УДК 372.874

В.Г. Тарасов,
кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Л.П. Ніздрай,
старший викладач;
Т.А. Присяжнюк,
асистент
(Житомирський державний університет імені Івана Франка)

ЕСТЕТИКА МАТЕМАТИЧНОГО ПОШУКУ

У статті розглядаються виховні й розвиваючі можливості естетичного впливу на учнів математичного пошуку – як самого процесу, так і його результатів. Аналізується роль такого пошуку в формуванні стійкого інтересу до математики. Наведено висловлювання видатних математиків й аматорів цієї науки про величезну естетичну та евристичну цінності раціональних і витончених математичних міркувань.

У контексті сьогоднішніх реалій перспективною є культурологічна модель української освіти. У культурологічній моделі освіти створюються педагогічні умови, сприятливі для включення особистості в процес культурної творчості.

У мікровіковий період розвитку в молодших школярів домінують художньо-пізнавальні інтереси, емоційно-образне сприймання довкілля. Це період правдоподібних контурних зображень, схематичного образотворення (інспірованої експресії), візуального реалізму. Розвиток навчання й виховання "через мистецтво", залучення до конструювання, дизайн-освіта є природовідповідною основою для художньо-пізнавальної діяльності учнів 6-10 років.

Дизайн – це вид проектувальної, конструктивної діяльності, спрямованої на формування естетичного середовища, це художнє проектування й конструювання виробів, що мають естетичні властивості. Категорія прекрасного виділилася завдяки діяльності людини. Вирішальну роль в усвідомленні прекрасного й вираженні його в поняттях науки відіграла математика.

Саме потягом до краси зумовлені численні пошуки вченими й любителями математики нових доведень вже доведених теорем, нових розв’язань вже давно розв’язаних задач. Від часів Стародавньої Греції до наших часів не припиняється потік нових доведень знаменитої теореми Піфагора, різних некласичних квадратур круга, трисекції кута та подвоєння куба. К.Ф. Гаусс у 1799, 1815, 1816 і 1849 рр. дав чотири різні доведення основної теореми алгебри. Він неодноразово повертався і протягом 1808-1817 рр. дав не менш як шість різних доведень квадратного закону взаємності, який вважають основною теоремою теорії чисел.

Відомий математик Хаусдорф сказав, що в математиці є щось захоплююче, вона дає ту радість, заради якої людина готова на будь-які труди. Ці слова підтверджують той факт, що в математику ведуть різні шляхи. Але в усіх випадках перші самостійно зроблені відкриття викликають глибоке естетичне почуття й піднесення.

Геніальний французький вчений Блез Паскаль, якому пощастило зазнати найвищих злетів математичної творчості, з дитинства був безмірно закоханим у математику, сказав: "Предмет математики настільки серйозний, що інколи корисно робити його трохи цікавим" [1: 85].

Особливо великі можливості для формування розуміння естетики пошуку істини дають алгебра й геометрія. Угорський математик Роза Петер влучно сказала, що кожна формула – це вияв нашої радості з приводу того, що всі задачі якогось типу або класу вдалося розв’язати за допомогою однієї і тієї самої думки [1: 113]. Справді, кожна алгебраїчна або геометрична задача – це логічна схема, каркас, який ми знаходимо, щоб наповнити конкретним змістом, розв’язуючи задачі з різних галузей знань.

Краса в математиці нерідко зумовлена чіткістю й раціональністю думки, способу доведення. Важливо, щоб учень бачив у бездоганній стрункості міркувань не тільки одну зі специфічних внутрішніх якостей математики, а й одну з її естетичних сторін. Красивий підхід до задачі є творчий; він протидіє шаблону, трафарету, наприклад:

Обчислити: $x=\left(\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{12}+\left(\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{12}$.

Відомо, що

$$\sqrt[3]{1}=\begin{cases}1=\alpha_0;\\ \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}=\alpha_1;\\ \dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}=\alpha_2.\end{cases}$$

Тоді чисельники в заданому прикладі можна записати так:

$$\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{12}=2^{12}\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{12}=2^{12}\left[\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{3}\right]^{4}=2^{12}\cdot 1^{4}=2^{12};$$

$$\left(-1-i\sqrt{3}\right)^{12}=2^{12}\left[\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^{3}\right]^{4}=2^{12},$$

а знаменники матимуть вигляд:

$$(1\pm i)^{12}=\left[(1\pm i)^{2}\right]^{6}=(\pm 2i)^{6}=-2^{6}.$$

Підставивши одержані результати, матимемо:

$$x=\frac{2^{12}}{-2^{6}}+\frac{2^{12}}{-2^{6}}=-2\cdot 2^{6}=-128.$$

Деякі арифметичні задачі допускають два чи кілька варіантів розв’язування. Такі задачі є ефективним навчальним матеріалом, на основі якого в учнів пробуджується допитливість, самостійність мислення.

Розв’язування задач різними способами веде до розвитку й уміння всебічно аналізувати задачну ситуацію. Проте, тут важливий ще й сам факт існування різних способів розв’язування. Усвідомлення цього є кроком до пошуку кращого способу, що приводить, у свою чергу, до встановлення нових зв’язків між величинами або використання відомих зв’язків у нових умовах.

