Житомирський державний університет імені Івана Франка
Студентське наукове товариство
фізико-математичного факультету

До 10-ї річниці створення кафедри прикладної математики та інформатики

НАУКОВИЙ ПОШУК МОЛОДИХ ДОСЛІДНИКІВ

Випуск VI

Житомир

Вид-во ЖДУ ім. І. Франка

2013

УДК 378.937
Н32

Рекомендовано вченою радою Житомирського державного університету імені Івана Франка, протокол № 8 від 29 березня 2013 року

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Лось Л. В. – заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, академік Інженерної академії України, професор кафедри математики та загальнотехнічних дисциплін Житомирського агроекологічного університету;

Антонова О. Є. – доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри педагогіки Житомирського державного університету імені Івана Франка.

Н32 Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів / за ред. О. М. Королюк – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2013. – Вип. 6. – 260 с.

У збірнику представлено результати дослідної роботи за актуальними напрямками психолого-педагогічних, фізико-математичних наук та інформаційних технологій магістрантів, студентів-дипломників, членів проблемних груп та наукових гуртків, здобувачів і викладачів

Чемерис О. А.,

кандидат педагогічних наук,

доцент кафедри математики

ТЕОРЕМА ПАСКАЛЯ У РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ З ПРОЕКТИВНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ГІПЕРБОЛУ І ПАРАБОЛУ

Самим істотним компонентом процесу розв'язання практичних задач з будь-якого розділу геометрії є застосування математичного моделювання, яке розглядають як засіб наукового дослідження та навчального пізнання, необхідний для утворення математичних абстракцій при введенні математичних понять та як метод розв'язування прикладних задач [1, с. 35].

Одним із базовими понять теми «Проективна відповідність форм другого ступеня» є категорія «ряд точок другого порядку (лінія другого порядку)», яку використовують для означення наступної геометричної фігури.

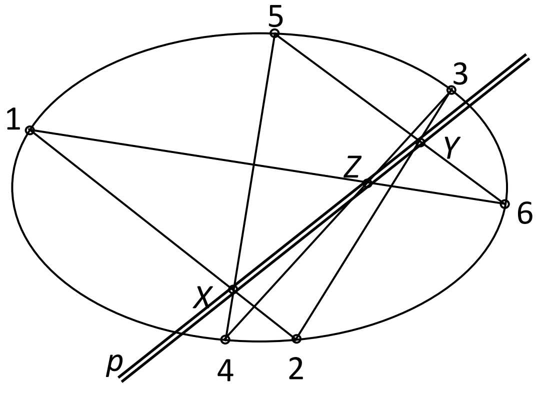


Рис. 1. Шестивершинник

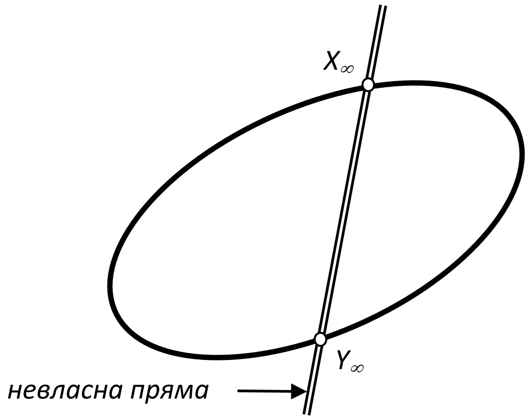
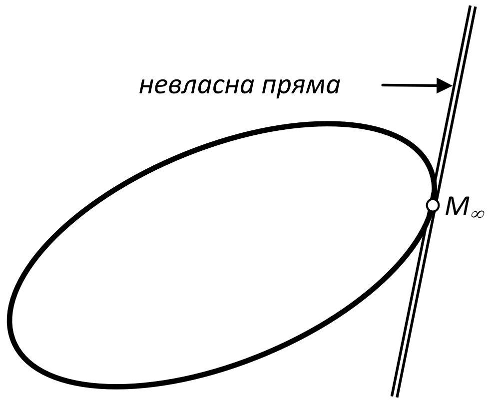
Фігура, яка складається із шести точок ряду другого порядку і шести відрізків, які послідовно з'єднують ці точки, називається *шестивершинником* (шестикутником), вписаним у лінію другого порядку (рис. 1).

Довільний шестивершинник, вписаний у лінію другого порядку, має властивість, сформульовану Б. Паскалем, що точки перетину пар протилежних сторін лежать на одній прямій (прямій Паскаля) (див. рис. 1). Тому якщо вершини шестикутника (точки) занумерувати від 1 до 6, то матимемо таку *модель-схему для розв'язування задач на теорему Паскаля:*

$$\left.\begin{aligned}(1,2)\cap(4,5)&=X\\(2,3)\cap(5,6)&=Y\\(3,4)\cap(6,1)&=Z\end{aligned}\right\}\text{ – пряма Паскаля } p.$$

Теорема Паскаля залишається правильною і в тих випадках, коли шестивершинник, вписаний в лінію другого порядку, вироджується в п'яти-, чотири-, тривершинник при суміщенні двох і більше вершин або коли лінія другого порядку розпадається на дві лінії першого порядку. Якщо дві вершини зближаються і в граничному випадку збігаються, то сторона, якій належали ці дві точки, стає дотичною до ряду другого порядку в цій точці.

