

Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 40

Засновники:

Донецький
національний
університет

Інститут педагогіки
Національної академії
педагогічних наук
України

Національний
педагогічний
університет
ім. М.П.Драгоманова

Редакційна колегія:

О.І.Скафа, д-р пед. наук, проф.,
науковий редактор.
Г.В.Горр, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
О.Г.Кучерявий, д-р пед. наук, проф.,
Н.М.Лосєва, д-р пед. наук, проф.,
І.В.Гончарова, канд. пед. наук, доцент
О.В.Тимошенко, канд. пед. наук,
відповідальний секретар
(Донецький національний
університет),

Редакційна рада:

В.О.Гусєв, д-р пед. наук, проф.
(Московський державний педуніверситет, РОСІЯ).
І.О.Новік, дійсний член БАО, д-р пед. наук, проф. (Державний
педуніверситет, Мінськ, БЕЛАРУСЬ),
Й.Іванов, доцент, д-р.
(Шуменський університет ім. Єпископа К.Преславського,
БОЛГАРІЯ).
В.Б.Мілушев, д-р пед. наук, проф.
(Пловдивський університет ім. П.Хілендарського, Пловдив,
БОЛГАРІЯ)
І.Субботін, д-р фіз.-мат. наук, проф.
(Національний університет, Лос-Анджелес, США),
П.Самовол, канд. пед. наук, проф.
(Бен-Гуріонський університет, Бєср-Шєва, ІЗРАЇЛЬ).
М.В.Працьовитий, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
В.Г.Бєвз, д-р пед. наук, проф.,
В.О.Швєць, канд. пед. наук, проф.
(Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова м. Київ),
М.І.Буряк, академік НАПН України, док. пед. наук, проф.,
Ю.І.Мацьований, чл.-кор.НАПН України, канд. пед. наук,
Т.М.Хмара, канд. пед. наук, ст. наук. співроб.
(Інститут педагогіки НАПН України, Київ),
М.Я.Ігнатенко, д-р пед. наук, проф.
(Республіканський ВНЗ „Кримський гуманітарний університет”
м. Ялта),
В.І.Клочко, д-р пед. наук, проф.
(Вінницький національний технічний університет),
Н.А.Тарасєнкова, д-р пед. наук, проф.
(Черкаський національний університет).

Донецьк: ДонНУ, 2013

УДК 51(07)+53(07)

ББК В1 р

Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

*Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету
22.11.2013 (протокол № 2)*

Д44 Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнародний збірник наукових робіт / редкол.: О. І. Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Донецьк, 2013. – Вип. 40. – 288 с.

ISSN 2079-9152

Викладено нові підходи до деяких питань методики навчання математики. Роботи присвячено використанню евристичних методів навчання, стимулюванню творчої діяльності учнів та студентів.

Изложены новые подходы к некоторым вопросам методики обучения математике. Работы посвящены использованию эвристических методов обучения, стимулированию творческой деятельности учащихся и студентов.

**Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ № 15209-3781Р від 30.04.2009**

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

©ДонНУ, 2013

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS:

Problems and Investigations

Issue # 40

Founders:

**Donetsk National
University,
Ukraine**

**Pedagogical Institute of
the National
Academy of Pedagogical
Sciences of Ukraine**

**Dragomanov National
Pedagogical University,
Kiev, Ukraine**

Editors:

**DONETSK NATIONAL
UNIVERSITY, UKRAINE:**
Prof. **Skafa O.**, scientific editor
Prof. **Gorr G.**,
Prof. **Kucheryaviy O.**,
Prof. **Loseva N.**,
Ass. Prof. **Goncharova I.**,
Tymoshenko O., senior secretary

Editorial board:

STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY, MOSCOW, Russia:
Prof. **Gusev V.**,
NATIONAL PEDAGOGICAL UNIVERSITY, MINSK, Belarus:
Prof. **Novik L.** Full Member of the Academy of Sciences of Belarus.
**KONSTANTIN PRES LAVSKY UNIVERSITY OF SHUMEN, SHUMEN,
Bulgaria:**
Ass. Prof. **Ivanov Y.**
**P. HILENDARSKY UNIVERSITY OF PLOVDIV, PLOVDIV,
Bulgaria:**
Prof. **Milushev V.**
LOS ANGELES NATIONAL UNIVERSITY, USA:
Prof. **Subbotin I.**,
**BEN-GURION UNIVERSITY OF NEGEV, BEER-SHEVA ,
Israel:**
Prof. **Samovol P.**
**DRAGOMANOV NATIONAL PEDAGOGICAL UNIVERSITY,
KIEV, Ukraine:**
Prof. **Pracevityi M.**,
Prof. **Bezv V.**,
Prof. **Shvets V.**
**PEDAGOGICAL INSTITUTE OF THE NATIONAL
ACADEMY OF PEDAGOGICAL SCIENCES OF UKRAINE,
KIEV, Ukraine:**
Prof. **Burda M.**, academician of the National Academy of
Pedagogical Sciences of Ukraine;
Ass. Prof. **Malevaniy Y.**, Corresponding Member of the National
Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine; Associate Professor
Ass. Prof. **Khmara T.**
CRIMEAN HUMANITARIAN UNIVERSITY, YALTA, Ukraine:
Prof. **Ignatenko M.**
**VINNITSA NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY, VINNITSA,
Ukraine:**
Prof. **Klochko V.**
CHERCASSY NATIONAL UNIVERSITY, CHERCASSY, Ukraine:
Prof. **Tarasenkova N.**

Donetsk, DonNU, 2013

UDK 51(07)+53(07)

BBK B1 p

Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

*Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 22.11.2013 (minutes # 2)*

**Д44 Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International
Collection of Scientific Works.** – Issue # 40. – Donetsk: DonNU, 2013.
– 288 p.

