

нием. Модель позволяет определять метрические характеристики системы — длины, углы. В случае компонент $g_{ik} \times (x^1, x^2 \dots x^n)$ являющихся функцией координат позволяет определить дифференциал длины дуги ds , а также линейные элементы $ds^2 \cdot g_{ii} = |e_i|^2$, при этом для модели $g_{RR} = 1$; $g_{\theta\theta} = R^2$; $g_{\varphi\varphi} = R^2 \sin^2 \theta$. С целью выполнения прочностного расчета конструкции производится переход от криволинейных координат к декартовым. Параметризация элементов в системе обеспечивается введением безразмерных величин $\lambda = \frac{\bar{\varphi}}{\Phi}$ для радиальной и $\tau = \frac{\bar{\theta}}{\Theta}$ для продольной трансформации конструкции. Учитывая физические характеристики системы, координаты кривых, ограничивающих форму элементов, определяются как

$$x_s = k \sin \theta \cos \varphi; \quad y_s = k \sin \theta \sin \varphi;$$

$$z_s = R \cos \theta, \quad \text{где } k = \frac{R + n \cos \frac{\Phi}{2} m + \delta n}{\cos \frac{\Phi}{2}};$$

n — количество элементов в системе, m, δ — физические параметры системы элементов, R — параметр ФФП.

На основе изложенных принципов разработаны модели конструктивных систем для поверхностей-носителей различной гауссовой кривизны.

1. Михайленко В. Е., Русаков И. А. Принципы трансформации геометрической модели динамических конструктивных систем // Прикл. геометрия и инж. графика. — 1988. — Вып. 46. — С. 3—7.
2. Русаков И. А., Скрипко А. И., Фень В. В. Геометрические аспекты конструирования складчатых поверхностей трансформируемых сооружений при учете функциональных требований // Прикл. геометрия и инж. графика. — 1988. — Вып. 45. — С. 71—73.
3. Зедгинидзе Г. Г. Спортивные сооружения с трансформируемыми конструкциями // Исследование новых типов пространственных конструкций гражданских зданий. — Л.: ЛенЗНИИЭП. — 1985. — С. 104—110.

Поступила в редколлегию 04.04.88

УДК 515.2

И. Г. Ленчук

ДЕЛЕНИЕ ОТРЕЗКА КРИВОЙ БЕЗ ОСОБЫХ ТОЧЕК НА ПРОМЕЖУТКЕ НА РАВНЫЕ ЧАСТИ

В последнее время на предприятиях машино- и приборостроения нашли широкое применение методы электроэрозионной обработки (ЭЭО) материалов станками с числовым программным управлением (ЧПУ). Создание гибких производственных модулей и комплексов на базе таких станков предусматривает наличие системы автомати-

приведенного выбора оптимальной последовательности электрических режимов ЭЭО. Известны методики расчета параметров этих режимов. Здесь в прямоугольной декартовой системе координат $Oxyz$ задают пару точек A и K , соответствующих началу и концу ЭЭО. Каждой непрерывной линии, соединяющей эти точки и характеризующей конкретную последовательность электрических режимов, соответствует вполне определенное время обработки. Методами вариационного исчисления решается задача выбора такой траектории перехода от точки A к точке K , которая требует минимальных затрат времени. При этом полный процесс ЭЭО описывается кусочно-непрерывной кривой, состоящей из отрезка прямой AP в горизонтальной плоскости и соответствующего черновой ЭЭО, и отрезка PK кривой γ , расположенного в проецирующей плоскости и соответствующего чистой ЭЭО (рис. 1). Кривая γ аналитически описывается уравнениями

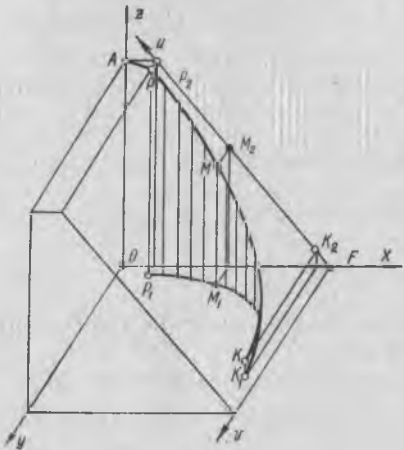


Рис. 1

$$\begin{cases} z = kx + b, \\ y = \psi(z). \end{cases} \quad (1)$$

Очевидно, что граничные точки K и P дуги кривой вполне определяются заданием их абсцисс x_K и x_P .

