

Міністерство освіти і науки України

Житомирський державний університет імені Івана Франка

Фізико-математичний факультет

Кафедра методики навчання математики, фізики та інформатики

Освітньо-кваліфікаційний рівень «бакалавр»

## **ДИПЛОМНА РОБОТА:**

*Мимобіжні прямі та методика їх подання в  
розділі «Евклідова стереометрія»*

### **Виконав:**

студент 41 групи

спеціальності:

денного відділення

Стоцький Анатолій

Миколайович

### **Керівник:**

доктор педагогічних наук,

професор

Ленчук Іван Григорович

**Житомир — 2014 рік**

# Зміст

ВСТУП.....	4
<b>Розділ I. Мимобіжні прямі в курсі стереометрії.....</b>	<b>7</b>
1.1 Теорема про проектування прямого кута та обернені до неї теореми.....	8
1.2. Паралельні площини, задані двома мимобіжними прямими.....	12
1.3. Спільний перпендикуляр мимобіжних прямих.....	13
1.4. Відстань між двома мимобіжними прямими, за допомогою рівняння прямої.....	15
1.5. Знаходження спільного перпендикуляра двох мимобіжних прямих за допомогою канонічних рівнянь прямої.....	17
1.6. Побудова та обчислення довжини спільного перпендикуляра векторним методом.....	20
1.7. Пропорційні відрізки на мимобіжних прямих.....	21
1.8. Кут між мимобіжними прямими.....	22
<b>Розділ II. Обчислення відстані між мимобіжними діагоналями суміжних граней куба.....</b>	<b>23</b>
2.1. Обчислення відстані за допомогою площин, паралельних мимобіжним діагоналям суміжних граней куба.....	23
2.2. Знаходження відстані векторним методом.....	29
2.3. Знаходження відстані між мимобіжними діагоналями суміжних граней куба за допомогою подібних трикутників.....	32
2.3.1 Загальний план розв'язання.....	32
2.3.2. Доведення паралельності відрізків $OZ$ і $RR_2$ .....	35
2.3.3. Обчислення відстані $OZ$ та точне розташування кінців відрізка.....	37
2.3.4. Визначення коефіцієнта подібності трикутників $A_1RR_2$ і $A_1OZ$ .....	38
2.3.5. Обчислення шуканої відстані $RR_2$ та розташування точок основ.....	40

<b>Розділ III. Застосування мимобіжних прямих для розв'язування задач з стереометрії.....</b>	<b>42</b>
<b>3.1. Система задач шкільного курсу.....</b>	<b>42</b>
<b>3.2. Метричні задачі з мимобіжними прямими.....</b>	<b>62</b>
<b>Висновки.....</b>	<b>88</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>90</b>

## Додаток



## ВСТУП

**Актуальність теми.** Тема «Мимобіжні прямі» є однією з основних в курсі стереометрії і вивчається в 10 класі за навчальною програмою з математики. Але нажаль вона повністю не розкривається на рівні ЗОШ.

Поняття «Мимобіжні прямі» вперше зустрічається в темі «Розміщення прямих в просторі», де дається їм означення: *«Дві прямі у просторі, що не лежать в одній площині, називаються мимобіжними»*. До вивчення даного поняття учні знали тільки два способи розташування прямих: прямі, що перетинаються та паралельні прямі. Але з початком вивчення курсу стереометрії діти виходять за межі площини в простір, де вперше й знаходять мимобіжні прямі. Першим етапом вивчення даного курсу є аксіоми стереометрії та многогранники, а далі й розміщення прямих і площин у просторі.

Взаємне розміщення мимобіжних прямих є позиційною задачею і це розміщення характеризується строго двома метричними параметрами: кутом між мимобіжними прямими та їх спільним перпендикуляром.

*Кутом між мимобіжними прямими називається кут між прямими, які перетинаються й паралельні даним мимобіжним прямим.*

*Під спільним перпендикуляром двох прямих будемо розуміти пряму, що перетинає кожну з цих прямих під прямим кутом.*

*Тоді під відстанню між двома мимобіжними прямими  $l_1$  і  $l_2$  будемо розуміти довжину відрізка заключного між мимобіжними прямими  $l_1$  і  $l_2$ .*

Одним з важливих застосувань знань з даної теми є знаходження основ спільного перпендикуляра до мимобіжних діагоналей суміжних граней куба. Ця проблема є дуже важливою, адже вона часто зустрічається не тільки в математиці, а й в архітектурі та в будівництві, при проектуванні споруд.

