УДК 371.3:514.18

О.В. Фонарюк,
асистент;
І.Г. Ленчук,
кандидат технічних наук, професор
(Житомирський державний університет імені Івана Франка);
Л.В. Лось,
доктор технічних наук, професор
(Державний агроекологічний університет)

ДОЦІЛЬНІСТЬ ФРАГМЕНТАРНОГО ЗАСТОСУВАННЯ В ЗОШ МЕТОДІВ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

У статті пропонується шляхом введення в ЗОШ елементів нарисної геометрії спростити доведення стереометричних пропозицій, а отже, посилити конструктивну складову й розуміння учнями їх суті. Наведено конкретні приклади оптимізованого рисунково-символічного обґрунтування комплексних позиційних тверджень стереометрії.

Проблема. Вже тривалий час спостерігається прикрий для нас, фахівців, якісний спад в оволодінні основами геометрії в середніх загальноосвітніх закладах, всупереч тому, що геометрія найкраще розвиває просторові уяву та уявлення учнів, привчаючи молодь образно мислити, створюючи передумови зображувальних форм життя, що є потужним фактором творчого підходу в багатьох галузях знань, ефективного вирішення, при нагоді, нестандартних прикладних задач науки й техніки.

Геометрії навчають традиційно, починаючи системну постановку й розв’язання пропозицій на площині з наступним переходом до об’єктів тривимірного простору. Така традиція ніби-то підтверджує загальну педагогічну істину: "від простого до складного", хоча стосовно геометрії ця істина повинна бути уточнена. Справа в тому, що площинні міжелементні зв’язки й відношення не завжди дохідливіші просторових, тобто об’ємних взаємозалежностей і виражень. Стереометричні зображення фігур та їх комбінацій "без правил" теж, за певних умов, не розкривають вичерпно геометричну суть об’ємних геометричних конструкцій, наприклад, у розв’язуванні метричних задач на проекційних кресленнях-картинах.

Взагалі дитина природно сприймає дійсність в об’ємі. Малювання і креслення теж сприяють ефективному розвитку об’ємного мислення. Тому початок вивчення геометрії з суто площинних властивостей фігур планіметричного многовиду через оригінальне зображення останніх може дещо стримувати активний розвиток творчої об’ємної уяви школярів.

На наш погляд, розвиток просторових уявлень та уяви учнів поліпшиться при виваженому застосуванні в навчальному процесі методів нарисної геометрії в їх елементарному поданні. Крім того, вказаний підхід буде сприяти кращому розумінню першопредмету, що важливо, бо просторове об’ємне мислення засобами конструктивної геометрії (зокрема нарисної) значно ефективніше в разі одномоментного охвату дійсності, ніж формальне аналітичне.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Нами не виявлено фундаментальних наукових статей та посібників, в яких розглядалося б досить обґрунтоване і результативне застосування методів нарисної геометрії в шкільному курсі дисципліни. Про можливість формування й розвитку образного мислення учнів шляхом конструктивного розв’язування багатьох притаманних предмету питань є багато літератури [1; 2; 3]. Наукові аспекти методики навчання побудовній метричній геометрії в найближчі минулі роки розглядались дещо у звужених рамках, локально, не піднімаючись до широких узагальнень і без побудови збагачених теорій, іноді опускаючись до нюансів. Такий стан певною мірою привів до вищевказаного спаду в оволодінні прийомами й методами метричної евклідової геометрії випускниками ЗОШ та й навіть вищих педагогічних НЗ.

Не можна стверджувати, що зовсім не було творчих, талановитих праць із методики навчання геометрії в середніх і вищих закладах освіти. Шкода, але їх перелік свідчить, що це швидше виключення з правил, ніж правило. Вченими розглядалися окремі важливі аспекти підвалин конструктивної метрики в розділі "Стереометрія" [4; 5; 6].

Необхідно також зауважити, що на цьому етапі вироблення новітніх методологічних схем і засад навчання геометрії, не зліквідована традиція заміни дещо недосконалих геометричних прийомів доведення теорем, особливо стосовно об’ємних геометричних конструкцій, пов’язаних із точною метрикою, розширеними словесними поясненнями, які органічно призводять до нівелювання і нехтування можливостями графіки.