Требуется разделить отрезок KP кривой на n равных по длине частей и найти координаты точек разбиения, называемых узлами переключения электрических режимов ЭЭО.

Перейдем от пространственной системы $Oxyz$ к прямоугольной декартовой системе координат uFv на плоскости кривой γ . При этом за ось абсцисс Fu примем след-проекцию указанной плоскости на координатную плоскость zOx , а за ось ординат Fv — линию пересечения ее же с координатной плоскостью xOy . Если учесть (1) и то, что начало новой системы имеет координаты $F\left(-\frac{b}{k}; 0; 0\right)$, то легко усматриваются зависимости (формулы перехода)

$$y = v, \quad z = tu, \quad \text{где } t = \frac{k}{\sqrt{k^2 + 1}}, \quad (2)$$

что в свою очередь позволяет записать уравнение кривой γ в этой системе в виде $v = \varphi(u)$. Воспользовавшись формулами (2), найдем координаты точек K и P : $K\left(\frac{z_K}{t}; y_K\right)$, $P\left(\frac{z_P}{t}; y_P\right)$.

Дальше по известной вычислительной схеме вписываем в дугу KP упорядоченную последовательность точек K, K_1, K_2, \dots, P с наперед заданным и сколь угодно малым допуском δ (рис. 2.) Заменяв

дугу кривой между каждой парой смежных точек стягивающей ее хордой, находим длину l развертки отрезка KP линии γ .

При этом обращаем внимание на два момента. А именно, определяя координаты каждой последующей точки аппроксимации, т. е. решая систему двух уравнений — секущей и заданной кривой, мы получим уравнение с одним неизвестным как результат вычитания, к примеру, из уравнения кривой, — уравнения секущей. Если только эти линии пересекаются в пределах дуги KP , то отрезком изоляции корня результирующего уравнения следует выбрать ин-