ISSN 2079-9152

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

State registration

KB № 15209-3781P dated 30.04.2009

UDK 51(07)+53(07)

BBK B1 p

© DonNU, 2013

М
Д
Т
М

И
Л
С
М
(
С
м
С
П
н
S
E
(a
т
м
т
п
Т
О
л
о
с
Ч
а
Ф
о
с
С
У
М
Е
М
А

Б
П
з
у
о
з
Б
М
л
о
ф
у

З М І С Т



Скафа Е.И.

Двадцатилетний рубеж и перспективные направления научного издания «Дидактика математики: проблемы и исследования» 9

МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ У ГАЛУЗІ ТЕОРІЇ ТА МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Игнатенко Н.Я.

Математика сегодня: ее роль и место в гуманитарных науках..... 13

Крилова Т.В.

Класифікації методів навчання..... 23

Лолатко Є.О.

Шкільна математика як віддзеркалення соціокультурних орієнтирів сучасності..... 29

Милушев В.Б., Желев Ж.И.

(БОЛГАРИЯ)

Синергетика процесса решения математических задач..... 34

Слєпкань З.І.

Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики 45

Spivakovsky A.

Еволюція викликів і можливостей (according to 2008 – 2011 Institution Information Technology Strategic Plan) (Проблеми та перспективи інформаційних технологій СУВ (згідно зі стратегічним планом розвитку ІТ на 2008 – 2011 рр.).... 51

Тарасенкова Н.А., Сердюк З.О.

Основи порівняльної педагогіки у дослідженні шкільної математичної освіти різних країн..... 55

Чашечникова О.С., Чашечнікова Л.Г.

Формування конкурентноспроможної особи у процесі навчання математики 60

СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

Білоцький М.М.

Про алгоритмізацію процесу розв'язування задач з використанням означення границі послідовності..... 66

Бобилєв Д.Є.

Місце евристичних умінь в структурно-логічній схемі пропедевтичного курсу функціонального аналізу..... 73

Власенко К.В.

Критерії відбору методів, форм і засобів навчання вищої математики майбутніх інженерів..... 80

Горр Г.В., Щетинина Е.К.

Роль геометрических методов в преподавании спецкурсов по математическому моделированию движений механических систем..... 88

Дзундза А.І., Моїсєнко І.О.

Роль і місце навчальної дисципліни «Дискретна математика» в системі формування професійної спрямованості у цифрового покоління сучасних студентів..... 94

Дубініна О.М.

Особливості математичної культури майбутнього інженера індустрії програмної продукції..... 99

Євсєєва О.Г.

Концепція проектування й організації навчання математики студентів вищої технічної школи на засадах діяльнісного підходу..... 108

Кривовяз О.І.

Еволюція пріоритетів організаційних форм навчання математики у технічних ВНЗ..... 118

Лосєєва Н.М., Губар Д.Є.

Компетентнісно орієнтована модель навчання аналітичної геометрії студентів-математиків з використанням інтерактивних засобів..... 124

Мазнєв О.В.

Формування професійної компетентності майбутнього викладача хімії у процесі навчання вищої математики..... 130

Николаєва О.А.

Профессионально направленные задачи по теории вероятностей для студентов экономических специальностей 135

Nichuhovskaya L.

Peculiarities of forming professional mobility of students in economic universities (Особливості формування професійної мобільності студентів економічних університетів)..... 141

Тимошенко О.В.

Роль математичних спецкурсів у забезпеченні навчання початків моделювання студентів-біофізиків..... 145

Ткач Ю.М.

Окремі аспекти інформаційно-аналітичної діяльності у процесі навчання математики фахівців з інформаційної безпеки..... 151

Тымко Ю.Г.

Изучение программно-методического комплекса GRAN студентами факультета математики и информационных технологий..... 158

Хом'юк І.В.

Використання інтерактивних технологій в процесі вивчення теми «Кратні інтегралі»..... 165

НАУКОВІ ЗАСАДИ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Акуленко І.А.

Модельовання студентами елементів технології інтегрованих уроків в умовах компетентнісно орієнтованої методичної підготовки..... 170

Бевз В.Г.

Ознайомлення першокурсників педагогічних університетів з історією та методологією математики..... 178

Матяш О.І.

Рівні методичної компетентності з навчання геометрії майбутніх учителів математики..... 183

Скафа О.І.

Формування досвіду професійно орієнтованої евристичної діяльності у майбутнього вчителя математики в системі вищої педагогічної освіти..... 191

Скворцова С.О.

Проектувально-модельовальна складова методичної компетентності вчителя математики..... 201

Tatochenko V.

Formation of methodological competence of future teachers of mathematics in the context of the contemporary educational paradigm (Формування методичної компетентності майбутніх учителів математики в контексті сучасної освітньої парадигми)..... 207

МЕТОДИЧНА НАУКА – ВЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ

Амброзьяк О.В.

Класифікація математичних означень..... 213

Бурда М.І.

Особливості змісту підручників з математики у старшій школі..... 221

Василенко І.О.

Історико-культурний математичний квест: «Золота підкова Черкашини»: структура та зміст посібника для позаурочної роботи.... 227

Гончарова І.В.

Формування досвіду евристичної діяльності учнів на гурткових заняттях з математики..... 232

Николов Й. (БОЛГАРИЯ)

Технология создания вариантов для единого государственного экзамена по математике..... 239

Кривко Я.П.