Мета, постановка завдання. Виходячи з нагальної потреби поліпшення якісної складової у виробленні вмінь і навичок образного мислення учнів із метою поліпшення результативності навчання геометрії, що надважливо, доцільно в програмах ЗОШ передбачити певні фрагменти (принципи, прийоми, методи) нарисної геометрії, які здатні поглибити та розширити можливості розуміння предмету взагалі та посприяти ефективному розвитку просторових уяви і уявлень випускників ЗОШ. Крім зазначеного, введення і наступне використання методів нарисної геометрії дозволить познайомити учнів з точною (метрично розмірною) метрикою, особливо в розв’язуванні досить цікавих задач на перпендикулярність прямих і площин та на перетини поверхонь і тіл.

Виклад основного матеріалу дослідження. В існуючій практиці формального розкриття об’ємних закономірностей геометрії рисунок, що є "ключем" до результату, нерідко сам по собі результату не вміщує. Тому для кращого розуміння реального відображення ситуації в мозку, ***доцільно поставити рисунок на перше місце***, зробити багатоінформативну демонстрацію геометричної пропозиції, тобто, крім ілюстративної функції, надати рисунку функцію повного доведення, що вирішує найбільш важливі або важкі питання, наприклад, точного вирішення різноманітних позиційних і метричних задач.

Досягнення поставленої мети розкриємо на доведенні лише двох простих, проте цікавих теорем.

Теорема 1 (Т.1). Через точку, що не лежить на двох мимобіжних прямих лініях, можливо провести пряму і притому тільки одну, яка перетинає задані мимобіжні прямі.

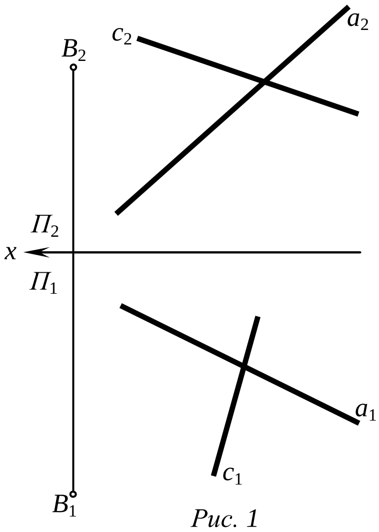


Рис. 1

$$(\forall a, c, B((a \dot{-} c) \wedge (B \notin a, c)))$$

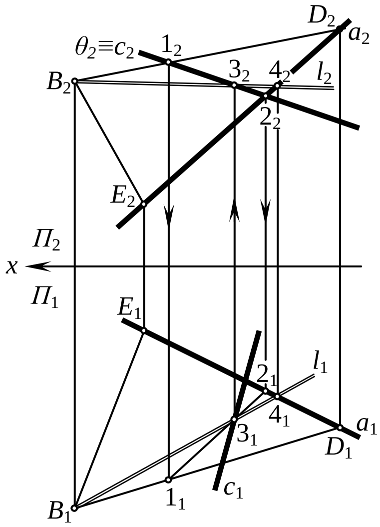


Рис. 2

$$(\forall a, c, B((a \dot{-} c) \wedge (B \notin a, c))) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (\exists! l(B \in l) \wedge (l \cap a, l \cap c))$$

Доведення. На рис. 1 зображена умова теореми і наведено логіко-аналітичний запис умови. На рис. 2 геометрично розкрито з допомогою методів нарисної геометрії [7; 1], доведення теореми Т.1, що разом із логіко-аналітичним записом, розміщеним під рис. 2, повністю розкриває суть і всі нюанси доказу достовірності Т.1. Використовуються логіко-аналітичні знаки та графічні особливості побудов, а саме: малі латинські літери позначають лінії (в нашому випадку прямі лінії); площини позначаються великими літерами грецького алфавіту, до позначення проекцій площин додаються числові індекси; горизонтальна площина проекцій позначається великою грецькою літерою *П* з індексом 1, фронтальна – *П* з індексом 2; на додаткових площинах проекцій – індекси 4, 5. Така ж особливість індексації позначень ліній та точок. Точки позначаються або великими латинськими літерами, або арабськими цифрами. Квантори, кон'юнкція та імплікація – позначені традиційно [8; 9; 10; 1].

Теорема 2 (Т.2). Через дві мимобіжні прямі лінії завжди можливо провести тільки одну пару паралельних між собою площини.

Доведення. На рис. 3 зображена графічна умова теореми 2 і наведено логіко-аналітичний запис умови. На рис. 4 показане графічне доведення теореми з використанням методу заміни площин проекцій. Під рис. 4 дано логіко-аналітичний запис теореми. По ходу доведення зроблені три аналітичні пояснення, хоча для фахівця їх доцільність сумнівна.

