

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Житомирський державний університет імені Івана Франка

Фізико-математичний факультет

кафедра методики навчання математики, фізики та інформатики

Освітньо-кваліфікаційний рівень «Магістр»

МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

Аналітичні та графічні прийоми розв'язування задач з параметрами

Виконала: студентка магістратури,
спеціальності: 8.04020101

Математика*

денного відділення

Заріцька Яся Василівна

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук,

доцент кафедри методики навчання
математики, фізики та інформатики

Прус Алла Володимирівна

Житомир 2014

ЗМІСТ	
ВСТУП	3
РОЗДІЛ I. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ ..	8
1.1 Зміст поняття задачі з параметрами	8
1.2 Систематизація задач з параметрами	12
1.3 Евристичні схеми розв'язування задач з параметрами	34
1.4 Методи розв'язування задач з параметрами	39
1.5 Місце задач з параметрами серед завдань діючих підручників та завдань ДПА.....	56
1.6 Дослідження вміння учнів старшої школи розв'язувати задачі з параметрами	62
ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ	75
РОЗДІЛ II. ЗАСТОСУВАННЯ АНАЛІТИЧНОГО ТА ГРАФІЧНОГО ПРИЙОМІВ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ СТАРШОЇ ШКОЛИ.....	77
2.1 Використання властивостей коренів рівняння 3-го та 4-го степенів у процесі розв'язування задач з параметрами.....	77
2.2 Розв'язування ірраціональних рівнянь та їх систем	80
2.3 Розв'язування ірраціональних нерівностей та їх систем	87
2.4 Розв'язування показникових рівнянь та їх систем.....	94
2.5 Розв'язування показникових нерівностей та їх систем	97
2.6 Розв'язування логарифмічних рівнянь та їх систем	98
2.7 Розв'язування логарифмічних нерівностей та їх систем.....	111
2.8 Розв'язування тригонометричних рівнянь та їх систем	114
2.9 Розв'язування тригонометричних нерівностей та їх систем	144
2.10 Розв'язування комбінованих завдань з параметрами	146
ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ	182
ВИСНОВКИ.....	184
ДОДАТКИ.....	187
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	195

ВСТУП

Актуальність дослідження. Необхідність у реформуванні системи освіти пов'язана зі змінами, які сталися й відбуваються в нашому суспільстві зараз, у всіх галузях життя. Змінюється все, і навіть характер праці, у якій велика частина припадає на розумову складову: змінюється економічна діяльність, її технічна база й організаційні форми, її структура, умови й вимоги, які вона висуває до рівня знань і кваліфікації людини. Виникають і розвиваються нові види і типи діяльності. Ці зміни вимагають професійної та соціальної мобільності, безперервної освіти і професійного вдосконалення. Сучасне суспільство потребує фахівців високого рівня, всебічно підготовлених, з високорозвиненим інтелектом, творчими здібностями. Основа таких якостей закладається в загальноосвітній школі. Підготовка молоді до творчої праці неможлива без впровадження в навчальний процес сучасної школи навчально-дослідницької праці як важливого засобу формування в учнів стійкого інтересу й готовності до творчої діяльності. Сформовані на ранніх етапах навчання пізнавальний інтерес, творчі здібності, дослідницькі вміння є міцним фундаментом формування майбутніх кваліфікованих фахівців.

Виконаний нами аналіз психолого-педагогічної і методичної літератури свідчить про те, що різні аспекти навчальної дослідницької діяльності цікавили багатьох науковців. Останнім часом цим питанням були присвячені роботи В. І. Андреева, Н. Д. Волкової, Ю. М. Галатюка, Є. Є. Жумаєва, І. А. Кравцової, Л. С. Левченко, О. С. Максимова, С. Г. Мустафаєва, Т. О. Олійник, Т. Б. Раджабова, Г. В. Токмазова, А. В. Усової, В. П. Ушачова та ін. Незважаючи на те, що в їх роботах були розглянуті питання створення дидактичних умов формування в учнів інтересу до навчально-дослідницької діяльності, організації дослідницького підходу в навчанні, організації формування дослідницьких умінь у процесі розв'язування математичних задач, організації навчальної дослідницької діяльності на основі НІТН (системний метод навчання на

базі ЕОМ), на наш погляд, потребують уточнення: структура дослідницької діяльності щодо процесу навчання математики та обґрунтування її дидактичної суті; структура учбових дослідницьких умінь школярів у процесі вивчення математики. Не до кінця розглянуто зміст математичного матеріалу, на основі якого доцільно формувати такі вміння.

