу, загальних умінь розв'язування будь-яких задач, пізнання та більш глибоке оволодіння математичними поняттями, що вивчаються, і деякими загальнонауковими і загальножиттєвими поняттями. Вони допомагають розвивати мислення школярів, формувати вміння й навички практичного застосування математики. Розв'язування задач допомагає виховувати в учнях наполегливість у подоланні труднощів, відповідальність, уважність, охайність, послідовність.

Серед текстових задач особливе місце посідають «задачі на рух». Найбільш поширеними задачами цього типу є задачі на зустрічний рух і на рух в одному напрямі. Для успішного розв'язування таких задач потрібно враховувати:

1) *зустрічний рух*

- якщо два тіла рухаються назустріч одне одному з двох пунктів, то до зустрічі вони разом проходять усю відстань між цими пунктами;

- за одиницю часу рухомі тіла зближуються на відстань, що дорівнює сумі їх швидкостей: $V_1 + V_2$ (із розрахунку на таку ж одиницю часу);

- при одночасному виході тіл із двох пунктів час їх руху до моменту зустрічі однаковий для обох тіл; він визначається: $t = S/(V_1 + V_2)$;

2) *рух в одному напрямі*

- одне рухоме тіло може наздогнати друге лише тоді, коли його швидкість більша за швидкість тіла, яке рухається попереду.

- якщо два тіла, які знаходяться на певній відстані, рухаються в одному напрямі, то ця відстань з кожною годиною (хвилиною, секундою) зменшується і перетворюється на нуль, коли тіло з більшою швидкістю наздоганяє тіло, яке має меншу швидкість.

Зменшення відстані між тілами за одиницю часу дорівнює різниці швидкостей тіл: $V_1 – V_2$;

- якщо два тіла одночасно розпочинають рухатися з одного й того самого пункту в одному напрямі, то відстань між ними з кожною годиною (хвилиною, секундою) збільшується.

Збільшення відстані між рухомими тілами за одиницю часу дорівнює різниці їх швидкостей: $V_1 – V_2$;.

- одне тіло наздожене або випередить інше за час, який визначається відношенням, що вказує на те, скільки разів різниця між швидкостями цих тіл міститься у відстані, що їх розділяє.

Якщо $V_1 > V_2$, то перше тіло наздожене інше за час: $t = S/(V_1 – V_2)$.

Задачі *«на рух по колу»* вирізняють певні особливості. На жаль, часто за браком часу, а в деяких випадках навіть свідомо, учителі залишають поза увагою такі задачі. Адже досить часто учні не готові зрозуміти співвідношення між компонентами, які характеризують рух по замкненій траєкторії.

Під час розв'язування задач такого типу *потрібно враховувати*:

1) якщо два тіла рухаються по колу радіуса R із сталими швидкостями V_1 і V_2 у різних напрямах, то час між їх зустрічами обчислюється за формулою $t = 2\pi R/(V_1 + V_2)$;

2) якщо два тіла рухаються по колу радіуса R зі сталими швидкостями V_1 і V_2 ($V_1 > V_2$) в одному напрямі, то час між їх зустрічами визначається: $t = 2\pi R/(V_1 – V_2)$.

Підвести учнів до розуміння цих положень можна на основі спеціально підібраних вправ. Розглянемо деякі приклади задач на «рух по колу».

Задача 1. По колу, довжина якого дорівнює *100 м*, рухаються два тіла. Вони зустрічаються через кожні *20 с*, якщо рухаються в одному напрямі, і через кожні *4 с,* коли рухаються в протилежних напрямах. Визначити швидкість кожного тіла [3].

Розв'язання. Нехай швидкість тіл, відповідно, становить *x м/с* і *y м/с*.

Якщо тіла рухаються в одному напрямі, то вони віддаляються зі швидкістю *(x – y) м/с.* У випадку, коли тіла рухаються в протилежних напрямах, швидкість їх віддалення – *(x + y) м/с.* На момент зустрічі відстань, на яку віддалилися ці тіла, в обох випадках, повинна дорівнювати довжині кола, тобто *100 м*. Складаємо систему рівнянь: $\begin{cases} 20(x-y)=100, \\ 4(x+y)=100. \end{cases}$ Розв'язавши її, одержимо *x = 15 м/с, y = 10 м/с.*

Відповідь: 10 м/с, 15 м/с.

Задача 2. Два спортсмени бігають по одній замкненій доріжці стадіону. Швидкість кожного є постійною, проте перший може пробігти всю доріжку на *10 с* швидше, ніж другий. Якщо вони почнуть бігти зі спільного старту в одному напрямі, то ще раз зійдуться через *720 с*. Яку частину довжини всієї доріжки пробігає за секунду кожен із бігунів [4]?

Розв'язання. Особливістю цієї задачі є те, що в ній не вказано довжину доріжки стадіону, тобто відстані, яку пробігають спортсмени. У таких випадках прийнято цю *відстань позначати за одиницю*.