**Мета роботи.** Метою роботи є показати на скільки є важливими знання з даної теми для учнів старших класів та студентів вищих навчальних

закладів, застосування вивчених знань при розв'язуванні задач на знаходження кута між мимобіжними прямими, знаходження та побудови спільного перпендикуляра.

**Предмет дослідження.** Предметом дослідження є особливості вивчення теоретичного матеріалу та його використання в подальшому навчанні.

**Задачі дослідження.**

1. Вивчити науково-методичну літературу з предмету дослідження.
2. Дослідити основні теоретичні матеріали з даної теми для подальшого їх аналізу і використання.
3. Розглянути хід розв'язування задач з шкільного курсу вивчення даної теми та метричних задач, які вивчаються в вищих навчальних закладах.
4. Згідно проведеної роботи скласти систему факультативів з даної теми для учнів старших класів загальноосвітньої школи.

**Методи дослідження.** Теоретичні – системний аналіз літератури з математики для підбору потрібного теоретичного матеріалу та складання системи задач по темі.

Емпіричні – бесіди з вчителями і викладачами, вивчення і узагальнення досвіду загальноосвітніх закладів щодо реалізації знань під факультативних занять.

**Практична цінність.** Робота може бути використана вчителями математики та студентами для проведення занять з математики у профільних класах, для дослідження особливостей вивчення даної теми в загальноосвітніх навчальних закладах та проведення факультативних занять з учнями.

Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, додатку та списку використаних джерел.

Перший розділ роботи, який називається „ Мимобіжні прямі в курсі стереометрії ”, починається з ведення теореми про проектування прямого кута, яка буде потрібна нам в подальшому. Далі дається матеріал про



мимобіжні прямі, кут та спільний перпендикуляр між мимобіжними прямими.

Другий розділ „Обчислення відстані між мимобіжними діагоналями суміжних граней куба ” містить факти про застосування мимобіжних прямих, для обчислення відстані між мимобіжними діагоналями суміжних граней куба.

В третьому розділі наведена система розв'язаних задач по даній темі з шкільного курсу, та до деяких наведені пояснення, щодо ходу розв'язання.



## Висновки

Мимобіжні прямі є однією з найважливіших тем в курсі стереометрії в евклідовій геометрії. Дана тема вивчається в 10-11 класах за навчальною програмою з математики. Але на жаль вона повністю не розкривається в шкільному курсі геометрії. Учні вивчають тільки поверхово дані поняття з теми, не занурюючись в саму суть.

Але мимобіжні прямі зустрічаються нам куди частіше і не тільки в математиці, а й в інших науках: архітектурі, будівниці. Результати роботи можуть бути використані при розрахунках каркасних конструкцій, зокрема у будівництві, а також для вирішення прикладних та розрахункових завдань. Адже, в майже всіх випадках будівлі мають форму паралелепіпеда, або рідше форму куба. І при розрахунках використовують для знаходжень відстаней між певними ділянками спільний перпендикуляр.

Також знання по даній темі знадобляться і під час вивчення подальших тем з геометрії: перетворення фігур, проектування. І якщо учні погано засвоять знання з теми «Мимобіжні прямі», то в подальшому їм буде важко зрозуміти наступний матеріал.

В даній дипломній роботі було подано теоретичний матеріал теми «Мимобіжні прямі в Евклідовій геометрії» та наведена система прикладів, для кращого засвоєння матеріалу та набуття практичних навичок застосування набутих знань.

Навчити учнів розв'язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики. Розглядаючи аналізи результатів вступних екзаменів з математики, можна переконатися у тому, що більшість випускників середніх шкіл знає окремі означення, теореми, правила, але при цьому не знає загальних методів чи способів розв'язання задач, не володіє необхідними прийомами міркувань.



