

Міністерство освіти і науки України  
Житомирський державний університет імені Івана Франка  
Фізико-математичний факультет  
Кафедра методики навчання математики, фізики та інформатики  
Освітньо-кваліфікаційний рівень «бакалавр»

Дипломна робота

*Діофантові рівняння*

Виконала: студентка 41-а групи,  
спеціальності: 6.040201 Математика\*  
денного відділення

Климчук Інна Сергіївна

Керівник: доктор педагогічних наук,  
професор кафедри методики навчання  
математики, фізики та інформатики

Семенець Сергій Петрович

Житомир – 2014 рік

Вступ.....	4
Розділ I. Теоретичні засади дослідження	
1.1. Лінійні рівняння з двома змінними.....	6
1.1.1. Алгоритм Евкліда.....	9
1.1.2. Умова існування цілих розв'язків лінійних діофантових рівнянь...	10
1.2. Лінійні рівняння з трьома змінними.....	11
1.3. Діофантові рівняння другого степеня з двома невідомими.....	11
1.4. Діофантові рівняння вищих порядків	
1.4.1. Рівняння $x^2 + y^2 = z^2$ . Піфагорові трійки.....	11
1.4.2. Рівняння Пелля.....	16
1.4.3. Діофантове рівняння III порядку.....	19
1.4.4. Рівняння Лежандра.....	21
Розділ II. Прикладні та практичні аспекти застосування діофантових рівнянь	
2.1. Розв'язування лінійних рівнянь з двома змінними в цілих числах.....	23
2.2. Застосування ланцюгових дробів до розв'язування лінійних рівнянь з двома змінними.....	24
2.3. Розв'язування лінійних рівнянь з трьома змінними в цілих числах.....	24
2.4. Розв'язування лінійних рівнянь з трьома змінними в натуральних числах.....	28
2.5. Методи розв'язування діофантових рівнянь	
2.5.1. Метод підбору.....	29
2.5.2. Метод оцінювання.....	30
2.5.3. Метод виділення цілої частини.....	31
2.5.4. Метод розкладання на множники.....	33
2.6. Розв'язування лінійних рівнянь з двома змінними за допомогою лінійного представлення найбільшого спільного дільника.....	34
Розділ III. Методика вивчення діофантових рівнянь в ЗОШ	
3.1. Аналіз факультативних програмових вимог.....	36
3.2. Задачі, що приводять до лінійних діофантових рівнянь.....	43



**Актуальність дослідження.** Діофант є однією з найцікавіших особистостей в історії математики. Неможливо встановити ким був Діофант та точні роки його життя. Цікавою є діяльність Діофанта. До сьогоднішнього дня збереглися 7 книг із 13, які були об'єднані в «Арифметику».

«Арифметика» Діофанта – це збірник задач (їх всього 189).

Діофант займався знаходженням розв'язків невизначених рівнянь та їх систем. Його цікавили лише додатні цілі числа і раціональні розв'язки. Ірраціональні розв'язки він називав «неможливими» і підбирав коефіцієнти так, щоб отримати додатні, раціональні розв'язки.

До речі, не всі невизначені рівняння є діофантовими. Діофантовими називаються лише ті алгебраїчні рівняння або їх системи з цілими коефіцієнтами, в яких кількість змінних більша, ніж кількість рівнянь, а знайти треба тільки цілі або раціональні розв'язки. Отже, до діофантових рівнянь найчастіше зводяться задачі, за змістом яких невідомі значення величин можуть бути тільки цілими числами.

Питання про знаходження розв'язків діофантових рівнянь довгий час цікавило науковців і було занесено до списку проблем Гільберта. Цей список налічує 23 кардинальні проблеми математики і питання про можливість розв'язання діофантових рівнянь займає в ньому 10 місце. Давид Гільберт сформулював цю проблему так: "Нехай задано діофантове рівняння з довільним числом невідомих і раціональними числовими коефіцієнтами. Вказати спосіб, за допомогою якого можливо після скінченної кількості операцій визначити чи вирішується це рівняння в цілих числах". Гіпотезу, що такого способу не існує, першим висунув американський математик М. Девіс в 1949 р., але не надав доведення цієї гіпотези. Пошук доказів цього припущення розтягнувся на 20 років і в 1970 р. Юрій Матіясевич показав алгоритмічну нерозв'язність 10 проблеми Гільберта.