Разом з тим, констатуючий експеримент також свідчить про існування проблеми формування дослідницьких умінь школярів у процесі навчання математики. Метою загальноосвітньої школи є всебічний розвиток індивідуальності дитини на основі виявлення її нахилів і здібностей, формування інтересів і потреб, формування вміння й бажання вчитися, вміння практичного творчого використання своїх знань. Орієнтація освіти на особистісний розвиток, варіативність школи вимагає переусвідомлення всіх чинників, в тому числі змісту, методів, форм і засобів навчання, від яких залежить якість навчально-виховного процесу. Реалізацію цієї мети ми бачимо у збагаченні шкільного курсу математики таким навчальним матеріалом, який міг би забезпечити учню можливість активно залучатися до дослідницької діяльності, у процесі якої в нього відбувалося б формування дослідницьких умінь. На наш погляд, таким матеріалом можуть стати системи задач із параметрами.

Під задачами з параметрами ми розуміємо задачі, в яких умова, хід розв'язку і форма результату залежать від величин, чисельні значення яких не задані конкретно, але повинні вважатися відомими. До задач із параметрами ми також відносимо задачі, в яких параметри присутні або формально, або вводяться з тих чи інших міркувань. Під час розв'язування кожної такої задачі в учня (усвідомлено для нього чи ні) формуються учбові дослідницькі вміння, відповідні всім або деяким етапам учбової дослідницької діяльності.

Залучення до навчального процесу задач із параметрами дозволяє природно й педагогічно доцільно імітувати повний процес прикладного математичного дослідження або окремих його етапів, що сприяє розвитку в

учнів глибокого стійкого інтересу до дослідження. Зазначимо, що в процесі розв'язування задач із параметрами учні знайомляться з великою кількістю евристичних прийомів загального і спеціального характеру.

У методичній літературі зустрічається ряд робіт, пов'язаних із задачами з параметрами, автори яких М. І. Башмаков, В. В. Вавілов, В. І. Голубєв, О. М. Гольдман, Г. В. Дорофєєв, М. Я. Ігнатенко, К. С. Кочарова, О. А. Корміхін, В. М. Лейфура, В. К. Марков, С. І. Мещерякова, А. Г. Мордкович, С. І. Новосєлов, Г. Ф. Олійник, Н. О. Тарасєнкова, С. А. Тинянкін, І. І. Чучаєв, І. Ф. Шаригін, С. А. Ястребинецький та ін. У цих роботах розглянутий широкий клас задач з параметрами та різні методи їх розв'язування, однак, недостатньо розроблені й висвітлені такі аспекти: задачі з параметрами як моделі реальних процесів (систем); реалізація міжпредметних зв'язків при розв'язуванні задач із параметрами; розв'язування задач з параметрами як засіб узагальнення; евристичні й дослідницькі прийоми, які використовуються при розв'язуванні задач із параметрами; діалектика розгляду задач з параметрами (протиріччя, які виникають при розгляді будованої задачі, модифікація задачі як спосіб вирішення суперечності); задачі з параметрами в стохастичі.

У навчально-методичній літературі не було відведено належної уваги класифікації задач із параметрами. Ми пропонуємо класифікацію за декількома підставами, що відображає прикладну й математичну цінність цих задач, їх розвиваючий потенціал, можливість формування й розвитку дослідницьких умінь школярів.

Дослідження, проведене в 10-11 класах Житомирського обласного педагогічного ліцею та 10 класах ліцею №25 імені М. О. Щорса показало, що задачам з параметрами, навіть у класах із поглибленим теоретичним і практичним вивченням математики, не надається належної уваги. Причина цього – відсутність у пояснювальних записках до програм з математики орієнтації на актуальність і важливість використання задач із параметрами

(незважаючи на те, що теми, пов'язані з розв'язуванням цих задач, представлені, хоч і нешироко, в програмах шкіл, ліцеїв і гімназій фізико-математичного профілю з дворічним і чотирирічним терміном поглибленого вивчення математики). А також недостатній розгляд питань, пов'язаних з моделюванням прикладних процесів або елементів моделювання, питань узагальнення математичних пропозицій і задач у процесі навчання математики, відсутність відповідних задач та їх систем у сучасних підручниках, задачниках, недостатня кількість, а іноді і якість, дидактичних розробок, що корелюють зі шкільним рівнем. Для багатьох учителів розв'язування задач із параметрами асоціюється тільки з необхідністю підготовки до вступу до вузу.

