

Житомирський державний університет імені Івана Франка

Фізико-математичний факультет

Кафедра методики навчання математики, фізики та інформатики

Освітньо-кваліфікаційний рівень "Бакалавр"

ДИПЛОМНА РОБОТА

Геометрія трикутника

Виконав:

студент 41 групи

напряму підготовки 6.040302

Математика*

Кицан Андрій Васильович

Керівник:

кандидат педагогічних наук,

доцент кафедри методики навчання

математики, фізики та інформатики

Прус Алла Володимирівна

ВСТУП.....	3
ГЛАВА 1. Основні поняття та твердження геометрії трикутника	5
1.1. Трикутник та його елементи	5
1.2. Чудові точки трикутника.....	7
1.3. Деякі твердження пов'язані з трикутником	11
1.4. Визначні прямі, які пов'язані з трикутником	25
1.4.1. Медіани і симедіани трикутника.....	25
1.4.2. Пряма Ейлера і пряма Симсона та їх властивості	37
1.4.3. Антипаралелі, ізогональні, ізотонічні та рівнокутні прямі	42
1.5. Види трикутників. Педальні трикутники	53
1.6. Геометрія трикутника в основній школі.....	71
Глава 2. Задачі, які пов'язані з геометрією трикутника	75
2.1. Задачі пов'язані з ізогональними прямими.....	75
2.2. Задачі пов'язані з рівнокутними прямими	87
2.3. Задачі пов'язані з педальними трикутниками	96
2.4. Задачі на застосування теореми про метелика.....	111
ВИСНОВКИ	115
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	117
ДОДАТКИ	119

ВСТУП

Актуальність. У наш час геометрія для учнів основної школи є обов'язковою дисципліною. Її вивчення сприяє розвитку раціонального стилю мислення школярів із характерними для нього рисами обґрунтованості, критичності, раціональності, алгоритмічності. Разом з тим, геометрична освіта має велике значення для розвитку уяви, інтуїції, які є основою творчої діяльності особистості.

Однією з базових тем систематичного курсу планіметрії є програмова тема "Трикутники". Теорія та задачі, які пов'язані з трикутником пронизують весь курс планіметрії. Властивості цих фігур використовуються також під час вивчення систематичного курсу стереометрії. На думку багатьох вчителів, методистів трикутники, з одного боку – одна із найпростіших тем, яка зазвичай не викликає в учнів проблем під час її вивчення. З іншого боку, учні недооцінюють складність і необхідність цієї теми.

Тому проблема вивчення геометрії трикутника є однією з актуальних проблем сьогодення.

Питаннями, пов'язаними із вивчення цієї теми займалися такі науковці: В. А. Артемов, В. Ю. Протасов, Г. П. Бевз, Г. С. М. Коксетер, Д. Єфремов, І. А. Кушнір, С. І. Зетель, С. Л. Грейтцер та ін.

Об'єкт дослідження. Розділ планіметрії, що вивчає властивості трикутника і пов'язані з ним об'єкти.

Предмет дослідження. Прямі, які пов'язані з трикутником і деякі види трикутників.

Мета дослідження. Розкрити теоретичні основи предмета дослідження та застосувати властивості трикутників та об'єктів, які з ними пов'язані до розв'язування задач.

Завдання дипломної роботи.

1. Здійснити пошук інформації по тематиці дипломної роботи та провести її аналіз;

2. Розкрити суть основних понять дослідження, з'ясувати їх властивості.
3. Проаналізувати доведення окремих тверджень, які стосуються геометрії трикутника.
4. Провести дослідження рівня знань учнів по даній темі та проаналізувати його результати.
5. Розробити систему задач, на застосування вивчених властивостей та розв'язати їх.

Для розв'язання поставлених завдань та досягнення мети використовувалися теоретичні та емпіричні **методи дослідження**: *теоретичні* – аналіз наукової і навчально-методичної літератури з проблеми дослідження, аналіз змісту навчальних планів програм підручників; *емпіричні* – спостереження, тестування, вивчення результатів освітньої діяльності вчителів, бесіди з вчителями та викладачами, педагогічний експеримент.

ВИСНОВКИ

1. *Геометрія трикутника* – це розділ планіметрії, що вивчає властивості трикутника і пов'язані з ним об'єкти (точки, прямі, центри і т. д.).

2. До основних понять, які пов'язані з геометрією трикутника відносять такі:

- *Медіанами* трикутника називаються прямі, що проходять через вершини трикутника і середини його протилежних сторін.

- *Симедіанами* трикутника називаються прямі, симетричні з медіанами трикутника відносно його внутрішніх бісектрис. Ці прямі також називаються *антимедіанами* або *антипаралельними медіанами* трикутника.

- *Зовнішніми симедіанами* трикутника називаються прямі, ізогональні із зовнішніми медіанами трикутника.

