Глушенок Олександр,

студент IV курсу, напрям підготовки «Математика*».

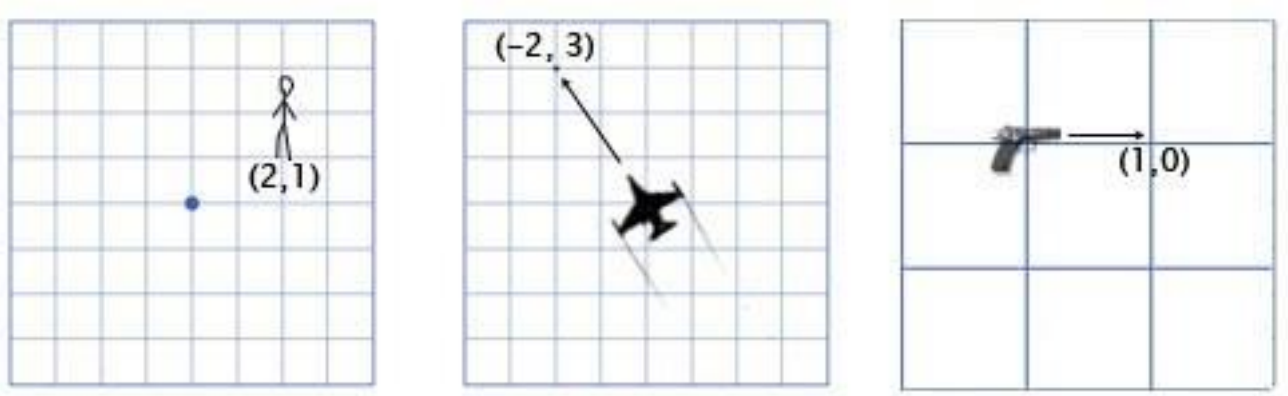
Науковий курівник – ***Чемерис О.А.***,

кандидат педагогічних наук, доцент

ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ У РОЗРОБЦІ КОМП'ЮТЕРНИХ ІГОР

Високий ступінь наочності і простота геометричних операцій над векторами як напрямленими відрізками сприяли тому, що поняття вектора знайшло загальне визнання і застосування у багатьох розділах фізики, математики, інформатики й, навіть, програмування [2]. Із розвитком прогресу векторна алгебра знайшла своє місце й у сфері інформаційних технологій.

Мета статті: описати роль векторів у розробці комп'ютерних ігор [3]. Актуальність матеріалу важко переоцінити, оскільки ігровий сектор займає вагоме місце в комп'ютерній індустрії. Кожного року в світі з'являється сотні нових ігор, тому даний матеріал буде корисний розробникам для покращення



Місцезнаходження *Швидкість* *Напрям*

своєї майстерності, а також для користувачів для розуміння процесу функціонування ігор. Ця стаття також дасть змогу викладачам зацікавити учнів чи студентів більш старанно вивчати математику й показати прикладну сторону векторної алгебри.

Чим краще ви розумієте лінійну алгебру, тим більший контроль ви отримуєте над поведінкою векторів і, отже, при створенні вашої комп'ютерної гри [1]. В іграх вектори використовуються для зберігання позицій, напрямів і швидкостей. Вище наведено приклад двомірного вектора. Позиційний вектор («радіус-вектор») вказує, що людина стоїть у двох метрах на схід і на одному метрі на північ від вихідної точки. Вектор швидкості показує, що за одиницю часу літак переміщується на три кілометри вгору і на два – вліво. Вектор напряму говорить нам про те, що пістолет направлений вправо.

Тепер дізнаємося як використовувати вектори.

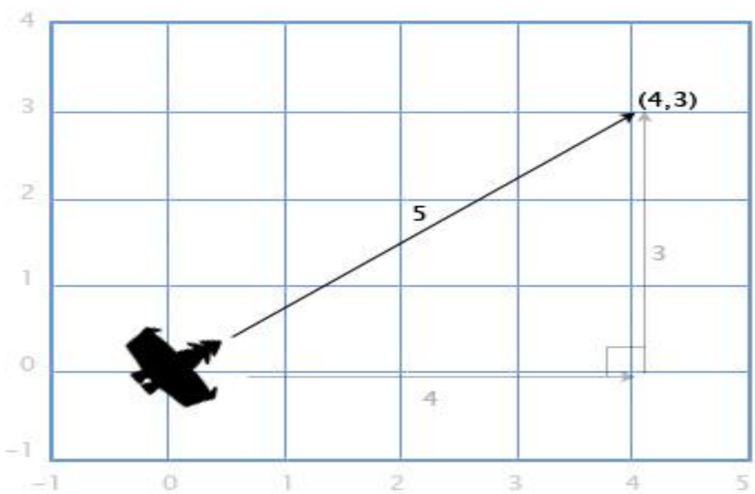
І. Довжина вектора

Якщо у нас є корабель з вектором швидкості $\vec{v}$ *(4, 3)*, нам також потрібно дізнатися як швидко він рухається, щоб порахувати потребу в екранному просторі або скільки буде потрібно палива. Щоб зробити це, нам слід знайти довжину (модуль) вектора $\vec{v}$. Довжина вектора $\vec{v}$ буде позначатися як $|\vec{v}|$ [3].