Роль розв'язування задач із параметрами та їх місце в змісті шкільної математичної освіти підлягає аналізу з урахуванням реалізації диференційованого та особистісно-орієнтованого підходу в навчанні. Таким чином, проблема пов'язана з розв'язуванням задач з параметрами є актуальною з точки зору розвитку творчої особистості школярів в умовах впровадження нової парадигми освіти.

Врахування важливості та актуальності проблеми, її недостатньої розробленості і потреб шкільної практики обумовило вибір теми дослідження **“Аналітичні та графічні прийоми розв'язування задач з параметрами”**.

Об'єкт дослідження: задачі з параметрами.

Предмет дослідження: прийоми розв'язування задач з параметрами.

Мета дослідження: обґрунтувати доцільність використання евристичних схем алгебраїчних та геометричних прийомів розв'язування задач з параметрами та застосувати їх.

Відповідно до мети дослідження нами були поставлені такі **завдання:**

1) проаналізувати науково-методичну, психолого-педагогічну літературу з проблеми дослідження;

- 2) провести систематизацію задач із параметрами;
- 3) проаналізувати аналітичні та графічні прийоми розв'язування задач з параметрами;
- 4) визначити місце задач із параметрами у навчальному процесі;
- 5) дослідити вміння учнів розв'язувати задачі з параметрами.

структура на її параметри. Це означає, що при розв'язуванні задачі з параметрами слід врахувати всі можливі випадки, які можуть виникнути при розв'язуванні задачі з параметрами. Це дослідження дозволяє визначити місце задач з параметрами в системі задач з параметрами – це задача з параметрами, яка розв'язується з використанням параметра [11].

Аналіз науково-методичної літератури показав, що автори здебільшого вивчають параметри. Зокрема кілька опублікованих статей у різних журналах і збірниках наукових праць.

Таблиця 1.1

№ п/п	Ознайомлення	Джерело
1.	Параметри визначаються певними значеннями параметра, які можуть бути як дійсними, так і комплексними, або комплексними, або дійсними, або комплексними, або дійсними, або комплексними.	
2.	Параметри визначаються певними значеннями параметра, які можуть бути як дійсними, так і комплексними, або дійсними, або комплексними, або дійсними, або комплексними.	[23, с. 84]
3.	Параметри – значення, які вносять у систему рівнянь і виразів певні елементи задачі з параметрами, які можуть бути як дійсними, так і комплексними, або дійсними, або комплексними, або дійсними, або комплексними.	«Трикутний» систематизаційний курс математики (20)

ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ

Основне завдання вивчення математики в загальноосвітній школі – забезпечити міцне і свідоме опанування учнями системи математичних знань і вмінь, що є необхідним для продовження освіти та майбутньої трудової діяльності.

Сучасні тенденції в розвитку освіти зумовлюють пошук нових форм і методів організації навчального процесу. Особистісний підхід до навчання, зокрема, реалізується за допомогою спеціальних курсів за вибором (наприклад, курс «Задачі з параметрами»). Крім того, задачі з параметрами є одним із найпотужніших засобів узагальнення і систематизації знань учнів, формування в них гнучкості, критичності мислення, розвитку дивергентних здібностей. У процесі розв'язування таких задач збагачується математична культура учня, підвищуються його логічні і технічні можливості, формуються навички дослідницької діяльності. Розв'язування задач із параметрами відкриває перед учнями значну кількість евристичних прийомів, необхідних для математичного розвитку особистості.

Незважаючи на це, програма з математики загальноосвітньої школи не передбачає формування в учнів умінь розв'язувати задачі з параметрами, а реалії сьогодення диктують необхідність ознайомити учнів із задачами з параметрами та методами їх розв'язування. Задачі такого типу учням доводиться розв'язувати на математичних олімпіадах, конкурсах, зовнішньому незалежному оцінюванні з математики.