- Внутрішні медіани трикутника перетинаються в одній точці G , що називається *центром мас* трикутника. Ця точка також називається *барицентром* трикутника або *центроїдом* його медіан

- *Зовнішніми центрами* медіан називаються точки перетину зовнішніх медіан.

- *Точкою Лемуана* трикутника називається точка перетину симедіан цього трикутника (K).

- *Рівнокутними прямими* називаються три прямі, кожній з яких належить одна з вершин трикутника і які перетинають протилежні вершинам сторони під рівними кутами.

- *Ізогональними прямими* відносно сторін кута трикутника називаються дві прямі, які проходять через вершину кута і утворюють рівні кути з бісектрисою цього кута.

- *Трисектрисами* кута називаються два промені, які ділять цей кут на три рівні частини.

• Трикутником проекції точки P або педальним трикутником $A_1B_1C_1$ відносно $\triangle ABC$ називається трикутник, вершинами якого є проєкції довільної точки P на сторони трикутника ABC .

3. До основних тверджень, які пов'язані властивостями основних понять належать:

• **Теорема Чеві.** Якщо три чевіани AX , BY і CZ (по одній із кожної вершини) трикутника ABC конкурентні, то $\frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZB} = 1$.

• **Теорема Менелая.** Якщо точки X , Y , Z , що лежать на сторонах BC , CA , AB (відповідно продовжених) трикутника ABC колінеарні, то $\frac{BX}{CX} \cdot \frac{CY}{AY} \cdot \frac{AZ}{BZ} = 1$.

• **Теорема Морлея.** Точки перетину суміжних трисектрис кутів довільного трикутника є вершинами рівностороннього трикутника.

• **Теорема про метелика.** Нехай P – середина хорди AB деякого кола. CD і FE – хорди цього кола, які проходять через точку P . Відрізки CF і ED перетинають AB в точках M і N відповідно. Тоді $MP = NP$.

4. Основні поняття та твердження, пов'язані з геометрією трикутника корисні для учнів.

5. Розв'язана система задач, побудована на застосуванні властивостей основних задач.

6. тему задач, пов'язаних з основними поняттям геометрії трикутника доцільно використовувати під час поглибленого вивчення геометрії в основній школі.

7. Дослідження стосовно вмінь учнів застосовувати знання про елементи трикутника, види трикутників та їх властивості засвідчило, що учні володіють навчальним матеріалом на достатньо високому рівні.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Антоненко М.І. Розв'язування геометричних задач: Книжка для вчителя. К.: Рад.шк., 1991. – 128 с.
2. Апостолова Г.В. Геометрія 8: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. / Г.В. Апостолова. – К.: Генеза, 2009. – 304 с.
3. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н. Г "Геометрія.7 клас" – К.: Видавництво "Вежа", 2008 – 224 с.
4. Бусев В. М. «Математика в школе» за 15 лет: Тематический указатель статей журнала за 1990-2004 годы. — Ярославль: Издательство Александра Рутмана, 2005. — 80 с.
5. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. "Геометрія 8 клас" – К.: Видавництво "Освіта", 2008. – 198 с.
6. Гарольд Коксетер. Введение в геометрию. – М., 1966 г. – 648 стр. с илл.
7. Гарольд Коксетер, Самуэль Грейтцер. Новые встречи с геометрией. – М.,1978 г., 224 стр. с илл.
8. Горская Е. С. Шесть доказательств теоремы о бабочке. [Електронне джерело]. – Режим доступу: URL http://geometry.ru/articles/alena_butterfly.pdf
9. Дергачов В.А. Геометрія у визначеннях, формулах і таблицях: Довідковий посібник для учнів 7-11 класів. - Х.: Веста: Видавництво "Ранок", 2006. – 96 с.
10. Ефремов Д. Новая геометрия треугольника. – Одеса, 1902 г.
11. Зетель С.И. Новая геометрия треугольника. – Издательство Учпедгиз, 1962г
12. Куланин Е. Д. О прямых Симсона, кривой Штейнера и кубике Мак-Кэя. [Електронне джерело]. – Режим доступу URL <http://geometry.ru/persons/kulanin/simsonslines.pdf>

13. Кушнір І.А. Геометричні формули, що не ввійшли до шкільних підручників, К. Факт, 2002р.
14. Кушнір І. А. Методи розв'язання задач з геометрії: Кн. для вчителя. – К.: Абрис, 1994. – 464 с.: іл.
15. Кушнір І.А. Трикутник у задачах. – К.: Либідь, 1994 – 104с.
16. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. "Геометрія.7 клас" – К.: Видавництво "Гімназія", 2008. – 352 с.
17. Методика вивчення властивостей трикутника в умовах рівневої диференціації в основній школі: Автореф. дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Л.С. Голодюк; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. К., 2005. - 20 с. [Електронне джерело]. – Режим доступу: URL www.irbisnbuv.gov.ua/.../cgiirbis_64.exe?
18. Навчальна програма для учнів 5-9 класів. [Електронне джерело]. – Режим доступу URL https://docs.google.com/document/d/1GjU5jAwUG8vVYps_ocwhchI8OL9a9VjRUII7hYirEJE/edit
19. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики / В.Ф. Бутузов, СБ. Кадомцев, Э.Г. Позняк, С.А. Шестаков, И.И. Юдина. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 488 с.
20. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. учреждений/ А.В. Погорелов. - 2е изд. – М.: Просвещение, 2001. - 224 с.
21. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии. – М.: МЦНМО, 2003 г.

