

Історичні задачі на практичних заняттях з теорії чисел

На практичних заняттях окрім формування вмінь і навичок практичного застосування теретичних знань потрібно розвивати творчі здібності студентів шляхом розв'язування таких задач, що потребують незалежного мислення, винахідливості, самостійності, напруження розуму. Одним із засобів підвищення творчого рівня студентів є історичні задачі. Це задачі, збережені історією, створені великими математиками, задачі з давніх трактатів, підручників та інших друкованих джерел.

Нами пропонуються історичні задачі до практичних занять з теорії чисел на теми: подільність чисел, ділення з остачею, НСД, НСК; прості та складені числа; спеціальні прості числа; ланцюгові дробі та діофантові рівняння; порівняння чисел за модулем, теорема Ейлера, теорема Ферма; порівняння з невідомою величиною; застосування порівнянь.

Наведемо приклади деяких задач.

1. Задача Піфагора (бл. 580 – 500 р.р. до н.е.) [1, с. 385]

Кожне непарне число, крім одиниці, є різницею двох квадратів.

Ця задача у школі Піфагора розв'язувалася геометрично [2, с. 68]. Одиниці подавали у вигляді квадратів, а послідовні числа у вигляді "гномонів", тобто фігур Г-подібної форми, що складаються з напарної кількості квадратів (одиниць). Якщо від квадрата відняти "гномон", що подає непарне число, то одержиться квадрат, тобто $(n+1)^2 - (2n+1) = n^2$.

Розв'язуючи цю задачу слід звернути увагу на те, що грецькі математики будували алгебру на геометричній основі, та запропонувати для деяких інших задач здійснити геометричний підхід.

2. Задача Сунь-Цзи (китайський математик III – IV ст.) [3, с. 255]

Знайти число, яке при діленні на число 3 дає остачу 2, при діленні на 5 дає остачу 3, а при діленні на 7 – остачу 2. Корисно розв'язати цю задачу різними способами: авторським способом, елементарним та способом конгруенцій. [4, с. 54]

Сунь-Цзи розв'язує свою задачу за правилом: "При діленні на 3 остача 2, тому візьміть 140. При діленні на 5 остача 3, тому візьміть 63. При діленні на 7 остача 2, тому візьміть 30. Додавши їх разом, отримаємо 233, з цього відніміть 210, і ми отримаємо відповідь".

Нехай N – шукане число. $N-2$ ділиться на 3 і 7, найменше спільне кратне яких дорівнює 21, тому $N-2=21k$, $N=21k+2$. Отримаємо числа 23, 44, 65, 86, 107, ... Знайдемо те, яке при діленні на 5 дає остачу 3. $N=23$.

Сформульована задача була популярна серед європейських математиків пізніших епох, її називали "китайська задача про остачі". Можна запропонувати сучасний метод розв'язування за допомогою порівнянь.

3. Задача Гольдбаха (1690 – 1764) [1, с. 141]

Довільне непарне число, яке більше 5, можна подати у вигляді суми трьох простих чисел. Перевірте це на прикладі кількох двозначних чисел. [2, с. 33]

$77=53+17+7$, $461=449+7+5$ або $461=257+199+5$ тощо.

Це твердження назване "проблема Гольдбаха". У першій половині XVIII ст. Ейлер пропонував доведення, що використовує твердження (проблема Ейлера): кожне парне число, починаючи з чотирьох, можна розкласти на суму двох простих чисел. Але проблема Ейлера не доведена. У 1937 році радянський вчений І.М. Виноградов довів проблему Гольдбаха для достатньо великих непарних чисел.

Знайомство з цією задачею показує, що в математиці існують складні нерозв'язані проблеми, які чекають свого вирішення.

4. Задача Омара Хайяма (1048 – бл. 1131) [1, с. 500].

Найбільш точний календар запровадив у Персії у 1079 році знаменитий поет, астроном, математик і філософ Омар Хайям. Він запровадив цикл в 33 роки, в якому 7 разів високосний рік вважався четвертим, а 8-й раз високосний був не четвертий, а п'ятий рік. Отже, це вісім зайвих діб на 33 роки, тобто $365\frac{8}{33}$. Довести, що це є третій підхідний дріб ланцюгового дробу, що виражає істинну кількість днів року [5, с. 196].

В історичній довідці до цієї задачі студенти знайомляться з сенсаційним відкриттям – математичні трактати та чотиривірші-рубаї належать перу однієї людини – різностороннього вченого та великого поета Омара Хайяма.

5. Задача Х. Гюйгенса (1629-1695) [6, с. 224]

Ця задача, як і попередня, допомагає з'ясувати роль математики в практичній діяльності людини.