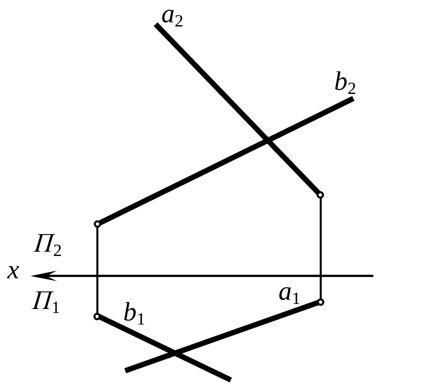


Рис. 3

$$\forall a \dot{-} b, \Sigma_m, \Delta_n, ((b \in \Sigma) \wedge (a \in \Delta) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \exists 1(\Sigma \parallel \Delta))\,?$$

1. $a \dot{-} b$

2. $\Pi_4 \parallel a$, $\Pi_4 \perp \Pi_1$

3. $\Pi_5 \perp a$, $\Pi_5 \perp \Pi_4$

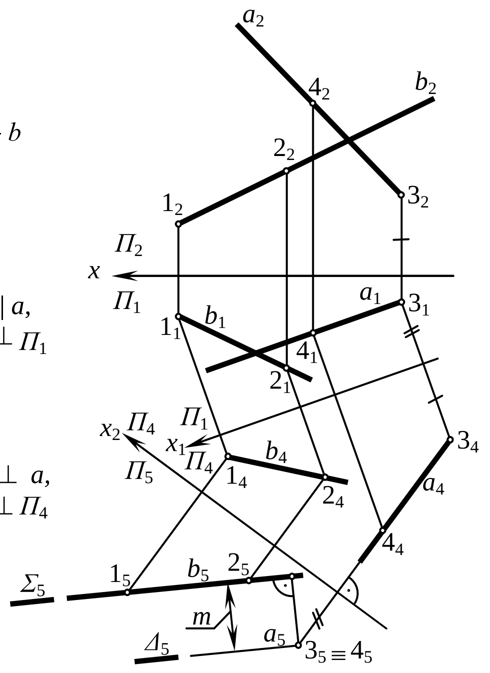


Рис. 4

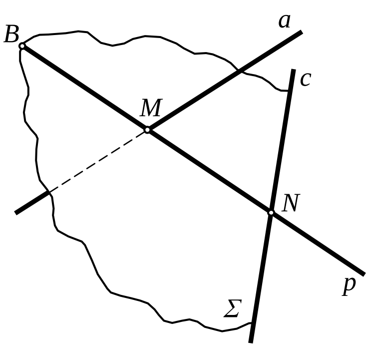
$$\forall \Sigma_m, \Delta_n, a \dot{-} b(((b \in \Sigma) \wedge (\Sigma \perp \Pi_5) \wedge$$
$$\wedge (a \in \Delta) \wedge (\Delta \perp \Pi_5) \wedge (a \dot{-} b)) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \exists 1(\Sigma \parallel \Delta))$$

Доведення тверджень Т.1 і Т.2 рисунково, в загальногеометричній формі подано відповідно на рис. 5, 6.

Вивчення графічних доказів Т.1 і Т.2 в якійсь мірі свідчить, що вербальний запис і пояснення цього дійства при якісному графічному розкритті може бути зайвим, якщо, звичайно, учні засвоїли основні поняття та привчені до творчого осмислення геометричних побудов.