У початкових класах застосовується проблемний метод. Це невеликі пошукові задачі, що розкривають основні етапи процесу дослідження: спостереження й вивчення математичних фактів, з’ясування незрозумілих явищ, які потрібно дослідити, складання плану дослідження та його здійснення, формулювання висновку.

Проблемне навчання охоплює такі поняття: проблему, проблемну задачу, проблемну ситуацію. У проблемній задачі порівняно з проблемою обмежене поле пошуку. Умова задачі дає змогу шукати відповідь тільки на основі наведених даних, які визначають шляхи пошуку. Проблемна ситуація – це особливий вид інтелектуальних труднощів, що виникають тоді, коли учень усвідомлює завдання, але знань для його виконання у нього бракує. Однак їх цілком достатньо, щоб почати пошук способу розв’язування.

Естетичну цінність математичних моделей давно взяла на озброєння педагогіка математики, зокрема, моделі геометричних фігур, унаочнення за допомогою графіків, графів або діаграм Ейлера-Венна відповідностей і відношень не тільки полегшують сприймання й запам’ятовування відповідної інформації, споглядання їх може принести справжню естетичну насолоду. Краса моделей заявляє про себе відразу, вона доступна "неозброєному" оку, підкорює довершеністю форм, симетричністю.

Не випадково у всьому світі користуються великою популярністю дотепні, сповнені глибокого змісту й своєрідної математичної краси малюнки голландського художника Мауріца Корнелюса Ешера (1898-1971). Це справжні математичні шедеври, кожен із яких ілюструє певні математичні факти й водночас є добіркою геометричних задач.

Але в математиці є й інші, глибші рівні естетичної цінності. Внутрішня логіка притаманна кожній галузі теоретичного знання. У математиці вона проявляється з особливою виразністю і є одним із важливих компонентів математичної естетики. Однозначність ланцюгів логічних умовиводів справляє велике враження на кожного, хто проходить нелегкі дороги доведення теорем або розв’язування задач, прикладів.

У процесі навчання учнів початкових класів вчать самостійно знаходити та формулювати певні арифметичні властивості, закономірності. Отож, можна рекомендувати їм виконати ряд таких логічних операцій:

- спостереження явищ чи об’єктів, що вивчається, їх пробні перетворення з метою знаходження "ключа" перетворення;
- формулювання (опис) "ключа" перетворення, тобто формулювання певної гіпотези (передбачення);
- перевірка сформульованої гіпотези на практиці;
- остаточне формулювання певного правила, певної властивості, певної закономірності.

Наприклад, уже в першому класі під час вивчення зв’язку дій додавання і віднімання можна запропонувати дітям самостійно знайти і сформулювати правило знаходження невідомих компонентів дії віднімання, розв’язуючи приклади з "віконечками": ↑– 3 = 5; 9 –↑= 2.

Можна пояснити учням, що шлях знаходження "ключа" для розв’язання такого завдання є самостійно складені приклади на віднімання, в яких всі компоненти відомі.

Діти шукають "ключ" самостійно. Бажано, щоб вони пояснили свої дії, виконуючи такі логічні операції:

- формулювання твердження, яке передає знайдений зв’язок заданого явища, за яким велося спостереження, з іншими явищами;
- доведення того, що знайдений зв’язок має справді стійкий, тобто закономірний характер.

Математичним поняттям теж притаманна внутрішня краса, доступна тим, хто розуміє всю глибину творчого злету думки, завдяки якій стала можливою поява таких математичних шедеврів, як "нуль", "порожня множина", "нескінченність", "границя", "похідна", "інтеграл".

В ідеальному випадку математична діяльність учнів має бути безперервним пошуком, у процесі якого вони під керівництвом учителя в надзвичайно короткі строки відкривають для себе математику, на створення якої людство витратило багато тисячоліть.

Мова сучасного курсу шкільної математики, насамперед, теоретико-множинна, й логічна символіка, допомагають скорочувати розв'язування задач і доведення теорем, а тому невіддільна від естетики математики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

1. Вірченко Н.О. Математика в афоризмах, цитатах і висловлюваннях. – К., Вища школа, 1974. – 210 с.

Матеріал надійшов до редакції 09.01. 2007 р.

Тарасов В.Г., Низдрай Л.П., Присяжнюк Т.А. Эстетика математического поиска.

В статье рассматриваются воспитательные и развивающие возможности эстетического воздействия на учащихся математического поиска – как самого процесса, так и его результатов. Анализируется роль такого поиска в формировании устойчивого интереса к математике. Приведены высказывания выдающихся математиков и математиков-любителей этой науки об огромной эстетической и эвристической ценности рациональных и изящных метаматематических рассуждений.

Tarasov V.G., Nizdray L.P., Prisyazhnyuk T.A. The Aesthetics of mathematical research.

The article considers educational and stimulating possibilities of mathematical research (by the process and its results) aesthetic influence on pupils. The role of the research in the formation of stable interest to mathematics is analysed. The aphorisms of prominent mathematicians and amateurs on the great aesthetic and heuristic value of rational, elegant mathematical arguing are cited.