Ми можемо уявити $|\vec{v}|$ як гіпотенузу прямокутного трикутника з катетами *4* і *3* й, застосовуючи теорему Піфагора, обчислити гіпотенузу з виразу: $x^2 + y^2 = h^2$. У нашому випадку довжину вектора $\vec{h}$ з компонентами *(x, y)* ми отримуємо як : $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Отже , швидкість нашого корабля дорівнює:

$$|\vec{v}| = SQRT\,(4^2 + 3^2) = SQRT\,(25) = 5$$

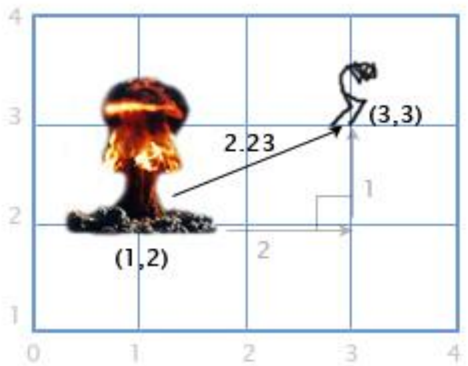


II. Відстань

Якщо гравець P знаходиться в точці *(3, 3)*, а вибух стався в точці E з координатами *(1, 2)*, нам треба визначити відстань між гравцем і вибухом, щоб розрахувати ступінь збитку, нанесеного гравцеві. Це легко зробити, комбінуючи дві вищеописаних операції: віднімання векторів і визначення їх довжини.

Ми віднімаємо $\vec{P} - \vec{E}$, а потім визначаємо довжину цього вектора, що й дає нам шукану відстань. Порядок проходження операндів тут не має значення, $|\ \vec{P} - \vec{E}\ |$ дасть той самий результат.

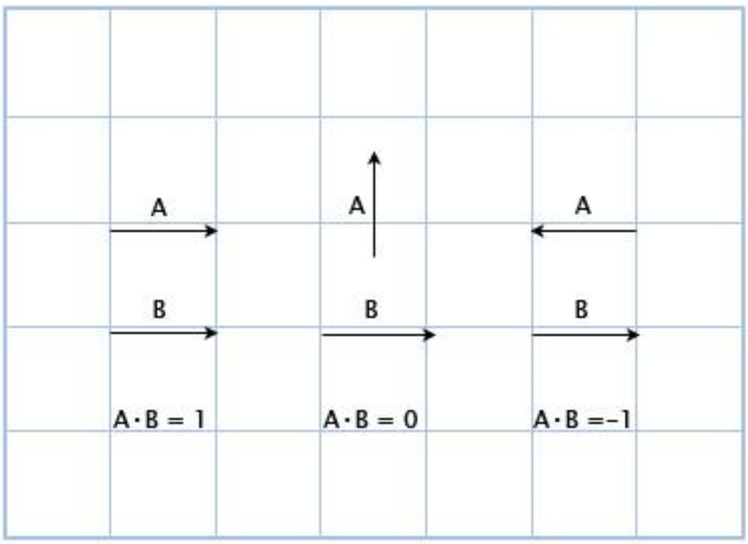
Відстань $|\vec{P} - \vec{E}| = |\overrightarrow{(3,3)} - \overrightarrow{(1,2)}| = |\overrightarrow{(2,1)}| = \sqrt{2^2 + 1^2}$ = *SQRT (5) = 2,23*



III. Скалярний добуток двох векторів

Щоб обчислити скалярний добуток двох векторів, ми повинні помножити їх компоненти (відповідні координати), а потім додати [2]: $a_1\, b_1 + a_2\, b_2$.

Наприклад: $\overrightarrow{(3,2)} \bullet \overrightarrow{(1,4)} = 3 * 1 + 2 * 4 = 11$. На перший погляд це



здається зрозумілим, але подивимося уважніше на малюнок. Тут ми можемо побачити, що якщо вектори однаково напрямлені, то їх скалярний добуток більший за нуль. Коли вони перпендикулярні один одному, то скалярний добуток дорівнює нулеві. І коли вони мають протилежні напрями, їх скалярний добуток менший за нуль [2].

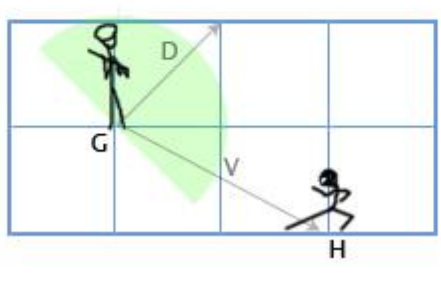
За допомогою скалярного добутку векторів можна розрахувати, скільки їх буде одного напряму. І хоч це лише мала частина можливостей скалярного добутку, але вже дуже для нас корисна [1].