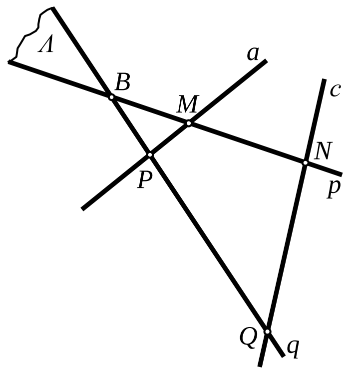
На наш погляд, за нинішніх умов наукового забезпечення процесу навчання шкільній геометрії є бажаними напрацювання і закладання основ теорії оптимізації доведень геометричних теорем у найбільш складній царині, а саме, в об’ємних геометричних конструкціях. Причому ця теорія повинна бути аксіоматичною не лише з метою дотримання традицій в геометрії (аксіоми Евкліда), а й враховуючи досить високий рівень логіко-математичної розробки методу аксіоматизації на сьогодні. Відмітимо коротко деякі головні моменти. Вважається, що вся теорія потенційно сконцентрована в поняттях (термінах), вважаючи їх абстракціями, що відображають суттєві ознаки об’єктів вивчення. У побудові теорії доцільно мінімізувати її вихідні посилання, тобто намагатися привести до найменшої кількості основних понять і аксіом. Теоретичним вираженням логічної завершеності наукової теорії є формалізація, якщо вона зв’язує структуру теорій: принципи, судження, поняття, аксіоми, теореми, наслідки, закони та інші елементи теорії. Основна мета формалізації – доповнити та уточнити знання. Побудова теорії, як аксіоматичної, забезпечує строгість її структури, захищає від свавілля при визначенні істинності наукових тверджень. Вдала аксіоматизація теорії засвідчує сталість знань у відповідній галузі науки. Прийнята система аксіом повинна відповідати вимогам несуперечності, повноти й незалежності. Хоча аксіому нерідко визначають як теорему, доведення якої присутнє в її формулюванні, або як повністю зрозуміле (із практики) судження, в істинності якого немає сумнівів, побудова аксіом іноді викликає великі труднощі та протиріччя. Згадаймо аксіому паралельності прямих ліній, або аксіому вибору, або аксіому детермінованості [11]. Останні з указаних аксіом (що віднесені до теорії множин) фактично мають протиріччя між собою, аксіома вибору незвична за формулюванням. Ці аксіоми теж викликали негативне ставлення до них багатьох відомих математиків. Виходячи із сказаного, в математиці зародилася традиція вказувати авторів аксіом, щоб знати, хто на себе має взяти відповідальність на період оприлюднення та критики аксіом. Тому першу аксіому теорії, яку ми почали оприлюднювати, пов’язуємо з іменем проф. Л. В. Лося.

існування



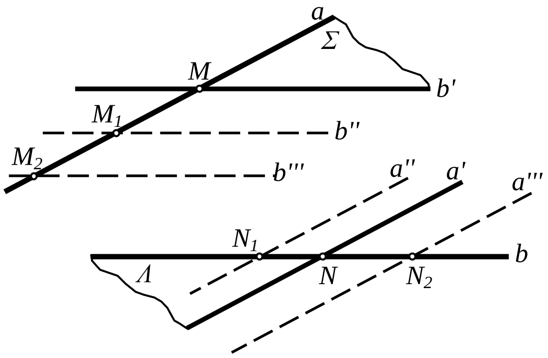
1) $(B, c) \in \Sigma$;
2) $a \cap \Sigma = M$;
3) $B \wedge M = p$;
4) $p \cap c = N$.

єдиність *(методом від супротивного)*



$(p \cap q = B) \Leftrightarrow \Lambda$;
$(a, c) \in \Lambda$ - протиріччя!

Рис. 5



існування

1) $M \in a$;
2) $(M \in b' \parallel b) \Rightarrow \Sigma(a \cap b')$;
3) $N \in b$;
4) $(N \in a' \parallel a) \Rightarrow \Lambda(b \cap a')$;
5) $\Sigma \parallel \Lambda$.

єдиність

1) $\forall b', b'', \ldots \exists 1 \Sigma$;
2) $\forall a', a'', \ldots \exists 1 \Lambda$.

Рис. 6

Аксіома 1 (А.1). Доступність змісту доведення будь-якої геометричної пропозиції характеризується відсутністю необхідності словесних пояснень в її обґрунтуванні.

Аксіома 1, образно кажучи, "відкриває" "Теорію оптимізації доведення теорем об'ємних геометричних конструкцій з точною метрикою отриманих результатів", про яку ми поки що заявляємо декларативно. Створення такої теорії – відповідальний крок, який потребує вже на самому початку оцінювання і науковців-математиків, і математиків-практиків наскільки це важливо в загальному руслі виконання завдань, поставлених перед загальноосвітньою школою нинішнім переломним періодом в житті України. Українська загальноосвітня школа не може стояти осторонь від важких випробувань, які знову насуваються на українську економіку. Найближчим із них є вступ України до Світової Організації Торгівлі (СОТ). Цей вступ вимагає інтенсивної підготовки сучасних спеціалістів по створенню нової техніки та продукції взагалі на високому конкурентноздатному рівні, тому що після вступу в СОТ Україна стане відкрита для товарів більшості країн світу майже без митних бар'єрів, а це може привести до великих втрат в економіці, бо багато українських підприємців випускають не конкурентноздатну продукцію й можуть повністю зупинити виробництво.