Нехай перший спортсмен може пробігти всю доріжку стадіону за *x с*, а другий – за *y с*. Оскільки перший може пробігти цю відстань на *10 с* швидше, то складаємо рівняння: *y – x = 10.*

Нехай довжина замкненої доріжки стадіону дорівнює 1. Швидкість першого бігуна $V_1 = \frac{1}{x}$, а швидкість другого $V_2 = \frac{1}{y}$. Спортсмени починають бігти зі спільного старту в одному напрямі, причому перший біжить швидше, а отже, він віддаляється. За одиницю часу відстань між спортсменами становитиме $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y})$. Оскільки бігуни ще раз зійдуться через *720 с*, то можна скласти наступне рівняння: $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y})\ 720 = 1$.

Одержуємо систему рівнянь: $\begin{cases} y - x = 10, \\ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot 720 = 1. \end{cases}$

Звідси *x = 80* с, *y = 90* с.

Отже, перший спортсмен за секунду пробігає *1/80* доріжки, а другий – *1/90* її частину.

Відповідь: 1/80; 1/90.

Задача 3. Два спортсмени бігають по одній кільцевій доріжці стадіону. Швидкість кожного є постійною, і на пробіг усієї доріжки перший витрачає на *5 с* менше, ніж другий. Якщо вони почнуть бігти одночасно і в одному напрямі, то опиняться поруч через *30 с*. Через який час зустрінуться спортсмени, якщо розпочнуть біг з одного місця одночасно в протилежних напрямах [1]?

Розв'язання. 1) Аналогічно до попередньої задачі, одержимо систему рівнянь: $\begin{cases} y - x = 5, \\ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot 30 = 1. \end{cases}$ Звідки $x = 10$ с, $y = 15$ с. Отже, швидкості спортсменів становлять: $V_1 = \frac{1}{10}$ і $V_2 = \frac{1}{15}$.

2) Якщо спортсмени починають бігти зі спільного старту в протилежних напрямках, швидкість, з якою вони віддаляються один від одного становитиме: $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$. Отже, спортсмени знову зустрінуться через: $1 : \frac{1}{6} = 6$ (с).

Відповідь: 6 с.

Задача 4. (*Задача Джемшида ібн-Масуда Ал-Каші* – видатного математика й астронома Самаркандської обсерваторії Улугбека, 1420-1430 рр.). Двоє одночасно пішли від однієї точки в протилежних напрямах берегом озера. Перший проходив щодня 10 миль. Другий пройшов за перший день 1 милю, а кожного наступного дня він проходив на одну милю більше, ніж попереднього. Коли двоє знову зустрілися, виявилося, що перший пройшов 1/6, а другий – 5/6 довжини берега. Скільки днів пройшло до зустрічі [2]?

Розв'язання. Позначимо довжину берега озера («замкнене коло») за y миль, тоді сумарна відстань, яку подолали ці двоє до зустрічі становитиме повну довжину кола.

Нехай до їх зустрічі минуло x днів, тоді перший за цей час подолав $10x$ миль. Отже, маємо рівняння: $10x = \frac{1}{6}y$.

Відстань, яку пройшов другий можна розрахувати, використовуючи формулу суми n перших членів арифметичної прогресії, де $n = x$, $a_1 = 1$, $d = 1$:

$$S_x = \frac{2 + 1 \cdot (x - 1)}{2} \cdot x = \frac{x^2 + x}{2}$$

Оскільки другий до зустрічі подолав 5/6 довжини берега, то можна скласти наступне рівняння: $\frac{x^2+x}{2} = \frac{5}{6}y$.

Розв'язавши систему рівнянь $\begin{cases} 10\,x = \frac{1}{6}\,y, \\ \frac{x^2+x}{2} = \frac{5}{6}y \end{cases}$, одержимо x = *99 (д.)*.

Відповідь: 99 днів.

Таким чином, формування вміння в учнів розв'язувати текстові задачі на рух вимагає від учителя розкриття тих особливих зв'язків між шуканими величинами і даними значеннями, які зумовлюють тип задачі. Розуміння цих залежностей передбачає аналіз певних життєвих ситуацій, пов'язаних із рухом тіл, розуміння суті загальних правил причинно-наслідкових зв'язків, які «заховані» в тексті задачі тощо.

Література

1. Гришина В.О. Алгебраїчні рівняння, нерівності та їх системи : навч. посіб. / В.О. Гришина, О.Б. Папковська, Л.М. Васіліу. – Одеса : Наука і техніка, 2008. – С. 150.
2. Захарійченко Ю.О. математика : зб. тест. завдань для підгот. до ЗНО / Ю.О. Захарійченко, О.В. Школьний. – К. : Генеза, 2008. – С. 80.
3. Ларичев П.А. Сборник задач по алгебре / П.А. Ларичев. – М. : Гос. уч.-пед. изд-во, 1958. – Ч. 1. – С. 191.
4. Сборник конкурсних задач по математике для поступающих во втузы :учеб. пособ. / под ред. М.И. Сканави. – 4-е изд. – М. : Высш. шк., 1980. – С. 331.