элементов ПКК путем свертывания непрерывной полосы с заранее рассчитанным контуром по способу, разработанному на кафедре начертательной геометрии и черчения КИСИ для получения каналовых поверхностей воздуховодов из металлической полосы. Однако при применении этого способа для конструирования ПКК значительно усложняется задача определения контура полосы, что вызвано необходимостью учета различной степени деформации оболочки в местах с различной кривизной ее поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гришкин А. Д. Аналитический способ построения разверток элементов неразвертывающихся поверхностей.— Реферативная информация о законченных научно-исследовательских работах в вузах УССР. Сер. «Прикладная геометрия и инженерная графика». Киев: «Вища школа», 1977, вып. 1.

2. Гришкин А. Д. Об аппроксимации сферической и торовой мягких оболочек сферическими многоугольниками.— В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев: «Будівельник», 1976, вып. 22.

УДК 515.2

И. Г. Ленчук, А. В. Павлов

(Киевский политехнический институт)

ОБ ОДНОМ АНАЛИТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ РАЗВЕРТОК НЕРАЗВЕРТЫВАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ 2-го ПОРЯДКА

Существующие графические способы построения условных разверток неразвертываемых поверхностей вращения приемлемы в том случае, когда параметры, определяющие поверхность, допускают изображение ее на чертеже в ортогональной системе проецирования в натуральном масштабе. Выполнение чертежей разверток с использованием масштаба уменьшения нецелесообразно, так как это влечет за собою увеличение погрешностей в результатах построений.

В последнее время в области проектирования некоторых летательных аппаратов, а также в строительстве и архитектуре, особый интерес вызывают конструкции, выполненные из пленок или воздухонепроницаемых тканей, напряженных избыточным давлением газа. В таких конструкциях важное место отводится поверхностям вращения 2-го порядка.

Полный раскрой одежды поверхности вращения 2-го порядка автоматически, с использованием универсального режущего инструмента, возможен при условии решения вопроса развертывания аналитически, с достаточно высокой степенью точности.

Наиболее распространенным способом раскроя таких поверхностей является лепестковый раскрой, при котором заданная поверхность аппроксимируется цилиндрическими лепестками.

Пусть требуется построить приближенную развертку эллипсоида вращения

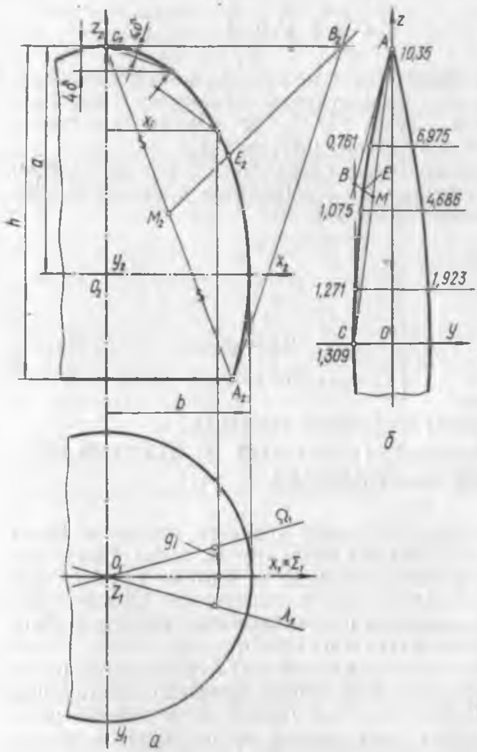
$$\frac{x^2+y^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}=1. \tag{1}$$

Рассечем эллипсоид на n равных частей пучком меридиональных плоскостей. Главное меридиональное сечение плоскостью Σ (рисунок, *а*) определит эллипс

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}=1. \tag{2}$$

Если допустить, что h — высота отсека поверхности, то легко осуществить переход от канонического задания кривой (2) к инженерному варианту задания. Для этого достаточно через известные параметры a, b и h выразить координаты вершин базисного треугольника ABC а также координаты точки E пересечения медианы базисного треугольника MB с кривой 2-го порядка: $x_A = \frac{b}{a}\sqrt{2ah - h^2}$; $z_A = a - h$; $x_C = 0$; $z_C = a$.