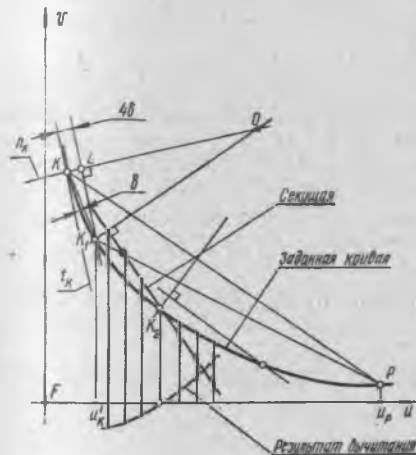


Рис. 2

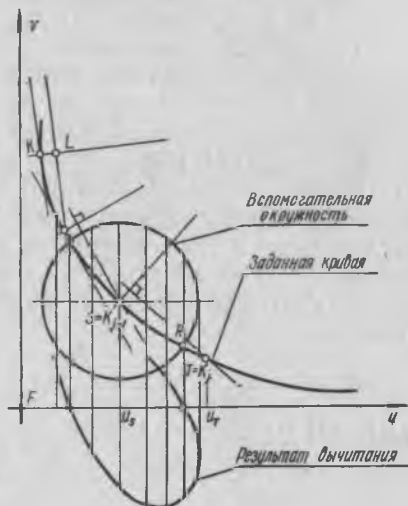


Рис. 3

тервал $[u_K, u_P]$. Решать уравнение с заданной точностью ϵ удобно методом половинного деления, приводящим сравнительно быстро к результату и не вызывающим особых затруднений у пользователя. Здесь же, прежде чем искать корень указанного уравнения, нужно проверить, пересекает ли секущая кривую γ между точками K и P . С этой целью рассмотрим взаимное расположение точек $K(K_1, K_2, \dots)$ и P относительно секущей $f(u, v) = 0$. Если точки K и P лежат в разных полуплоскостях, определяемых прямой, то есть $f(u_K, v_K) \times f(u_P, v_P) < 0$, то хорда KP , а значит и одноименная дуга кривой пересекаются с секущей. В противном случае, последней точкой аппроксимации будет точка P .

Конечной целью исследований, как было сформулировано выше, является определение координат точек R_i ($i = 1, 2, \dots, n - 1$) на кривой, делящей дугу ее KP на n отрезков равной длины. Если при этом длина всей дуги равна l , то расстояние от точки K до точки R_i будет представлено выражением $l_i = \frac{i}{n} l$. Для нахождения координат фиксированной точки R_i обратимся к уже упомянутому алгоритму вписывания в дугу KP ломаной с заданным допуском δ . Здесь, при нахождении каждой последующей вершины ломаной, будем сравнивать расстояние от K до этой вершины с установленной

длиной l_i . Очевидно, что на j -ом шаге найдется такая точка K_j , что $l_{KK_j} \geq l_i$. Если выполняется равенство, что маловероятно, то $K_j = R_i$. В случае неравенства фиксируем две смежные точки $S = K_{j-1}$ и $T = K_j$ — такие, для которых точка R_i является промежуточной (рис. 3). Вычитаем из уравнения кривой γ уравнение окружности, центр которой расположен в точке S , а радиус — равен расстоянию от S до искомой точки R_i . Результатом вычитания будет уравнение с одним неизвестным, решив которое методом половинного деления на интервале $[u_S, u_T]$, найдем абсциссу точки R_i . Ординату ее же найдем, воспользовавшись уравнением кривой γ . Очевидно, что последние вычисления нужно проделать $n - 1$ раз для определения на кривой каждой из точек R_1, R_2, \dots, R_{n-1} .

Приведенная вычислительная схема дает возможность посредством несложных математических операций решить важную инженерную задачу автоматизированной подготовки геометрической информации для электроэрозионных станков с ЧПУ. Компактность вычислительной схемы позволила реализовать описанный алгоритм для конкретных электрических режимов на персональных ЭВМ и передать его для внедрения на Житомирском ПО «Электроизмеритель».

Поступила в редколлегию 15.10.86

УДК 515.2

А. И. Полян

О КОМПОЗИЦИИ АФФИННЫХ И КВАДРАТИЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Ряд задач, связанных с конструированием плоских кривых линий или обводов из них, может быть сведен к отображению одного геометрического многообразия на другое. Иными словами, с точки зрения теории преобразований плоскости, необходимо задать такое преобразование T_n , которое ставило бы во взаимно однозначное соответствие заданной линии a^n данную линию a' [2].

При этом, целесообразно преобразование T_n представлять в виде композиции нескольких известных преобразований*:

$$T_n = T_{n(1)} \circ T_{n(2)} \circ T_{n(3)} \circ \dots \quad (1)$$

Кажущееся при этом усложнение решения, как правило, «окупается» изученностью известных преобразований $T_{n(1)}, T_{n(2)}, T_{n(3)}, \dots$ по сравнению с непрогнозируемыми трудностями, которые могут возникнуть, если попытаться решить поставленную задачу без разложения преобразования T_n на более простые его составляющие.

На примере задания преобразования T_2 , ставящего в соответствие трем заданным коникам a_1^2, a_2^2, a_3^2 в поле Π три данные прямые a_1, a_2, a_3 в поле Π' , покажем, как можно представить искомое преобразование T_2 в виде композиции квадратичного $T_{2(1)}$ и аффинного A

* Идея объединения нескольких преобразований в композицию впервые была предложена Ф. Клейном.