В основній школі діофантові рівняння вивчаються лише у 9 класах з поглибленими вивченням математики та на факультативних заняттях.

**Мета дипломної роботи** - обґрунтувати основні теоретичні засади діофантових рівнянь, розкрити прикладні та практичні аспекти застосування діофантових рівнянь та проаналізувати методику вивчення діофантових рівнянь в загальноосвітніх школах.

Реалізація поставленої мети передбачає вирішення наступних **завдань**:

1. Дослідити стан проблеми в науковій, навчально-методичній літературі;
2. З'ясувати теоретичні основи дослідження (загальні відомості про діофантові рівняння, суть методів розв'язування діофантових рівнянь);
3. Систематизувати задачі, що приводять до лінійних та нелінійних діофантових рівнянь, також підібрати задачі та розв'язати їх для діофантових рівнянь з двома та трьома змінними;
4. Проаналізувати методику вивчення діофантових рівнянь в загальноосвітніх школах.

**Об'єкт дослідження** – теоретичні засади курсу алгебри класів фізико-математичного профілю.

**Предметом дослідження** є діофантові рівняння та методи їх розв'язування.

У дослідженні використовувався комплекс **методів**: моделювання, абстрагування, конкретизація та ін.

**Теоретичне значення** роботи полягає у вивченні та узагальненні основних теоретичних відомостей про лінійні діофантові рівняння та діофантові рівняння вищих порядків.

**Практичне значення** дипломної роботи зумовлюється необхідністю систематизації задач, що розкривають прикладні та практичні аспекти застосування діофантових рівнянь.

**Апробація результатів дослідження**: основні положення і результати дипломного дослідження опубліковано в збірці наукових праць студентів та викладачів фізико-математичного факультету.

**Структура дипломної роботи** відповідає логіці наукового пошуку і містить: вступ, три розділи, висновки, додатки, список використаних джерел.

**Мета дипломної роботи** - обґрунтувати основні теоретичні засади діофантових рівнянь, розкрити прикладні та практичні аспекти застосування діофантових рівнянь та проаналізувати методика вивчення діофантових рівнянь в загальноосвітніх школах.

Реалізація поставленої мети передбачає вирішення наступних **завдань**:

1. Дослідити стан проблеми в науковій, навчально-методичній літературі;
2. З'ясувати теоретичні основи дослідження (загальні відомості про діофантові рівняння, суть методів розв'язування діофантових рівнянь);
3. Систематизувати задачі, що приводять до лінійних та нелінійних діофантових рівнянь, також підібрати задачі та розв'язати їх для діофантових рівнянь з двома та трьома змінними;
4. Проаналізувати методика вивчення діофантових рівнянь в загальноосвітніх школах.

**Об'єкт дослідження** – теоретичні засади курсу алгебри класів фізико-математичного профілю.

**Предметом дослідження** є діофантові рівняння та методи їх розв'язування.

У дослідженні використовувався комплекс **методів**: моделювання, абстрагування, конкретизація та ін.

**Теоретичне значення** роботи полягає у вивченні та узагальненні основних теоретичних відомостей про лінійні діофантові рівняння та діофантові рівняння вищих порядків.

**Практичне значення** дипломної роботи зумовлюється необхідністю систематизації задач, що розкривають прикладні та практичні аспекти застосування діофантових рівнянь.

**Апробація результатів дослідження**: основні положення і результати дипломного дослідження опубліковано в збірці наукових праць студентів та викладачів фізико-математичного факультету.

**Структура дипломної роботи** відповідає логіці наукового пошуку і містить: вступ, три розділи, висновки, додатки, список використаних джерел.

## Висновки

Розв'язування діофантових рівнянь – одна з найдавніших математичних задач. Однак, незважаючи на те, що систематичне вивчення таких рівнянь започатковане ще давньогрецьким математиком Діофантом ще у III столітті, важливих успіхів у дослідженні діофантових рівнянь було досягнуто лише у XX столітті.