Точку B находим в пересечении касательных к кривой, проведенных в точках A и C: $x_B = \frac{bh}{\sqrt{2ah - h^2}}$, $z_B = a$.



Для определения координат точки E решаем систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left.\begin{aligned} z &= kx + l; \\ \frac{x^2}{b^2} &+ \frac{z^2}{a^2} = 1, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где первое уравнение — уравнение медианы MB;

$$x_M = \frac{x_A}{2}; \quad z_M = a - \frac{h}{2};$$

$$k = \frac{z_B - z_M}{x_B - x_M};$$

$$l = \frac{z_M x_B - z_B x_M}{x_B - x_M}.$$

Подставив во второе уравнение системы значения z из первого и решив квадратное уравнение относительно x, получим $x_1 = -\frac{c + r}{2d}$; $x_2 = -\frac{c - r}{2d}$, где $d = k^2b^2 - a^2$; $c = 2klb^2$; $r = \sqrt{c^2 - 4de}$; $e = b^2(l^2 - a^2)$. Из двух значений x выбираем x_E положительное и подстановкой его в первое уравнение системы (3) находим вторую координату точки E — z_E.

Проективный дискриминант кривой (2) определится отношением $f = \frac{ME}{MB}$.

В кривую 2-го порядка AEC вписываем в упорядоченной последовательности точки A, 1, 2, 3, ..., C с наперед заданным допуском δ. При достаточно малом допуске, пренебрегая приращениями радиуса кривизны по длине, участок очерка заданной поверхности между двумя смежными узловыми точками упорядоченного ряда заменяем дугой окружности со стрелкой прогиба, равной δ. Длину каждого участка определяем по формуле Чебышева $s = \sqrt{d^2 + \frac{16}{3}\delta^2}$, где d — длина хорды, стягивающей дугу окружности.

Через каждую точку упорядоченного ряда на кривой (2) проводим параллель поверхности вращения. Длину участка параллели, ограниченного двумя смежными меридиональными сечениями Ω и λ. определяем по формуле $g_j = \frac{2\pi x_j}{n}$, где x_j — абсцисса j-ой узловой точки очерка.

Для построения чертежа развертки выбираем декартову систему координат ZOY (рисунок, *б*). Спрямленные отрезки главного меридионального сечения откладываем вдоль оси OZ. Через отмеченные точки проводим прямые линии, параллельные оси OY, и на них откладываем в обе стороны отрезки, равные половине длин спрямленных участков соответствующих параллелей. Соединяя крайние точки построенных отрезков кривыми линиями, получим очерк одного звена (лепестка) условной развертки поверхности (1).

Оценить точность построения можно значением «относительного искажения поверхности», определяемым отношением приращения аппроксимированной поверхности к ее теоретической площади.

Площадь одного лепестка развертки вычислим как удвоенную сумму площадей треугольника AOC и сегмента AEC. Для этого очерк лепестка по одну сторону от оси OZ определим пятью точками, как кривую 2-го порядка. Первая точка при этом совпадает с начальной точкой A на оси OZ, а пятая — с конечной точкой C на оси OY. Уравнению кривой 2-го порядка

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey = -1 \qquad (4)$$

удовлетворяют координаты пяти выбранных точек. Решив систему пяти линейных уравнений с пятью неизвестными методом Гаусса, получим значения коэффициентов a, b, c, d и e.

Переход от задания кривой 2-го порядка уравнением (4) к инженерному варианту задания производим с помощью несложных преобразований, как для очерка заданной поверхности.

Площадь сегмента кривой 2-го порядка [3] определим по формуле

$$S_{AEC} = \frac{S_{ABC}}{\gamma} \int_0^1 \left(-u + \sqrt{u^2(1 - 4\gamma) + 4\gamma u}\right) du, \qquad (5)$$

где S_{ABC} — площадь базисного треугольника; γ — коэффициент кривой.

Площади треугольников ABC и AOC определяем по формуле, известной из курса аналитической геометрии.