Особливості зовнішнього незалежного оцінювання з математики як елемента системи управління якістю навчання. Аналіз завдань з алгебри та геометрії..... 247

Ленчук І.Г.

Прихований конструктивізм підручника «Геометрія»..... 253

Павлова Н.Х. (БОЛГАРИЯ)

Експеримент в обучении..... 261

Subbotin I., Badkoobehi H. (США)

On measurement of effectiveness in teaching mathematics (Об измерении эффективности преподавания математики)..... 267

Тесленко І.Ф.

Світоглядна спрямованість уроків математики..... 274

Шунда Н.М.

Використання властивостей функції при розв'язуванні рівнянь і нерівностей..... 279

Редакція зберігає за собою право на редагування і скорочення статей. Думки авторів не завжди збігаються з точкою зору редакції. За достовірність фактів, цитат, імен, назв та інших відомостей відповідають автори.

ПРИХОВАНИЙ КОНСТРУКТИВІЗМ ПІДРУЧНИКА «ГЕОМЕТРІЯ»

І.Г. Ленчук,

доктор педагог. наук, професор,

Житомирський державний університет ім. Івана Франка,

м. Житомир, УКРАЇНА,

e-mail: lench456@gmail.com

Обґрунтовується загальна потреба навчання геометрії на основі конструктивного підходу. Конструктивно-генетичний метод «підсилює» геометричний зміст пропозицій. Продемонстровано прикладами наявність у підручниках прихованих проявів конструктивізму. Наголошується на варіативності можливих методів розв'язання геометричних задач.

Ключові слова: конструктивізм, наочне представлення, діяльнісна візуалізація, графічний (графоаналітичний) методи.

Постановка проблеми. Щоразу, спілкуючись з учителями й оцінюючи якість підготовки учнів із першопредмету, пригадуються напутні слова, сказані немовби вчора (1982 р.) відомим українським геометром, автором одного з найбільш примітних, класичних підручників для ЗОШ «Геометрія» [3] академіком О.В.Погореловим: «Ця книга є лише стислим конспектом. Учитель математики зобов'язаний читати її між рядками»¹.

Насправді ми вимушені констатувати, що в основу викладання (й учіння) евклідової геометрії традиційно покладено формально-логічний підхід. Учитель «не помічає» конструктивної складової підручника. Як наслідок, середньостатистичний випускник ЗОНЗ слабо розуміє структуру дисципліни, не у змозі чітко класифікувати фігури, плутає поняттями і фактами, не вміє належним чином користуватися ними в пошуках розв'язків задач середнього ступеня складності на обчислення. Мова не йде про задачі на доведення і, тим паче, на побудову. Матеріал, викладений у підручнику, не засвоюється свідомо і в повному об'ємі. З іншого боку, в університетах елементарній геометрії теж не приділяється достатня увага, хоч вона за своєю природою є категоріально-понятійною і змісто-

вою основою всіх предметів геометричного циклу. Виникають запитання: «Чому студент-математик, навчаючись, не у змозі грамотно осилити початки диво-науки? Чи не є це свідомством кризових тенденцій на освітянській ниві вчителя?».

Аналіз актуальних досліджень. Геометрії належить особливе місце серед природничо-математичних наук, вона вирізняється своєю винятковою естетичною привабливістю, візуально підкресленою красою. Найпершу з наук древні вважали **неперсвершеною школою мудрості**. Належне опанування дисципліни «Геометрія» розвиває і шліфує мислення. У XVII столітті Б.Паскаль із цього приводу писав: «Серед рівних розумом – при однакових інших умовах – має перевагу той, хто знає геометрію» [2, С. 115]. Йому вторує Ф.Прокопович: «А якщо хтось ґрунтовніше бажає пізнати переваги, які має геометрія, нехай знає, що жодна з наук про полегшення й покращення людського життя без неї не змогла б виникнути, ні вдосконалюватися. І відомо з досвіду, що народи, які опанували цю науку, в будь-якому мистецтві переважають інші, бо й інші народи також мають засоби, але не досконалі й не прикрашені, тоді як у тих народів, які знають геометрію, навіть найпростіші речі мають якусь особливу красу» [2, С. 105]. Ще більш вражає, що не байдужим до ди-

¹ Цитата записана з пам'яті автора статті.

во-науки був великий російський поет О.С.Пушкін: «*Навчання потрібне в поезії, як і в геометрії*» [5, С. 19]. Теза, гідна генія. А для шанувальників геометрії – утішне порівняння! Свідченням цього є також більш ранній історичний факт. Біля входу до Академії, заснованої старогрецьким геометром і філософом Платоном, було викарбовано напис: «Не заходь незнаючий геометрію».

Яскраво, красномовно ідеалізував геометрію акад. О.Д.Александров – учитель О.В.Погорєлова: «Особливість елементарної геометрії серед інших складових математики полягає в тому, що вона *об'єднує в собі сурову логіку з наочним уявленням, логічний аналіз – із цілісним синтетичним сприйняттям предмета*. Можна сказати, що за суттю своєю *геометрія і є не що інше, як органічне поєднання суворої логіки з наочним уявленням: наочне уявлення пронизане і організоване суворою логікою, і логіка, пробуджена наочним уявленням*. Там, де немає однієї з цих сторін, немає і справжньої геометрії» [1, С. 282-283].