Під час розв'язування задач з параметрами потрібно пам'ятати наступне:

- 1) хід розв'язування та розв'язок задачі залежить від значення параметра;
- 2) при розв'язуванні нерівностей з параметрами хід розв'язування може залежати від взаємного розміщення коренів відповідного рівняння;

3) графічний метод (тобто аналіз задачі за допомогою зображення графіків відповідних функцій на площині xOy при різних значеннях параметра чи аналіз задачі за допомогою її зображення на площині xOa , де a – параметр) дає змогу полегшити аналітичні викладки.

Кожна задача з параметром не схожа на попередню і вимагає іншого підходу, а глибока, багата ідеями і методами – змістовно-методична лінія задач з параметрами дозволить розвинути активну творчу діяльність учнів, їх математичне мислення, підготує їх до розв'язування дійсно творчих задач.

ВИСНОВКИ

Розв'язування математичних задач навчає відокремлювати посилки та висновки, дані та шукане, знаходити загальне, і особливо у даних, зіставляти та протиставляти факти. При розв'язуванні математичних задач, як вказував А. Я. Хінчин, виховується правильне мислення, і перш за все вдосконалюються вміння повноцінної аргументації. При розв'язуванні математичних задач в учнів формується особливий тип мислення: виконання формально логічної схеми міркувань, лаконічний вираз думок, чітка розчленованість ходу мислення, точність символіки [23], а збагачення шкільного курсу математики системами задач із параметрами, що забезпечують учню можливість активно залучатися до дослідницької діяльності, дозволить ще краще формувати дослідницькі вміння і розвивати математичне мислення. Тим більше, у багатьох шкільних підручниках зустрічається прийом, коли треба розв'язати задачу, маючи різні конкретні числові значення даних величин, а потім – маючи буквені значення. Ми вважаємо, що потрібно надати учням можливість самостійно формулювати задачу для загального випадку, при цьому звернути увагу на те, що, використовуючи багатоступінчасті узагальнення, з однієї задачі можна отримати декілька узагальнених. Вводячи параметри замість яких-небудь числових даних, учень стає на позицію дослідника. Йому необхідно проаналізувати всі можливі розв'язки даної задачі, можливі значення параметрів. Є випадки, коли введення параметрів дозволяє не просто узагальнювати задачу для її розв'язання, а й спростити рішення задачі, зробити його більш красивим. У таких задачах мова йде швидше про узагальнення як евристичний прийом.

Не зважаючи на це, у шкільній програмі з математики для неспеціалізованих класів розв'язування задач з параметрами займає незначне місце, до того ж і аналіз діючих підручників старшої школи, які використовуються в процесі навчання математики показав, що завданням з параметрами не приділяється належної уваги. Зауважимо, що в жодному з

розглянутих підручників не дається чіткого означення параметра, а всі наведені завдання – однотипні. Водночас рівняння, нерівності, текстові задачі, що містять параметр, широко представлені як у завданнях державної підсумкової атестації з математики, зовнішньому незалежному оцінюванні, так і в завданнях математичних олімпіад тощо.

Рівняння і нерівності з параметрами виступають як об'єкти досліджень більш загального характеру, ніж звичайні рівняння і нерівності, які складають відповідну методичну лінію шкільного курсу математики.

Будь-яке рівняння або нерівність з параметрами ϵ , з однієї сторони, рівнянням або нерівністю з кількома незалежними змінними, а з другої – нескінченною сукупністю частинних рівнянь або нерівностей. Знаходження розв'язку рівняння або нерівності з параметром чи параметрами означає розв'язування кожного з частинних рівнянь чи нерівностей відповідної сукупності.

Метод розв'язування рівняння або нерівності з параметрами включає методи розв'язування звичайних рівнянь чи нерівностей в якості частинних випадків, моментів досліджень.

Поняття розв'язок рівняння або нерівності з параметрами включає існування зміни зі зміною кількості змінних:

- розв'язок звичайного рівняння – координата точки числової осі; загальний розв'язок рівняння з одним параметром – координати точок лінії на площині;
- розв'язок звичайної нерівності – координати множини точок числової прямої; розв'язок нерівності з одним параметром – координати точок області на площині;
- розв'язок рівняння з двома змінними – координати точок області на площині; загальний розв'язок рівняння з двома параметрами – координати точок області в просторі і т.д.