Утворення ліній другого порядку (гіперболи, параболи) з проективної точки зору можна пояснити на прикладі перетину невласної прямої з еліпсом (це буде модель, яку ми на афінній площині подаємо як перетин еліпса і власної прямої) (рис. 2, 3).

Вважатимемо *гіперболічним* ряд другого порядку, якщо дві його довільні точки розміщені на невласній прямій	 *Рис. 2. Модель гіперболи*
Вважатимемо *параболічним* ряд другого порядку, якщо одна його довільна точка розміщені на невласній прямій	 *Рис. 3. Модель параболи*

Наведемо приклади задач із поданим вище типом моделювання.

Задача 1. Дано дві власні точки *A і B* і невлану точку C_∞ параболи. Через точку *A* проведено дотичну t_A до параболи і відмінну від неї пряму *a*. Побудувати другу точку прямої *a* з параболою.

Розв'язання.

Опишемо розв'язання даної задачі на моделі. Парабола – це крива II-го порядку, яка дотикається до невласної прямої (рис. 3). Занумеруємо задані точки та застосуємо схему за теоремою Паскаля (рис. 4).

Згідно даних в умові маємо: $A \equiv 6 \equiv 1$, $t_A \equiv (6,1)$, $C_\infty \equiv (2 \equiv 3)_\infty$, $a \equiv (5,6)$, $B \equiv 4$. Шуканою буде точка 5.

Використовуємо схему: $(2_\infty, 3_\infty) \cap (5,6) = Y_\infty$, $(6,1) \cap (3_\infty, 4) = Z$. $Y_\infty Z \equiv p$ – пряма Паскаля. Тому $(1, 2_\infty) \cap p = X$, а $(X, 4) \cap (5,6) \equiv 5$ – шукана точка.

Виконаємо тепер побудову в проективній площині (згідно описаної послідовності дій) (рис. 5).

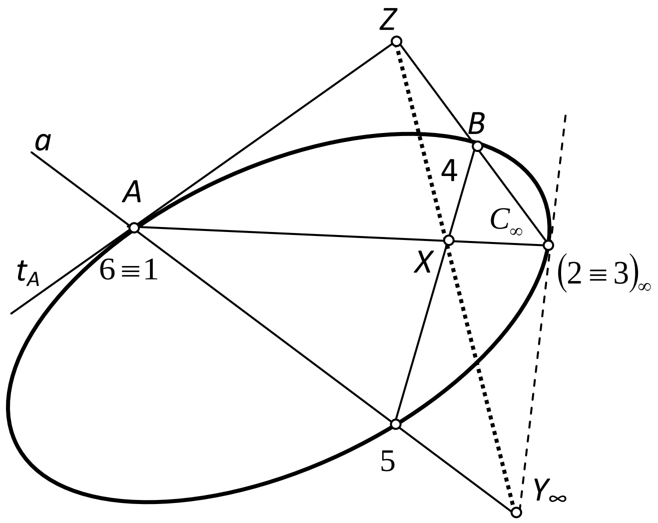


Рис. 4. Розв'язання задачі 1 на моделі

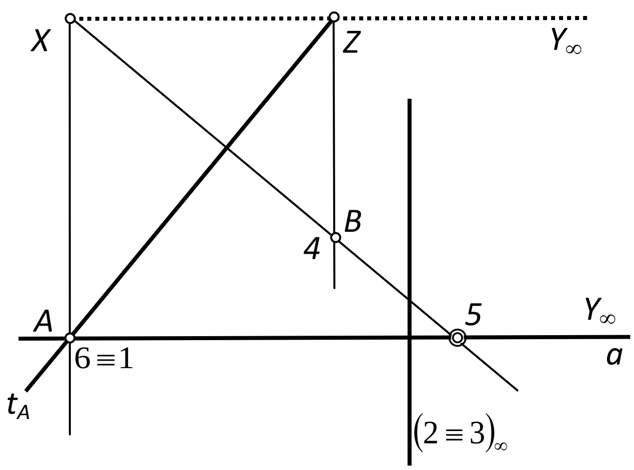


Рис. 5. Розв'язання задачі 1 на проективній площині

Задача 2. Дано чотири точки гіперболи, з них дві власні – *A, B* та дві невласні – C_∞, D_∞ і дотичну в точці *A*. Провести дотичну в точці *B*.

Розв'язання.

Опишемо розв'язання даної задачі на моделі. Гіпербола – це крива другого порядку з двома невласними точками (рис. 2). Занумеруємо задані точки та застосуємо схему теореми Паскаля (рис. 6).