Выражение для полной площади условной развертки заданной поверхности примет вид

$$S_р = 2n\,(S_{AEC} + S_{AOC}). \qquad (6)$$

Определив по формуле (6) площадь развертки полного эллипсоида вращения

$$\frac{x^2 + y^2}{5} + \frac{z^2}{8} = 1 \qquad (7)$$

и вычислив теоретическую площадь его боковой поверхности

$$S_э = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} b \sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}\, \sin \varphi\, d\varphi\, d\theta, \qquad (8)$$

найдем приращение аппроксимированной поверхности

$$\Delta S = |\, S_э - S_р \,|. \qquad (9)$$

Относительное искажение поверхности (относительная погрешность аппроксимации) при $n = 12$ и $\delta = 0{,}01$ составит 0,016%, что значительно точнее существующих методов.

Программы для выполнения условных разверток поверхностей вращения 2-го порядка, а также для определения их площадей составлены на языке АЛМИР и реализованы на малых ЭЦВМ типа МИР-1 и МИР-2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРИ

1. Бадаев Ю. И., Залевский В. И. Аппроксимация плоских кривых ломаной линией.— В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев: «Будівельник», 1976, вып. 21.
2. Михайленко В. Е., Кучмаева Е. И. О некоторых вопросах геометрии пневматических конструкций.— В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. Киев: «Будівельник», 1975, вып. 20.
3. Ленчук И. Г., Надолинный В. А. Зависимость площади сегмента кривой 2-го порядка от коэффициента кривой.— Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Автоматизация раскроя тканей и обувных материалов». Киев, 1975.

УДК 515.2

В. П. Болотов, П. В. Филиппов

(Ленинградское высшее инженерное морское училище им. адмирала С. О. Макарова)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ МНОГОМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА К ВОПРОСАМ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Конструирование гладкой поверхности в трехмерном пространстве с помощью ключевых методов основано на построении по двум заданным конкурирующим поверхностям так называемой производной поверхности, что эквивалентно решению задачи начертательной геометрии четырехмерного пространства — построению по двум заданным проекциям двумерной поверхности на координатные трехмерные подпространства третьей проекции на третье координатное подпространство *.

Ключевые методы позволяют получить весьма рациональное решение задачи конструирования гладкой поверхности сложной формы, если в качестве конкурирующих поверхностей используются поверхности более простых форм. Однако часто для получения интересующего нас решения задачи построения искомой поверхности, удовлетворяющей определенным требованиям, одна из конкурирующих поверхностей должна быть задана сложным каркасом.

Эта поверхность может рассматриваться как производная поверхность от двух каких-то в свою очередь конкурирующих поверхностей.

При такой постановке вопроса нам придется иметь дело с построением новой проекции в пространстве уже более высокого числа измерений. Таким образом, увеличение размерности пространства при построении конструируемой поверхности приводит к возможности замены сложных конкурирующих поверхностей более простыми.

Покажем это на примере решения задачи построения гладкой поверхности Φ_0, проходящей через контур, заданный кривыми $\varphi(x)$, $f(x)$, $\psi(x)$, лежащими в трех координатных плоскостях. Интересующее нас решение задачи осуществимо в пространстве пяти измерений, однако, руководствуясь соображениями выбора простых конкурирующих поверхностей, целесообразно размерность пространства увеличить до семи. Вместе с тем это позволит и нагляднее проследить процесс формирования конструируемой поверхности.

Если точку пространства E^n, отнесенную к декартовой системе $Oxyzy_1y_2z_1z_2$, последовательно ортогонально проецировать на координатные трехмерные подпространства xyz_1, $xy_1z_1xy_1z_2$, которые впоследствии совмещать друг с другом вращением вокруг оси Ox и далее проецировать на картинную плоскость, параллельную плоскости Oyz, обеспечив по всем аксонометрическим осям показатели искажения равные единице, получим изображение, представленное на рис. 1.

Аналогично на чертеже можно получить изображение и двумерной поверх-

* Котов И. И. Геометрические основы ключевых способов построения поверхностей. Начертательная геометрия.— Труды ВЗЭИ Вып. 10, 1957.