В дипломній роботі досліджено стан проблеми в науковій, навчально-методичній літературі. У результаті дослідження були обґрунтовані основні теоретичні засади лінійних діофантових рівнянь, представлені задачі, що приводять до лінійних та нелінійних діофантових рівнянь, розкриті деякі методи їх розв'язування та наведені завдання, що показують застосування цих методів на практиці. Також були підібрані різні приклади, що демонструють розв'язування діофантових рівнянь з двома та трьома змінними та представлена методика їх вивчення в загальноосвітніх школах.

Матеріал дипломної роботи може бути використаний на уроках алгебри у класах з поглибленим вивченням математики, а також на факультативних та гурткових заняттях.

ес  
ув  
го  
ся  
іх  
ія  
я,  
і  
а  
я  
і  
к  
г  
і

## Список використаних джерел

1. Бухштаб А. А. Теорія чисел. - М.: Просвітництво, 1996. (ес
2. Гнезділова Т. Діофантові рівняння // Математика. – 2009. - №38. ув
3. Гнезділова Т. Діофантові рівняння // Математика. – 2009. - №39. го
4. Гнезділова Т. Діофантові рівняння // Математика. – 2009. - №41.
5. Гнезділова Т. Діофантові рівняння // Математика. – 2009. - №46-47. ся
6. Електронна бібліотека «Бібліофонд» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: іх  
<http://bibliofond.ru/view.aspx?id=457407> ія
7. Перельман Я. И. Занимательная алгебра. – М.: Наука, 1967.
8. Конфорович А.Г. Колумби математики. – К.: Рад. школа, 1982. – с.61-65. я,
9. Математическая энциклопедия: Гл. ред. И. М. Виноградов, т.2 Д – Коо. – М.: і  
„Советская энциклопедия”, 1979. – с. 158-175.
10. Грохольська А.В. Невизначені рівняння.// Математика в школі. – 2003. - №5. а  
– с.36-43 я
11. Лейфура В.М. Діофантові рівняння. // У світі математики. – 1985. – В.16. – і  
с.57-69. с
12. Вільна енциклопедія «Вікіпедія» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: г  
[http://uk.wikipedia.org/wiki/ Діофантові\\_рівняння](http://uk.wikipedia.org/wiki/Діофантові_рівняння) і
13. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://diofant.com.ua/index.php>
14. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://ua-referat.com/Лінійні Діофантові рівняння](http://ua-referat.com/Лінійні_Діофантові_рівняння)



## РЕЦЕНЗІЯ

на дипломну роботу з математики

студентки 41 групи

денного відділення

фізико-математичного факультету

Климчук Інни Сергіївни

«Діофантові рівняння»

Дипломна робота присвячена діофантовим рівнянням, особливу увагу зосереджено на прикладних та практичних аспектах їх застосування. Змістовно розкриті основні методи розв'язування діофантових рівнянь.

У роботі розглянуто прикладні задачі, що приводять до лінійних та нелінійних діофантових рівнянь. Такі задачі мають практичну цінність для вчителів, що викладають факультативний курс математики у 8 класі, оскільки можуть бути використані у процесі вивчення даної теми. Також особливий інтерес викликають діофантові рівняння вищих степенів та їх розв'язування методом розкладання на множники. Науково-теоретичний рівень роботи посилено різними методами (алгоритм Евкліда, підхідні дроби, теорія порівнянь).

Для написання дипломної роботи «Діофантові рівняння» студентка використала достатню кількість методичної літератури та матеріалів періодичних видань.

Робота написана на належному теоретичному, практичному та методичному рівні. Розглянуті в ній прикладні задачі та завдання, що демонструють застосування різних методів розв'язування діофантових рівнянь можуть бути використані на факультативних та гурткових заняттях в загальноосвітніх навчальних закладах.

Дипломну роботу рекомендую оцінити на «відмінно».


Вчитель математики вищої категорії,

«Старший вчитель»

Чорнорудської ЗОШ І-ІІІ ступенів

Ружинського району

Житомирської області

 Дмитрук Ніна Петрівна

Завірено

Директор школи

 Дмитрук Н. П.

