УДК 515.2 : 687.022.001.5

**И. Г. Ленчук**

*(Киевский политехнический институт)*

**Ю. С. Павленко**

*(Киевский технологический институт легкой промышленности)*

# ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ АППРОКСИМАЦИИ КОНТУРОВ ДЕТАЛЕЙ ШВЕЙНЫХ ИЗДЕЛИЙ КРИВЫМИ 2-го ПОРЯДКА

В настоящее время вся информация о деталях швейных изделий задается в виде лекал или их рисунков. Контур детали, как правило, состоит из отрезков прямых и дуг незакономерных кривых.

Разработка для швейной промышленности систем программного управления процессами раскроя выдвигает на первый план задачу математического описания контуров раскраиваемых деталей с максимально возможным уменьшением информации о них в программах автоматизированного раскроя.

Осуществим аппроксимацию заданного криволинейного $n$ — угольника (рис. 1) кривыми 2-го порядка в инженерном варианте задания [1]. При этом информация о многоугольнике независимо от сложности его криволинейных срезов может быть задана в виде одномерного массива $F$

$$F[P] = x_1,\ y_1,\ x_{B_1},\ y_{B_1},\ f_1,\ x_2,\ y_2,\ x_{B_2},\ y_{B_2},\ f_2,\ x_3,\ y_3,\ \ldots,\ x_{B_n},\ y_{B_n},\ x_1,\ y_1, \tag{1}$$

где $x_i$, $y_i$ и $x_{i+1}$, $y_{i+1}$ — координаты точек, ограничивающих дугу кривой 2-го порядка; $x_{B_i}$, $y_{B_i}$ — координаты точки $B$ пересечения касательных к кривой, проведенных в ее крайних точках; $f_i$ — дискриминант кривой. Прямая задается аналогично кривой, т. е. задаются граничные точки отрезка, точка $B$ выбирается на прямой (например, середина отрезка), а дискриминант равен нулю.

Рассмотрим отдельно криволинейный срез $AC$ — 1 (рис. 2) контура детали швейного изделия. Пусть в прямоугольной системе координат $xOy$ незакономерная кривая задается координатами ряда точек *1, 2, 3, ..., n*, а кривая 2-го порядка $AC$ — 2, аппроксимирующая $AC$ — 1, определяется аналитически уравнением [2]:

$$x = \frac{x_A\gamma t^2 + x_B t + x_C}{\gamma t^2 + t + 1}; \qquad y = \frac{y_A\gamma t^2 + y_B t + y_C}{\gamma t^2 + t + 1}, \tag{2}$$

где $t$ — параметр; $\gamma = \left(\frac{1-f}{2f}\right)^2$ — проективный коэффициент кривой.

Если в (2): а) $\gamma = 0{,}25$, то заданная кривая аппроксимируется дугой параболы;

б) $\gamma > 0{,}25$, аппроксимация осуществляется дугой эллипса;

в) $\gamma < 0{,}25$, исходная кривая аппроксимируется дугой гиперболы.

Оценку приближения точек $AC$ — 1 к соответствующим точкам кривой $AC$ — 2 будем осуществлять по нормалям к последней.

Из произвольной точки $\bar{K}(\bar{x}, \bar{y})$ ряда 1, 2, 3, ..., $n$ опускаем нормаль на кривую 2-го порядка

$$x'_t(\bar{x} - x) + y'_t(\bar{y} - y) = 0, \tag{3}$$

где $x$, $y$ — координаты основания нормали на кривой $AC$ — 2.

В (3) значения производных вычисляем для точки $K$ $(x, y)$:

$$x'_t = \frac{(x_A - x_B)\gamma t^2 + 2(x_A - x_C)\gamma t + x_B - x_C}{(\gamma t^2 + t + 1)^2};$$
$$y'_t = \frac{(y_A - y_B)\gamma t^2 + 2(y_A - y_C)\gamma t + y_A - y_C}{(\gamma t^2 + t + 1)^2}. \qquad (4)$$