Припустимо, що у нас є охоронець, розташований в *G (1, 3)*, який спостерігає в напрямку *D (1,1)*, з кутом огляду *180* градусів. Головний герой гри спостерігає за ним з позиції *H (3, 2).* Як визначити, чи знаходиться головний герой в полі зору охоронця чи ні? Визначимо це за допомогою скалярного добутку векторів $\vec{G}$ і $\vec{V}$ (вектора, напрямленого від охоронця до головного героя). Ми отримаємо наступне:

$$\vec{V} = \vec{H} - \vec{G} = \overrightarrow{(3,2)} - \overrightarrow{(1,3)} = \overrightarrow{(3-1, 2-3)} = \overrightarrow{(2,-1)}$$

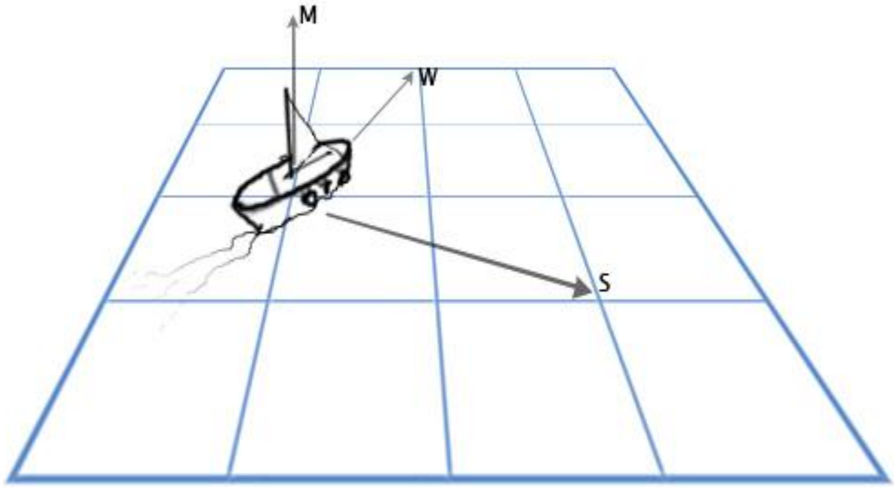
$$\vec{D} \cdot \vec{V} = \overrightarrow{(1,1)} \cdot \overrightarrow{(2,-1)} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) = 2 - 1 = 1 > 0$$

Отже, головний герой перебуває в полі зору охоронця.



IV. Векторний добуток двох векторів

Нехай відомий вектор щогли $\overrightarrow{\mathrm{M}}$, спрямованої прямо вгору $\overrightarrow{(0,1,0)}$ і напрям вітру $\overrightarrow{W}$ *(1, 0, 2).* Ми хочемо обчислити вектор напрямку вітрила $\vec{S}$, щоб найкращим чином «піймати вітер» [3]. Для виконання цього завдання ми використовуємо векторний добуток: $\vec{S} = \overrightarrow{M} \times \overrightarrow{W}$



Векторний добуток векторів $\vec{A}$ $(\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_{2,} \, \mathrm{a}_3)$ і $\vec{B}$ $(b_1, b_{2,} \, b_3)$ дорівнюватиме:

$$(a_2 b_3 - a_3 b_2, \ a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$$

Підставимо тепер відомі нам значення координат векторів:

$$\vec{S} = \vec{M} \times \vec{W} = (\overrightarrow{0,1,0}) \times (\overrightarrow{1,0,2}) =$$

$$= (\overrightarrow{[1 \cdot 2 - 0 \cdot 0], [0 \cdot 1 - 0 \cdot 2], [0 \cdot 0 - 1 \cdot 1]\,}) = (\overrightarrow{2,0,-1})$$

В цій статті описано лише декілька елементів векторної алгебри, які використовують для розробки комп’ютерних ігор. Насправді їх є набагато більше. Ця стаття показала, що векторна алгебра є потужним інструментом для розробників. Її прикладне значення важко переоцінити, тому вивчення цього матеріалу дає змогу студентам більш глибше розуміти структуру комп’ютерної гри, та, можливо, створити власний продукт. Викладачі можуть використовувати матеріал статті з метою мотивації, що значно підвищить рівень зацікавленості студентів.

Література

1. Эхерн Л., Створення комп'ютерних ігор без програмування, 2010.
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г., Аналитическая геометрия, М., 1968.
3. David Rosen Linear algebra for game developers [Электронний ресурс]. – Режим доступу до сторінки: http://blog.wolfire.com/2009/07/linear-algebra-for-game-developers-part-1/