Згідно даних в умові маємо: $A \equiv 1 \equiv 2$, $t_A \equiv (1,2)$, $C_\infty \equiv 3_\infty$, $D_\infty \equiv 6_\infty$, $B \equiv 4 \equiv 5$. Шуканою буде дотична $t_B \equiv (4,5)$. Використовуємо схему: $(2,3_\infty) \cap (5,6_\infty) = Y$, $(6_\infty,1) \cap (3_\infty,4) = Z$. $YZ \equiv p$ – пряма Паскаля. Тому $(1,2) \cap p = X$, а $(X,4 \equiv 5) \equiv (4,5) \equiv t_B$.

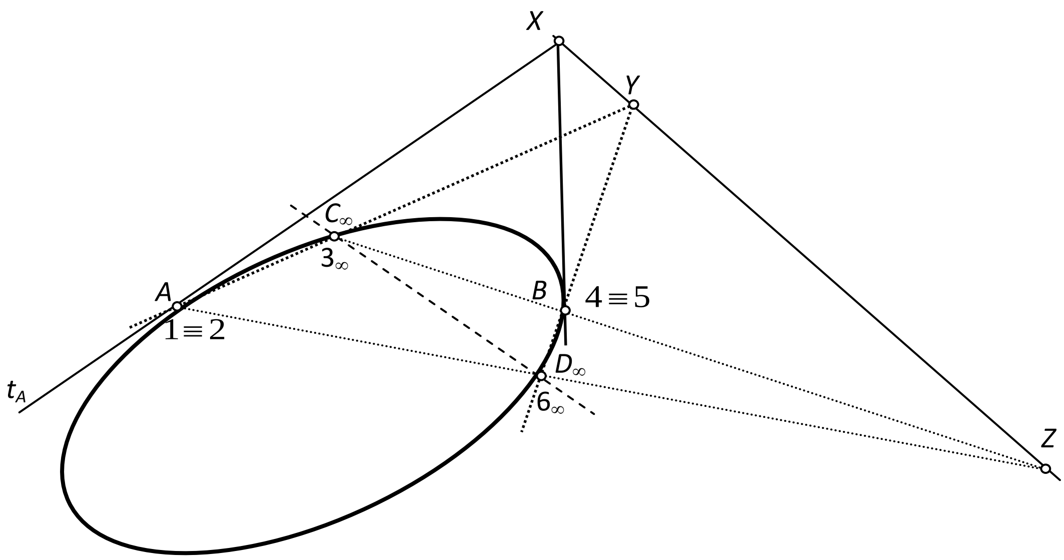


Рис. 6. Розв'язання задачі 2 на моделі

Виконаємо тепер побудову в проективній площині (згідно описаної послідовності дій) (рис. 7).

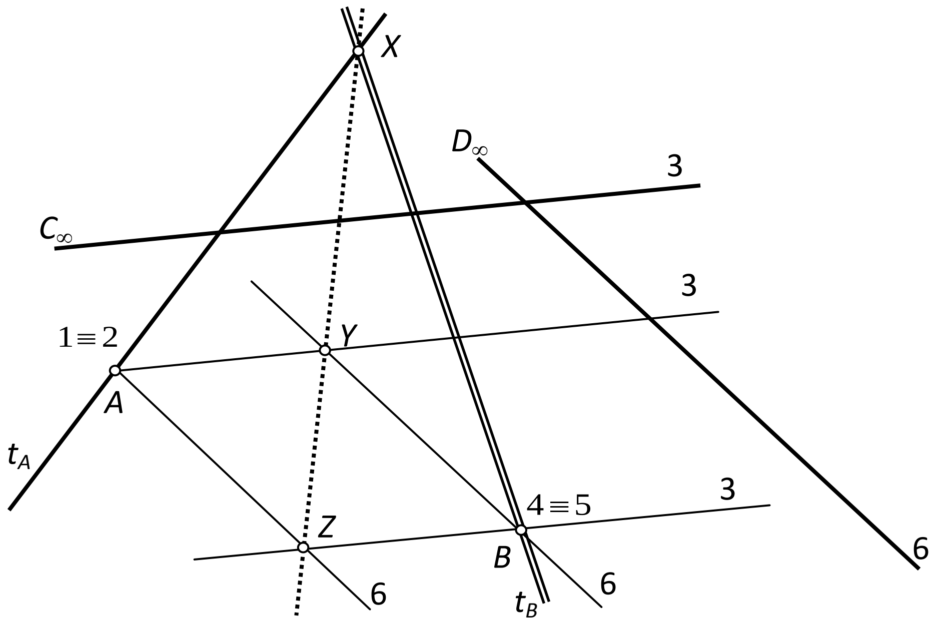


Рис. 7. Розв'язання задачі 2 на проективній площині

Використання математичних моделей при викладенні фундаментальних дисциплін значно полегшує сприймання матеріалу і дозволяє розв'язувати практичні задачі, які є основою формування у майбутніх фахівців умінь математичного моделювання.

Література

1. Панченко Л.Л. Деякі психологічні особливості формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VII: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 34-41.
2. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії : навч. посібн. / Боровик В.Н., Яковець В.П. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с.