Відгук

на дипломну роботу з математики та методики навчання математики
на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр»
студента 41 групи фізико-математичного факультету (денна форма навчання)
напряму підготовки 6.040201 Математика*

Житомирського державного університету імені Івана Франка

Кицана Андрія Васильовича

«Геометрія трикутника»

Навчання математики в школі спрямоване, перш за все, на інтелектуальний розвиток учнів, розвиток їх логічного мислення, інтуїції, умінь аналізувати, робити висновки тощо. Одним із потужних засобів розвитку логічного та евристичного мислення учнів є геометрія. Трикутник – це один із центральних об'єктів вивчення у систематичному курсі планіметрії. З цієї точки зору обрана тема дослідження є актуальною.

Дипломна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел, додатків. У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано його об'єкт, предмет, мету, зазначені методи дослідження. У першому розділі дипломної роботи "Основні поняття та твердження геометрії трикутника" Андрій Васильович представив теоретичні відомості щодо геометрії трикутника, зокрема, про чудові точки трикутника, про визначні прямі, які пов'язані з трикутником (симедіани, пряма Ейлера та пряма Симсона, антипаралелі, ізогональні, ізотонічні та рівнокутні прямі), з'ясував зміст поняття "педальні трикутники" та визначив їх властивості. Також у цьому розділі студент провів аналіз дослідження вмінь учнів основної школи виконувати певні завдання, які пов'язані з трикутниками.

У другому розділі дипломної роботи «Окремі задачі, які пов'язані з геометрією трикутника» Кицан А.В. розв'язав систему задач, які пов'язані з ізогональними прямими, з рівнокутними прямими, з педальними трикутниками, з теоремою про метелика.

Матеріали дипломної роботи можуть використати вчителі ЗОШ у своїй навчальній роботі, студенти під час педагогічної практики.

Вважаю, що дипломна робота студента Кицана А. В. «Геометрія трикутника» відповідає профілю підготовки бакалавра з обраної спеціальності, заслуговує на високу оцінку та може бути допущена до захисту в Державній екзаменаційній комісії.

Науковий керівник:
кандидат педагогічних наук, доцент
кафедри методики математики,
фізики та інформатики



Прус А. В.

Реценція

на дипломну роботу з математики та методики навчання математики
на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр»
студента 41 групи фізико-математичного факультету (денна форма навчання)
напряму підготовки 6.040201 Математика*

Житомирського державного університету імені Івана Франка

Кицана Андрія Васильовича

«Геометрія трикутника»

Реалізація виконання основних завдань шкільної математичної освіти передбачає, серед іншого, формування в учнів знань про геометричні фігури на площині, їх властивості, а також умінь застосовувати здобуті знання у навчальних ситуаціях. Серед геометричних фігур, трикутник займає важливе місце. Актуальність теми дослідження обумовлена її недостатньою розробленістю та потребами шкільної практики.

Дипломна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаних джерел. У вступі обґрунтовано актуальність теми дослідження, сформульовано його об'єкт, предмет, мету. У першому розділі Кицан А. В. розкриває зміст основних понять дослідження, серед яких такі: чудові точки трикутника, визначні прямі трикутника, види трикутників, педальні трикутники. Також студент наводить доведення важливих властивостей, які пов'язані з поняттям трикутника. Наприклад, різні способи доведення теореми про метелика. Слід окремо зазначити, що студент самостійно довів частинні випадки окремих теорем. У цьому ж розділі Андрій Васильович знайомить із результатами проведеного дослідження стосовно знань учнів з геометрії трикутника. Другий розділ присвячений розв'язуванню задач, які пов'язані з ізогональними, рівнокутними та педальними трикутниками. Зауважимо, що студентом опрацьовано достатню кількість науково-методичної літератури. Робота написана грамотно, тему повністю розкрито. Матеріали дослідження можуть бути використані вчителями у навчанні учнів.

Вважаю, що дипломна робота студента Кицана А. В. «Геометрія трикутника» відповідає профілю підготовки бакалавра з обраної спеціальності, заслуговує на високу оцінку та може бути допущена до захисту в Державній екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри вищої математики ЖДТУ,
доктор фізико-математичних наук, професор

В. О. Коваль

В. О. Коваль

Рецензент

кандидат фізико-математичних наук
доцент кафедри вищої математики



С. А. Охріменко

С. А. Охріменко

Вірність підпису засвідчую
Начальник загального відділу
Пирюса Т.В.