Відомий математик констатував *нерозривне переплетіння в геометрії логіки речей з їх наочним уявленням*. Тут одне без іншого не животноє. До того ж, як свідчить досвід, *лише методи* умоглядного **конструктивізму** у змозі ефективно представити такі тісні зв'язки. Без професійного навчання курсу «Конструктивна геометрія», *головним діючим об'єктом якого геометрична фігура, а головним засобом навчання – візуальний рисунок* (зображення, модель), неможливо викликати справжній, живий інтерес до науки і досягти **системного** засвоєння суб'єктами навчання такого потужного, самобутнього, специфічного методу пізнання світу, яким є «Геометрія». *Опанування цього методу – одна з найбільш важливих цілей освіти! І, перш за все, для майбутнього педагога-математика*.

Конструктивізм математичний – це напрям у математиці і побудовані на його основі математичні теорії. За його канонами, основним методом побудови математичних теорій є **конструктивно-**

генетичний метод. Згідно з цим методом, любий математичний об'єкт і твердження про нього мають бути результатом **діяльності** мислення з побудови більш складних конструкцій із більш простих, за певними, простими і легко контрольованими правилами (алгоритмами), які дозволяють за допомогою скінченного числа кроків, скінченного числа операцій за скінченний час однозначно одержати результуючу конструкцію.

Коли ж, зокрема, йдеться про **конструктивізм геометричний**, то тут маються на увазі **побудови, конструювання**, що в перекладі з латини цілком відповідає суті терміну «*constructivus*».

Методика навчання математики, як відомо, є педагогічною наукою про **цілі, зміст, методи, форми і засоби** передачі учням математичних знань, про виховання дисципліною у процесі навчання. Ми пропонуємо обрати **геометричний конструктивізм** стрижневим методом професійного *опанування науки «Геометрія»*, яка історично є одним із найдревніших пам'ятників, «... феноменом загальнолюдської культури» [6, С. 73].

Формулювання цілей статті. *З огляду на зміст, структуру, функції та особливості евклідової геометрії, в контексті її природного конструктивізму, на переконливих прикладах з'ясувати істинний потенціал підручника для розвитку наочно-образного й логічного мислення студентів, подати зразки геометризації, унаочнення теоретичних фактів і задач, вирізнити графічні та графоаналітичні методи їх закономірних реалізацій*.

Виклад основного матеріалу. Ми певні, не потрібно у ВПНЗ марно повторювати ШКГ. Це нецікаво і згубно, оскільки знайомство студентів з елементарним курсом уже відбулося. Треба **діяльнісно візуалізувати** ще не усталені знання шляхом їх структурування, залучення фактів до **системного** вирішення різнохарактерних пропозицій і, в такому руслі, ґрунтовно, ефективно переосмислити та засвоїти диводисципліну на рівні вчителя професіонала. Поряд із цим, прискіпливий аналіз підруч-

ника на
вельми
Пр
Зм
ту § 1 і
ретин
рема п
ля її
зробле
вплив
жить і
перети
рис. 5)
кають
відпов
«Чому
вана с
дувати
ною?»
лений,
них ві
недогс
Як
ційна
розв'я
нях і
див., і
одним
(«нале
посла
тоту п
площи
ними
просто

П
життє
площи

ника на предмет його конструктивізму буде вельми корисним.

Приклад 1 (з області «теорія»).

Змістовною складовою третього пункту § 1 підручника для ЗОШ, із назвою «**Перетин прямої із площиною**», є лише *теорема про належність прямої площині*. Після її короткого, але строгого доведення зроблено такий висновок: «Із теореми 1.2 випливає, що площина і пряма, яка не лежить на ній, або не перетинаються, або перетинаються в одній точці» ([3, с.5], рис. 5). В учня, який звик міркувати, виникають принципово важливі запитання: «Чи відповідає назва пункту його змісту?»; «Чому вербально і на рисунку не реалізована суть піднятого питання?»; «Як побудувати точку перетину прямої із площиною?». Напевно, професійно підготовлений, грамотний педагог зумів би дати на них відповідь, із честю подолати прикру **недоговореність** у книжковому викладенні.

Як з'ясувалося, перша основна позиційна задача на інциденції (ОПЗ-1) розв'язується дуже просто, якщо в уявленнях і на наочному рисунку-схемі (моделі, див., наприклад, [7]) уміло скористатися одним із найперших відношень у геометрії («належності» точок, прямих і площин) та послатися до загальногеометричного методу посередників. Уявимо собі пряму m і площину Σ (рис. 1) загально розташованими одна відносно іншої в евклідовому просторі.

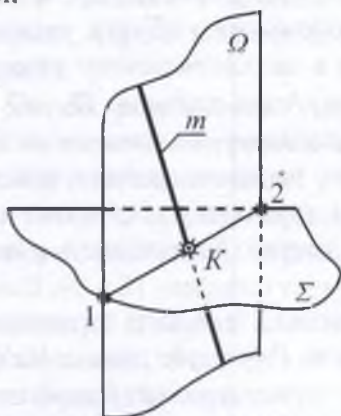


Рис. 1. Перша ОПЗ

Потрібно *знайти точку K , яка належить як заданій прямій m , так і заданій площині Σ* . У цій ситуації відразу ж постає

природне запитання: «Коли точка належить площині?». На нього, як відомо, є чітка, однозначна відповідь: «Тоді, коли вона належить деякій прямій (скажімо, (1–2)) заданої площини». Але шукана точка K належить також і прямій m , тому m і (1–2) перетинаються виключно в точці K . Далі констатуємо факт, що прямі m і (1–2) у власному перетині визначають деяку (єдину) площину Ω .

Звичайні, майже інтуїтивно наведені міркування лежать на поверхні й вони, як з'ясувалося, обґрунтовують невідворотну з'яву деякої площини-посередника Ω . Можна гіпотетично припустити, що в динаміці уможливлених алгоритмічних дій їй відведена не остання роль.