Під час створення у Парижі першого у світі планетарію видатний механік, фізик і математик XVII століття Гюйгенс вирішив виготовити модель для імітації руху всіх планет сонячної системи. Так, потрібно було виготовити зубчаті колеса з відношенням кутових швидкостей $938/727$. Виготовити міцні колеса з 938 і 727 зубцями не можна, тому потрібно підібрати колеса з меншою кількістю зубців, щоб похибка була як можна меншою.

В якості найкращих наближень Гюйгенс використав підхідні дробі відповідних ланцюгових дробів. Якщо виготовити зубчаті колеса з 40 і 31 зубцями, то відношення їх кутових швидкостей дорівнюватиме $40/31$ і буде відрізнятися від заданого відношення $938/727$ менше ніж на 0,00001 (практично така похибка не відчутна).

6. Задача з підручника С.Банаха, В.Серпінського, В. Сожека "Арифметика" 1933 року видання для 1 гімназійного класу. [1, с. 33, 434]

Вирази, названі іменами видатних математиків, при підстановці в них замість змінних цілих чисел із вказаних проміжків, даватимуть прості числа: а) вираз Лежандра $2x^2 + 29$ для чисел x від 0 до 28; б) вираз Ейлера $x^2 + x + 41$ для чисел x від 0 до 39; в) вираз Скотта $x^2 - 79x + 1601$ для чисел x від 0 до 79.

Обчисліть значення цих виразів при кількох значеннях змінної з вказаних проміжків і переконайтеся, що ці значення справді є простими числами. Чи можна вважати ці вирази формулами простих чисел? [7, с. 25]

Підставляючи числа з вказаних проміжків, дійсно отримуємо прості числа. Але вже при $x=29$ вираз Лежандра дає складене число, що ділиться на 29; при $x=40$ значення виразу Ейлера ділиться на 41; при $x=80$ вираз Скотта є складене число 41^2 .

Розв'язуючи цю задачу, потрібно звернути увагу на ті помилки, які допускали вчені різних часів.

Розв'язування таких задач вимагає творчого підходу: студентам необхідно підготувати історичну довідку, знайти авторський спосіб розв'язання задачі, запропонувати свій спосіб, проаналізувати різні способи тощо. Вміння і навички самостійної роботи над історичними задачами є основою творчої діяльності, такі задачі привертають увагу студентів, забезпечують свідоме засвоєння предмету, сприяють вихованню та розвитку студентів. Найважливішим є те, що вони дадуть можливість майбутнім фахівцям у подальшій роботі розповісти своїм учням про математику, як найбільш оригінальне творіння людського розуму.

Література

1. Бородін О.І., Бугай А.С. Біографічний словник діячів у галузі математики. – К.: Вища шк., 1973. – 552 с.
2. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математики. – Минск: Высшая шк., 1978. – 270 с.
3. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – Ч. 1. – 400 с.
4. Бевз В.Г. Практикум з історії математики. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – 312 с.
5. Бородін О.І. Теорія чисел. – К.: Вища шк., 1970. – 275 с.
6. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966, 384 с.
7. Тадеєв В.О. Неформальна математика. 6 – 9 кл. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. – 288 с.

Анотація. Дідківська Т.В., Сверчевська І.А. Історичні задачі на практичних заняттях з теорії чисел.

Розглядаються історичні задачі з теорії чисел як засіб розвитку інтелектуальних і творчих здібностей студентів. Подано приклади деяких таких задач до практичних занять з різних тем. Кожна задача названа іменем вченого, який її розв'язав. Також наведено історичні довідки про появу і розв'язання цих задач.

Ключові слова: історичні задачі, творчі здібності, теорія чисел, видатні математики.

Аннотация. Дидковская Т.В., Сверчевская И.А. Исторические задачи на практических занятиях по теории чисел.

Рассматриваются исторические задачи по теории чисел как средство развития интеллектуальных и творческих способностей студентов. Подано примеры таких задач к практическим занятиям по различным темам. Каждая задача названа именем ученого, который ее решил. Также приведены исторические справки о возникновении и решении этих задач.

Ключевые слова: исторические задачи, творческие способности, теория чисел, выдающиеся математики.

Summary. Didkivska T.V., Sverchevska I.A. Historical tasks on number theory practical training

The paper deals with historical tasks on number theory as means of the development of students' intellectual and creative skills. The examples of such tasks are given. Every task is named after the mathematician who solved it. The historical reference about origins and solutions of these tasks are also given.

Key words: historical tasks, creative skills, number theory, outstanding mathematicians.