Констатуючи недоліки в математичній підготовці абітурієнтів, слід наголосити на занадто слабких знаннях з геометрії. Значна частина абітурієнтів не може розв'язати геометричну задачу. Однією з причин цього є те, що в шкільній геометрії значно менше уваги приділяють навчанню учнів алгоритмам розв'язання задач, особливо задач стереометричних. Адже будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням у послідовності дій (операцій) деякого методу розв'язання певного типу задач. Так, багато хто з абітурієнтів не розв'язує стереометричну задачу на обчислення тому, що у них не сформована програма (алгоритм) виконання стереометричного малюнка поширеного виду фігур. Це свідчить про те, що учні не можуть самостійно вибирати знання для розв'язання стереометричної задачі. У більшості випадків кожен наступну задачу учні розцінюють як абсолютно нову, не помічають того загального, що об'єднує раніше розв'язані задачі і розв'язувану задачу. Неможливо, звичайно, вказати такий загальний метод (алгоритм), за допомогою якого можна було б розв'язувати всі стереометричні задачі.

Навчаючи учнів розв'язувати стереометричні задачі, корисно не тільки повідомляти їм алгоритми розв'язання типових задач у готовому вигляді, а й так організовувати навчання, щоб учні могли самостійно відкривати відповідні алгоритми. Навчання алгоритмам повинно розглядатись не тільки як засіб ефективного навчання розв'язуванню стереометричних задач, а і як спосіб формування деяких специфічних прийомів математичної діяльності учнів (уміння відкрити загальний метод розв'язання нового типу задач, підвести задачу під відомий алгоритм, представити результати розв'язання в зручній для сприймання формі і т.д.).

Озброєння учнів алгоритмами розв'язання основних типів задач на побудову є запорукою успішного розв'язання стереометричних задач.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Адамар Ж. Элементарная геометрия. Часть 2. Стереометрия / перевод с 7-го изд. под редакцией Д.И. Перепёлкина. – М.: 1951. – 760 с.
2. Бевз Г.П. Геометрія. Експериментальний навчальний посібник для 10 – 11 класів шкіл з поглибленим вивченням математики / Г.П. Бевз, Г.В. Бевз. – К.: Освіта, 1992. – 234 с.
3. Бурда М.І. Геометрія: Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова. – К.: Зодіак-ЕКО, 2010. – 176 с.
4. Єршова А.П. Геометрія. 8 клас: Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів / А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижановський, С.В. Єршов. – Х.: АН ГРО ПЛЮС, 2008. – 256 с.
5. Ильин В.А. Аналитическая геометрия. изд.5. / В.А. Ильин, Е.Г. Позняк. – М.: Наука. Физматлит. 1999. – 224 с.
6. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Текст]. – М.: Физматлит, 2003. – 160 с.
7. Канатников А.Н. Аналитическая геометрия: ученик. /Под редакцией В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Е. Баумана, 2000 – 388 с.
8. Киселев А.П. Элементарная геометрия. / А.П. Киселёв. — М.: Просвещение, 1980.
9. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа.– М.: Просвещение, 1990. – 416 с.
10. Мерзляк А.Г. Геометрія: Підручник для 10-11 класу загальноосвітніх навчальних закладів / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2009. – 272 с.
11. Нелін Є.П. Методи розв'язування геометричних задач. – Х.: «Світ дитинства», 1998.

12. Раухман А.С. Усні вправи з геометрії 7-11 кл. / А.С. Раухман, Я.Г. Сень — К.: Радянська школа, 1988.
13. Шарыгин И.Ф. Об одном методе нахождения расстояния и угла между скрещивающимися прямыми // «Математика в школе». — 1986. — №6
14. Четверухин Н. Ф. Стереометрические задачи на проекционном чертеже // Пособие для учителей. - М.: Учпедгиз, 1955.
15. Литвиненко В. Н. Задачи на развитие пространственных представлений // Кн. для учителя. — М.: Просвещение, 1991
16. Погорелов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10-11 кл. серед, шк. — К.: Освіта, 2002.
17. Л е н ч у к І. Г. Дві реалізації метричної задачі стереометрії// Матем. в школі. — 2005. — № 2.
18. Четверухин М. Ф., Рисунки просторових фігур у курсі стереометрії. — К.: Рад. шк., 1953.
19. Погорелов О. В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 7—9 кл. серед, шк. — К.: Освіта, 1998.
20. Л е н ч у к І. Г. Конструктивна геометрія в задачах — Житомир: Видавництво ЖДУ ім. І. Франка