Дійсно, щоб побудувати у площині Σ пряму (1–2), якій гарантовано належить точка K заданої прямої m , потрібно, перш за все, ввести в розгляд саме цю площину Ω яка містить пряму m , і тільки потім визначитися із прямою (1–2) як інциденцією двох площин Σ і Ω . На останок, у перетині прямих m і (1–2), зафіксуємо шукану точку K . Як бачимо, для прямої m і площини Σ алгоритм побудови їх спільної точки K однозначно описується трьома конкретними, чітко уявлюваними процедурами: 1) *через дану пряму m проведемо деяку допоміжну площину Ω* ; 2) *побудуємо пряму (1–2) перетину даної площини Σ і площини-посередника Ω* ; 3) *знайдемо точку K перетину прямих m і (1–2)*.

З методологічної точки зору важливо, що природна реальність і строга послідовність цих кроків безсумнівні, очевидні для тих, хто вчиться, оскільки алгоритм операцій у представленнях індукується і обґрунтовується базовими геометричними поняттями та всім відомими твердженнями, на диво простими і несуперечливими розміркованнями.

Заради вичерпного розуміння суті описаного методу особливо важливо бачити, що задача на відшукання точки K перетину прямої m і площини Σ включає в себе другу основну позиційну задачу (ОПЗ-2) – на побудову прямої (1–2) перетину двох площин

Σ і Ω з іншого боку, задача на відшукування спільної прямої двох площин, у решті решт, зводиться до задачі на перетин прямої і площини. Частково, в одній із даних площин можна вибрати дві різні прямі й знайти їх точки перетину із другою площиною. Таким чином, *обидві позиційні задачі тісно внутрішньо переплетені, споріднені між собою*. Більше того, *кожна з них розв'язується через іншу*. Таке обопільне включення вказує не лише на спорідненість, але і на суперечливість алгоритмів розв'язання цих задач.

На перший погляд здавалося б, що це – безвихідь, глухий кут. Усе ж, як ми зараз з'ясуємо, ситуація може залишатися підконтрольною суб'єкту навчання. Справа в тому, що теоретично через пряму m проходить пучок площин із віссю m . Тому на проєкційному кресленні у вказаному пучку площину Ω потрібно **вибирати** не як завгодно, а **осмислено, зважено, вдало!** Так, щоб процес відшукування точок 1 і 2 прямої (1–2) був якомога простішим, зарання запрограмованим у зримих уявленнях, майже очевидним у побудовах. На практиці, в цій реальній ситуації саме у виборі площини Ω проявляється рівень кваліфікації виконавця конструктивних дій. Тільки вдалими її вибір розриває замкнене коло і ліквідує суперечливість. До речі, **вдало обраною** в більшості випадків вважають площину-посередник Ω *частинного розташування* – *проєкціювальну* або ж *рівня*. В кожному випадку «вдала» проєкціювальна площина-посередник просто задається на проєкційному кресленні і, дякуючи збиральній властивості її слід-проєкції, забезпечує ефективний шлях до візуального представлення розв'язуваної задачі.

Для вичерпної поінформованості зауважимо, що ОПЗ-2 теж не обов'язково розв'язувати «в лоб», безпосередньо через ОПЗ-1. Задачу можна геометрично узагальнити, словесно перефразувати, звівши в конструктивній реалізації до упорядкованого розв'язання двох однотипних пропозицій на перетин площини загального розташування із площиною частинного розташування, щоразу осмислено, вдало ввів-

ши останню за дотепним вибором суб'єкта навчання. Уявимо собі дві різні площини Σ і Λ загального розташування, пряму KL перетину яких потрібно побудувати (рис. 2): 1) *перетнемо* задані площини третьою, вдало вибраною площиною Ω_1 ; 2) *знайдемо* прямі (1–2) і (3–4) перетину площини-посередника Ω_1 із кожною з даних площин Σ і Λ ; 3) *зафіксуємо* точку K перетину побудованих прямих (1–2) і (3–4). Очевидно, що саме ця точка й буде однією з шуканих. Аналогічно, скориставшись *допоміжною* площиною Ω_2 (з відомих причин Ω_2 зручно обирати паралельною Ω_1), знаходимо ще одну потрібну точку L , яка з точкою K *визначить* спільну пряму KL заданих площин Σ і Λ .

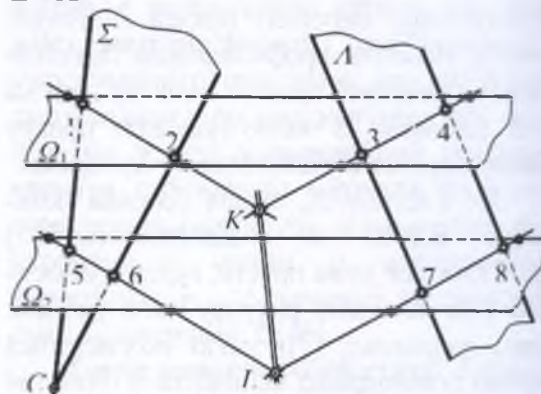


Рис. 2. Друга ОПЗ

Не секрет, що обраний шлях до результату в ОПЗ-2 в жодному разі не виключає складовою з її внутрішнього змісту ОПЗ-1 – точка 1, приміром, є спільною точкою прямої AC і площини Ω_1 . Проте остання, в якості допоміжного об'єкта, свідомо представлена в запропонованому алгоритмі дії спрощено. Адже площини Ω_1 і Ω_2 вибираються власноруч виконавцем побудови і займають частинне розташування. Саме цей факт гарантує успіх, виключаючи закладену теорією безвихідність у випадку з ОПЗ-2.