Висновки. Враховуючи, що середні загальноосвітні заклади готують майбутнє України в найближчій та подальшій перспективі, необхідно невідкладно відреагувати на такий відповідальний виклик часу, зокрема з приводу вступу України в СОТ.

Гарантоване досягнення високої якості підготовки сучасних спеціалістів у ВНЗ вимагає від ЗОШ термінового покращення навчання молоді в напрямку глибокого засвоєння правил і законів математики. Особливо це потрібно для математизації прикладних наук із метою організації найбільш ефективного виробництва. Важливу роль у цьому процесі може відіграти геометрія. Тому удосконалення викладання шкільної геометрії надзвичайно доцільне.

Геометрія повинна мати орієнтовано прикладний характер, розвиваючи в молоді інтерес до будівництва, архітектури, сільського господарства, до машин, верстатів із числовим програмним управлінням, робототехніки тощо, тобто взагалі до матеріальної складової розвитку людства. Паралельним напрямком, простим впровадженням законів геометрії в ЗОШ повинно бути повноцінне креслення, обов'язково з основами конструювання, тому що теоретична сторона креслення базується значною мірою на розвинутій геометрією здатності творчого уявлення, уяви та образного мислення.

Геометрія, поєднуючи "живу уяву зі строгою логікою", передає технічним наукам точність і визначеність побудови геометричних форм, що створює широкі можливості розв'язування прикладних задач. Шкільна геометрія, збагачена методами нарисної геометрії, збільшить органічне поєднання інженерної графіки та багатьох технічних наук, що підвищить їх прикладну ефективність.

Перспектива подальших досліджень у такому напрямку вбачається в створенні "Теорії оптимізації доведень теорем об'ємних геометричних конструкцій з точною метрикою отриманих результатів", яка на основі творчого введення елементів нарисної геометрії в шкільну геометрію дозволить покращити й поглибити навчання першопредмету, що дуже важливо для процесу підготовки сучасних спеціалістів промисловості й сільського господарства України.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия: Учебник для втузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1983. – 240 с.
2. Четверухин Н.Ф. Стереометрические задачи на проекционном чертеже. – М.: Учпедгиз, 1952. – 128 с.
3. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур у курсі стереометрії. – К.: Радянська школа, 1953. – 188 с.
4. Ленчук І.Г. Про конструктивні підвалини метричної стереометрії // Освітні інноваційні технології у процесі викладання навчальних дисциплін. – Житомир: Вид. ПЦ ЖДУ, 2004. – С. 202-210.
5. Ленчук І.Г. Метод внутрішнього проекціювання в метричних задачах стереометрії // Математика в школі. – 2003. – № 8. – С. 19-24.
6. Ленчук І.Г. Дві реалізації метричної задачі стереометрії // Математика в школі. – 2005. – № 8. – С. 15-19.
7. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Теория доказательств: Пер. с нем. – М.: Наука, 1982. – 652 с.
8. Кириченко А.Ф. Теоретичні основи інженерної графіки: підручник для вищих технічних навчальних закладів. – Київ: ВД "Професіонал", 2004. – 496 с.
9. Павлова А.А. Начертательная геометрия: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 1999. – 304 с.
10. Формальная логика. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1977. – 357 с.
11. Кановей В. Г. Аксиома выбора и аксиома детерминированности. – М.: Наука, 1984. – 64 с.

Матеріал надійшов до редакції 25.04. 2007 р.

Фонарюк Е.В, Ленчук И.Г., Лось Л.В. Целесообразность фрагментарного применения в общеобразовательной школе методов начертательной геометрии.

В статье предлагается путём введения в общеобразовательной школе элементов начертательной геометрии упростить доказательства стереометрических предложений и, таким образом, усилить конструктивную составляющую и понимание учениками их сущности. Приведены конкретные примеры оптимизированного рисуночно-символического обоснования комплексных позиционных утверждений стереометрии.

Fonaruk O.V., Lenchuk I.G., Los' L.V. Practicability of fragmentary application of descriptive geometry methods in secondary schools.

The article considers introducing the elements of descriptive geometry to simplify the demonstration of stereometrical proposition at secondary school, which will facilitate students' understanding and enhance the constructional component. The authors put forward specific examples of optimized illustrative symbolic rationale of complex positional stereometrical statements.