Розв'язування задач з параметрами потребує особливої ретельності та глибини аналізу. При цьому слід правильно вирішити три основні проблеми:

1. Особливе правило запису відповіді задач з параметрами;
2. Врахування області допустимих значень;
3. Врахування області застосування формули.

Кожна задача з параметром (особливо в основній школі, на етапі формування всієї змістовно-методичної лінії) має бути пов'язана з основним, базовим підручним матеріалом. З точки зору змісту програми навчання тут не має бути «нічого нового», адже новизни достатньо в самій постановці запитань, в різноманітності підходів до дослідження задачі. Навіть найпростіші приклади можуть слугувати матеріалом для такого дослідження, оскільки розв'язування задач з параметрами потребує ґрунтовних і міцних знань з математики, достатній рівень володіння своїми знаннями та вміння їх застосовувати.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Алгебра і початки аналізу: Підруч. для 11 кл. загально-освіт. навч. закладів / М. І. Шкіль, З. І. Слєпкань, О. С. Дубинчук. – К.: Зодіак ЕКО, 2005. – 384 с.*
2. *Амелькин В. В., Рабцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справ. Пособие по математике. – Минск: Асар, 1996. – 464 с.*
3. *Бевз Г. П. Математика: Проб. підруч. для 10-11 кл. шкіл, ліцеїв, гімназій гуманіст. профілю / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К.: ТОВ «Бліц», 2005. – 256 с.: іл.*
4. *Бернштейн Е. А., Попов Н. В. Задачи с параметрами. Учебное пособие для учащихся ОЛ ВЗМШ. – М. – 2003. – 75 с.*
5. *Бессарабов Н.И., Зяблин В.Н., Сохадзе Г.В. Математика. Методы решений и сборник заданий. Пособие для подготовки к испытаниям в тестовой форме (учебное пособие). Часть II / Под. ред. Н. И. Бессарабова. — Новочеркасск: ЮРГТУ, 2007. — 422 с.*
6. *Вавилов В. В., Мельников И. И., Олехник С. Н., Пасиченко П. И. Задачи по математике. Алгебра. – М.: Наука, 1987. – 432 с.*
7. *Вавилов В. В., Мельников И. И., Олехник С. Н., Пасиченко П. И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. – М.: Наука, 1987.– 432 с.*
8. *Василь Кравчук Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. – 320 с.*
9. *Голубев В. И. Решение сложных и нестандартных задач по математике. – М.: Илекса, 2007.*
10. *Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задачи с параметрами. – К.: РИА «Текст», МП «ОКО», 1992. – 290 с.*
11. *Гусев В. А., Мордкович А. Г. Математика: Справ. Материалы: Кн. для учащихся. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1990. – 416 с.*

12. *Задачи с параметрами: Учебное пособие для факультета довузовской подготовки СГАУ / Самарский гос. аэрокосмический университет. Сост. Ефимов Е.А., Коломиец Л.В. Самара, 2006. – 64 с.*
13. *Задачи с параметрами и методы их решения / В.С.Крамор. – М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2007. – 416 с.: ил. – (Школьный курс математики).*
14. *Задачі з параметрами: Навч. посіб. / В. К. Репета, Н. О. Клешня, М. В. Короболова, Л. А. Репета. – К.: Вища шк., 2006. – 302 с.*
15. *Заслонкіна Л.С. Задачі з параметрами. Х.: Вид.група «Основа», 2012. – 108 с.*
16. *Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики, 11 клас: У 2 кн. Кн. 2 / М. І. Бурда, О. Я. Біляніна, О. П. Вакуленко та ін. – Х.: Гімназія, 2008. – 224 с.*
17. *Ищенко Г. В. Решение задач с параметрами как одно из средств реализации преемственности обучения математике.*
18. *Кравчук В., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 7 класу./ За ред. Слєпкань З.І. Видання друге, перероблене та доповнене. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 192 с.*
19. *Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 8 класу./ За ред. З.І. Слєпкань – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 232 с.*
20. *Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 9 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2009. – 256 с.*
21. *Кушнір В. А. Технологія дослідження функцій засобами комп'ютерного моделювання / Кушнір В. А. Річник Р. Я. // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2009. - №6. – С. 12-17.*
22. *Литвиненко В. М., Мордкович А. Г. Практикум по решению математических задач: Алгебра. Тригонометрия. Учеб. пособие для студентов. – Просвещение, 1984 – 362 с.*