Приклад 2 (з області «практика»).

Задача. Ребро куба рівне a . Найдіть відстань від вершини куба до його діагоналі, яка з'єднує дві інші вершини ([3], §5, № 36).

Так сформульовану задачу вважати стереометричною можна тільки умовно, оскільки вона відразу ж зводиться до планіметричної. Для цього достатньо вершинну

А₁ і д
кутис
∠А₁
А₁С
скори
знайт

З
творч
дій. Е
метр
рівне
куба
верши
дикул
Е

перви
метр
конст
відри
тім –
ленні
закон
вих о

увагу
шуку
1) че
місце
них г
тину
мою;
шука

Н
(А₁Д₁)
шись
рпен
ленні

A_1 і діагональ AC_1 куба віднести до прямокутного трикутника AA_1C_1 (рис. 3, $\angle A_1 = 90^\circ$), з вимірами: $AA_1 = a$, $A_1C_1 = a\sqrt{2}$, $AC_1 = a\sqrt{3}$. Залишилося скористатися відомими формулами, щоб знайти відстань A_1O як висоту, проведену з

вершини прямого кута A_1 на гіпотенузу AC_1 : $A_1O = a\sqrt{\frac{2}{3}}$. Й це все. Де *стереометрія*, її поняття, факти ..., використані в роботі? Зараз, на жаль, вони не затребувані!

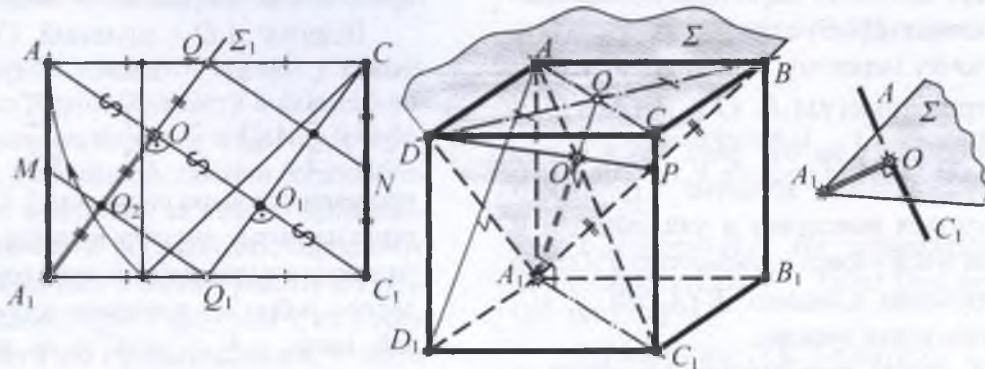


Рис. 3. Графічне моделювання методів розв'язання задачі

Задача, що має характер вправи, не є творчо-розвивальною, в ній відсутня новизна дій. В 11-му класі таку умову потрібно «геометрично підсилити», а саме: «Ребро куба рівне a . Опустити перпендикуляр із вершини куба на його діагональ, яка з'єднує дві інші вершини. Знайдіть довжину цього перпендикуляра графічно та обчислювально».

Більш потужне формулювання умови первинно передбачає певні суто стереометричні перетворення, які в уявленнях і конструктивних діях пов'язують шуканий відрізок A_1O з елементами куба, а вже потім – формально-логічне і графічне обчислення його довжини з оцінкою точності закономірних, строго виважених рисункових операцій.

1-й спосіб розв'язання. Акцентуємо увагу на загальногеометричній схемі пошуку шляху розв'язання задачі у просторі: 1) через точку A_1 проведемо геометричне місце прямих (площину), перпендикулярних прямій AC_1 ; 2) знайдемо точку O перетину проведеної площини із заданою прямою; 3) з'єднаємо точки A_1 і O відрізком шуканого перпендикуляра.

На зображенні площину Σ (A_1DB) $\perp AC_1$ просто побудувати, звернувшись до узагальненої теореми про три перпендикуляри і двічі скориставшись в уявленнях (і на рисунку) внутрішнім ортого-

нальним проєкціюванням. Дійсно, AC_1 проєкціюється на ліву грань куба AA_1D_1D за напрямом $B \rightarrow A$ в діагональ AD_1 цієї грані. Але $DA_1 \perp AD_1$, що безсумнівно. Таким чином, пряма DA_1 перпендикулярна прямій AD_1 – проєкції похилої AC_1 . Тому вона перпендикулярна також самій похилій: $DA_1 \perp AC_1$. Аналогічно обґрунтовується факт перпендикулярності прямих AC_1 і BA_1 (тут внутрішнє проєкціювання матиме напрям $C \rightarrow B$).

Точка O перетину діагоналі AC_1 із площиною Σ (A_1DB) будується за класичним алгоритмом дій (ОПЗ-1). В якості площини-посередника зручно обрати площину діагонального перерізу куба $A(AA_1C_1C)$, оскільки Σ і A уже мають одну спільну точку A_1 ; другу спільну точку Q знаходимо дякуючи площині-посереднику $\Omega(ABCD)$, яка задана верхньою гранню тіла (ОПЗ-2):

- 1) $\Sigma(A_1DB) \cap \Omega(ABCD) = DB$;
- 2) $A(AA_1C_1C) \cap \Omega(ABCD) = AC$;
- 3) $AC \cap DB = Q$;
- 4) A_1Q ;
- 5) $O = A_1Q \cap AC_1$.

2-й спосіб розв'язання. З іншого боку, треба «бачити розумом», що багатогранни-

ки ADA_1B і C_1DA_1B (кожний окремо) представляють собою правильні трикутні піраміди зі спільною основою DA_1B . Тому вони співвісні, а їх висоти, проведені з вершин A і C_1 , розташовуються в різних півпросторах відносно площини основи і належать одній прямій (діагоналі куба, $AO + OC_1 = AC_1$). Ця діагональ перпендикулярна площині основи (DA_1B) і, природно, проходить через точку перетину медіан рівностороннього трикутника DA_1B : $O = A_1Q \cap DP$. Звертаємо увагу на той факт, що в цьому випадку задача коректно і строго розв'язується виключно в уявленнях, а її кінцівка в побудовах – елементарна! Однак про існування площини $\Sigma(A_1DB) \perp AC_1$ варто пам'ятати завжди.

3-й спосіб розв'язання. Провівши у прямокутнику AA_1C_1C (на винесеному кресленні діагонального перерізу куба) $CQ_1 \parallel QA_1$, $QN \parallel AC_1$ і $Q_1M \parallel AC_1$, будемо мати: $AQ = QC = A_1Q_1 = Q_1C_1$. Звідси, за теоремою Фалеса, $A_1O_2 = O_2O = OQ$. Тому точка O не лише належить медіані A_1Q рівностороннього трикутника A_1DB , але ще й ділить її у відношенні 2:1, рахуючи від вершини A_1 . Це ще один варіант доведення того, що основою висоти правильної трикутної піраміди AA_1DB є точка O , а $AC_1 \perp \Sigma(A_1DB)$. До речі, з цих самих міркувань випливає: $AO = OO_1 = O_1C_1$, тобто точки O і O_1 розділяють діагональ AC_1 на три рівні частини, що на практиці, як факт геометрії куба, варто особливої уваги.

4-й спосіб розв'язання. На винесеному кресленні точка O розділяє відрізок A_1Q у тому ж відношенні, в якому однойменна точка ділить його однойменний відрізок на зображенні куба. Таким чином, маючи винесене креслення діагонального перерізу куба, можна успішно вирішити питання побудови перпендикуляра, опущеного з його вершини A_1 на діагональ AC_1 .

5-й спосіб розв'язання. У правильному трикутнику AA_1C_1 точка O , як основа

перпендикуляра, опущеного з вершини A_1 прямого кута на гіпотенузу AC_1 , просто розраховується, адже:

$$\frac{AA_1^2}{A_1C_1^2} = \frac{AO}{OC_1} \Rightarrow \frac{AO}{OC_1} = \frac{1}{2}.$$

Завершення графоаналітичних випробувань на зображенні очевидне.

Відрізок A_1O – шуканий. Обчислювальний етап задачі тривіальний:

$$A_1O = \frac{2}{3} A_1Q = \frac{2}{3} a \sqrt{\frac{3}{2}} = a \sqrt{\frac{2}{3}},$$

що чітко продемонстровано рисунком 3. Окрім того, якщо на цьому рисунку відрізок AA_1 обрати оригінальним ребром куба (рухом «покласти» ребро на площину зображень; нехай, напр., $a = \dots$ мм), то на винесеному кресленні можна ретельно заміряти справжню відстань A_1O й оцінити точність графічних операцій. Це додасть віри до диво-науки «Геометрія», переконає учня в її істинності та життєвій придатності.

Неважко побачити, що проста в розумінні формальних виражень задача, переформульована з наголосом на її геометричну сутність, набуває вищого ступеня якості, розв'язується унаочнено у просторі та на проєкційному кресленні п'ятьма різними способами.

Висновки. Системне, глибоко усвідомлене, помірковане вкраплювання елементів конструктивізму в освітянський процес у сфері науки «Геометрія» стає дієвим фактором індивідуалізації навчання та інтелектуального розвитку студентів, а *вміння шукати і знаходити методологічно неспожиті варіанти* розв'язання різнохарактерних пропозицій в обчислювальних, графічних і графоаналітичних реалізаціях є ознакою мислячої особистості, проявом творчості у професійному опануванні першопредмета.

До того ж, уявлення суб'єкта навчання індукують наочно-образні та логічні дії, частково, для виконання операцій внутрішнього проєкціювання в умовах, коли особисто ним вибираються напрям і площина проєкцій. Доречні поняття і факти стереометрії *необхідно «вилучаються» із розуму*

того х
ся до
Зримо
льність
навичк
лено, і
поетап
них
об'єкта
Пе
образа
символ
дукуєт
зно, у
нях. В
нас, сп
майтті,
ці, в гі
строга
нах, і
відкри
невідом
з'ясува
вчанні
чаючи
обчисл
ктивни
пів ми
образи
компо
роз'сди
рений
люван
наочни
них кр
ток ло
бами в
Те
багать
видимі
му. Ма

Ре
РИЯ».
констр
ській с
проявл

того хто вчиться й відразу ж залучаються до ефективного пошуку результату. Зримо візуалізовані схеми просторової діяльності, естетичні смаки і технологічні навички зображувальних операцій осмислено, акуратно реалізуються в якісних, поетапно виконуваних бінарних площинних моделях, ізоморфних оригінальним об'єктам.