23. Лукавецкий В. И., Маланюк М. П., Литвиненко Г. Н. Задания по алгебре для 7 класса: Учебно-методическое пособие. – К.: Рад. школа, 1982. – 72 с.
24. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И. Алгебра. Учебник для 9 класса с углубленным изучением математики. – М., Просвещение, 2000.
25. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С. Алгебра. Сборник задач и контрольных работ. 7 класс. — Х.: Гимназия, 2010.
26. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С. Алгебра. Сборник задач и контрольных работ. 8 класс. — Х.: Гимназия, 2010.
27. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. з поглибленим вивченням математики / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2010. – 415 с.: іл.
28. Мерзляк А. Г. Алгебра. 11 клас: підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів: академ. рівень, проф. рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – 431 с.: іл.
29. Мерзляк А. Г. Алгебра: підруч. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики: у 2 ч. / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – Ч. 1. – 256 с.: іл..
30. Мерзляк А. Г. Алгебра: підруч. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики: у 2 ч. / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х.: Гімназія, 2011. – Ч. 2. – 272 с.: іл..
31. Метельський Н. В. Пути совершенствования обучения математике: Пробл. современной методики математики. – Мн.: Университетское, 1989. – 160 с.
32. Мирошин В. В. Решение задач с параметрами. Теория и практика / В. В. Мирошин. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 286 с.

33. Натяганов В. Л., Лужина Л. М. Методы решения задач с параметрами: Учеб. Пособие. – М.: Изд-во МГУ, 2003. – 368 с.
34. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 кл. загально-освіт. навчальн. закладів: академ. рівень / Є. П. Нелін. – Х.: Гімназія, 2010. – 416 с.: іл..
35. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загально-освіт. навчальн. закладів : профільн. рівень / Є. П. Нелін. — Х.: Гімназія, 2010 – 416 с.: іл..
36. Нелін Є. П. Алгебра. 11 клас: підруч. для загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень, проф. рівень / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Х.: Гімназія, 2011. – 448 с.: іл.
37. Немов Р. С. Психология. М.: Гуманитарный издательский центр: Владос, 1999. – 608 с.
38. Основные аналитические методы решения задач с параметрами [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://sc.pios.ru/catalog/rubr/df413b15-266b-4a0a-bdb2-28fc41140ab2/111905/>
39. Пліско О. В. Задачі з параметрами для 7–8 класів.— Х.: Вид. група «Основа», 2012. — 128 с.
40. Пойя Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970.
41. Сарана О. А. Математичні олімпіади просте і складне поруч. Навчальний посібник. Друге видання, доповнене. – Тернопіль: Навчальна книга. – Богдан, 2011. – 360 с.
42. Сильвестров В. В. Модуль и производная // Математика для школьников, 2010, № 3.
43. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів.—К.: Зодіак-ЕКО, 2000.— 512 с.
44. Субханкулова С. А. Задачи с параметрами. – М.: ИЛЕКСА, 2010. – 208 с.
45. Толковый словарь математических терминов. – М.: Просвещение, 1967.

46. *Толковый словарь русского языка*. Под ред. Б. М. Волчика, Д. Н. Ушакова. М., Государственное издательство иностранных и национальных словарей.

47. *Хинчин А. Я.* Педагогические статьи. – М.: АПН РСФСР, 1963. – 128 с.

48. *Шкіль М. І., Колесник Т. В., Хмара Т. М.* Алгебра і початки аналізу. Підруч. для 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К. Освіта, 2004. – 318 с.

49. *Ясінський В. В.* Математика: навч. посібн. для слухачів ФДП НТУУ «КПІ»/ За редакцією чл.-кор. НАН України В. С. Мельника. – К.: НТУУ «КПІ», 2005. – 372 с.. – (Серія «На допомогу абітурієнту»).

50. *Ястребинецький Г. А.* Задачи с параметрами. Кн. для учителя. – М. Просвещение, 1986. – 128 с.