Психологи вважають, що світ у зримих образах, на відміну від світу в формально-символічних, вербальних поняттях, репродукується у свідомості людини багатообразно, у всіх можливих зв'язках і відношеннях. Виключно в образах світ, що оточує нас, сприймається в своєму реальному розмаїтті, динаміці (русі), видимих і, як в науці, в гіпотетично сформульованих, а потім строго обгрунтованих й усвідомлених змінах, котрі індукують інтелектуальні відкриття, прогрес – виявлення нових, ще невідомих зв'язків і відношень. Як з'ясувалося, конструктивний підхід у навчанні дисципліни «Геометрія», не виключаючи формально-аналітичних виражень і обчислень, єдино правильний, істинно ефективний у розвитку динамічних стереотипів мислення майбутніх учителів. Наочно-образне та логічне мислення в рівній мірі є компонентами просторового мислення, роз'єднувати їх зле, оскільки штучно створений дефіцит представлень, навичок уявленої розумової діяльності, демонстрації наочних операцій із фігурами на проекційних кресленнях робить неможливим розвиток логіки мислення студента (учня) засобами всюдисущої геометрії.

Теорія і практика евклідової геометрії в багатьох її проявах містить зовнішньо «невидимі», приховані прояви конструктивізму. Майбутній учитель зобов'язаний сфо-

рмувати вміння їх розпізнавати, вирізняти в підручниках і, при нагоді, в розвивальних цілях створювати штучно, навмисно, оскільки виключно метод системної алгоритмізації операцій, діяльнісної візуалізації геометричних істин вельми ефективний в особистісному творчому розвитку, оволодінні суб'єктом навчання ще не до кінця пізнаними закономірностями і фактами.

1. Александров А.Д. Основания геометрии / А.Д.Александров. – М.: Наука, 1987. – 288 с.

2. Зенкевич И.Г. Не интегралом единым / И.Г.Зенкевич. – Тула: Приокское изво, 1971. – 136 с.

3. Погорслов О.В. Геометрия: Стереометрия: підручник для 10-11 кл. серед. шк. – 4-те вид. – / О.В.Погорслов. – К.: Освіта, 1998. – 128 с.

4. Прокопович Т. Філософія в Києво-Могилянській академії / Т.Прокопович // Філософська думка. – 1970. – №5. – С. 98-110.

5. Сенкевич А.К. Математика. Воспитание через предмет: В помощь учителю математики / А.К.Сенкевич. – Куйбышев, 1965. – 47 с.

6. Шарыгин И.Ф. Нужна ли школе XXI века Геометрия? / И.Ф.Шарыгин. // Математика в школе. – №4. – 2004. – С. 72-79.

7. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт / редкол.: О.І.Скафа (наук. ред.) та ін.; Донецький нац. ун-т; Інститут педагогіки Акад. пед. наук України; Національний пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – Донецьк, 2009. – Вип. 32. – С. 16-23.

Резюме. Ленчук И.Г. СКРЫТЫЙ КОНСТРУКТИВИЗМ УЧЕБНИКА «ГЕОМЕТРИЯ». Обосновывается настоятельная необходимость обучения геометрии на основании конструктивного подхода. Конструктивно-генетический метод «усиливает» геометрический смысл предложений. Продемонстрировано примерами наличие в учебниках скрытых проявлений конструктивизма. Ставится ударение на вариативности возможных методов

Ключевые слова: конструктивизм, наглядное представление, деятельная визуализация, графический (графоаналитический) методы.

Abstract. Lenchuk I. HIDDEN CONSTRUCTIVISM TEXTBOOK «GEOMETRY». The author emphasizes the importance of understanding geometric concepts, reasoning and sense reasoning, skilled use of technologies already cognized theory to solve it adequate theoretical and practical (applied) problems. The future teacher must realize that the geometry should be admired. Geometry requires the strict logic and illustrates a thorough rethinking of representations and actions. So we are justified the need for engagement constructive genetic method for efficient learning of geometry, because it significantly "enhances" its geometric interpretation.

No other reception of mastering the discipline, its forms and methods of solving varied and multi-level tasks other than constructive, the basis of which is strongly motivated, turn-based graphical visualization of imaginary operations towards the result is not effective. The teacher who uses a constructive approach to teaching geometry, teaches put forward hypothesis, analyze the claim isolate knowledge that needed to study, build a logical framework reasoning and conclusions, are designed to implement the rules, guidelines actions geometric modeling situations (with variations).

We encourage interest in geometry as a science that promote learning motivation, development of visual-spatial imagery and logical thinking of students' in-depth knowledge and skills fundamental course that will be used by them in various spheres of life and future careers. Author demonstrates the presence of hidden (interlinear) manifestations of constructivism in the textbooks.

Key words: constructivism, visual representation, active visualization, graphics (semi graphical) methods.



References

1. Aleksandrov A.D. *Foundations of Geometry* / A.D. Alexandrov. – M.: Nauka, 1987. – 288 p.
2. Zenkevich I.G. *Not a single integral* / I.G. Zenkevich. – Tula: Priokskoe iz-vo, 1971. – 136 p.
3. Pogorelov O.V. *Geometry: stereometry: Textbook for class 10-11 secondary school - 4th edition* - / O.V. Pogorelov. – K.: Osvita, 1998. – 128 p.
4. Prokopovych T. *Philosophy at the Kyiv Mohyla Academy* / T. Prokopovych // *Philosophical Thought*. – 1970. – №5. – P. 98 – 110.
5. Sienkiewicz A.K. *Mathematics. Parenting through the object: To help the mathematics teacher* / A.K. Sienkiewicz. – Kyrybishev, 1965. – 47 p.
6. Sharygin I.F. *Do school XXI century geometry?* / I.F. Sharygin. // *Mathematics at school*. – №4. – 2004. – P. 72 – 79.
7. Shvets V.A. *Mathematical modeling semantic Line School of Mathematics* // *Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works*. – Issue. 32. – Donetsk: Firma TEAN, 2009. P. 16 – 23.

Стаття надійшла до редакції 18.03.2013 р.