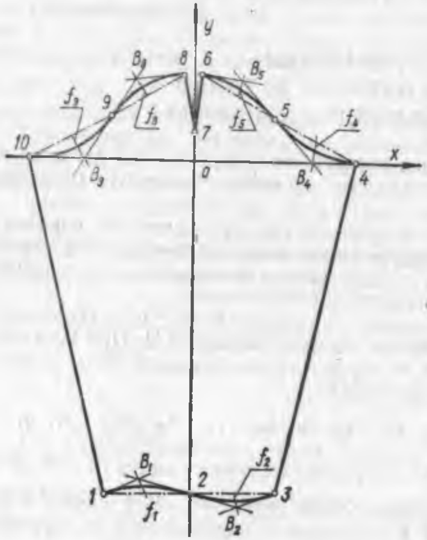

Рис. 1

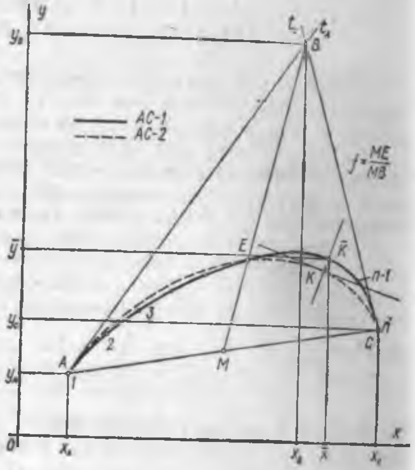

Рис. 2

Решаем совместно уравнение (3) с параметрическим уравнением кривой 2-го порядка (2). Подставив (2) и (4) в (3) и выполнив соответствующие преобразования, получим

$$a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 = 0, \qquad (5)$$

где $a_4 = \gamma^2 (kn + k_1 n_1)$, $a_3 = \gamma [kp + k_1 p_1 + 2\gamma (ln + l_1 n_1)]$,

$$a_2 = \gamma [kr + k_1 r_1 + mn + m_1 n_1 + 2(lp + l_1 p_1)],$$
$$a_1 = mp + m_1 p_1 + 2\gamma (lr + l_1 r_1), \ a_0 = mr + m_1 r_1,$$
$$k = x_A - x_B, \ l = x_A - x_C, \ m = x_B - x_C, \ n = \bar{x} - x_A, \ p = \bar{x} - x_B, \ r = \bar{x} - x_C,$$
$$k_1 = y_A - y_B, \ l_1 = y_A - y_C, \ m_1 = y_B - y_C, \ n_1 = \bar{y} - y_A, \ p_1 = \bar{y} - y_B, \ r_1 = \bar{y} - y_C.$$

Требования, чтобы коэффициент при $t^4$ был всегда больше нуля, можно достичь, разделив левую и правую части уравнения (5) на $a_4 \neq 0$. При этом (5) примет вид

$$f(t) = t^4 + A_3 t^3 + A_2 t^2 + A_1 t + A_0 = 0, \qquad (6)$$

где $A_3 = \dfrac{a_3}{a_4}$; $A_2 = \dfrac{a_2}{a_4}$; $A_1 = \dfrac{a_1}{a_4}$; $A_0 = \dfrac{a_0}{a_4}$.

Алгебраическое уравнение (6) с действительными коэффициентами может иметь количество действительных корней, равное или на четное число меньше степени уравнения, что свидетельствует о возможности проведения в общем случае из произвольной точки к кривой 4 или 2 нормалей соответственно. Однако, проводим нормаль не ко всей кривой 2-го порядка, а только к ее дуге $AC$, то значения параметра $t$ необходимо выбирать из условия принадлежности интервалу $0 \leqslant t \leqslant \infty$. Точнее ограничить действительные положительные корни уравнения (6) сверху можно с помощью неравенства, установленного Коллином — Маклореном [3], $t < 1 + \sqrt[m]{A}$, где $m$ — порядковый номер первого отрицательного коэффициента в ряду $A_3$, $A_2$, $A_1$, $A_0$; $A$ — максимальный из модулей отрицательных коэффициентов. Эта же оценка позволяет установить и нижнюю границу положительных корней. Для этого рассмотрим многочлен $\varphi(t) = t^4 f\left(\frac{1}{t}\right)$ при $A_0 > 0$, или $\varphi(t) = -t^4 f\left(\frac{1}{t}\right)$ при $A_0 < 0$, после чего воспользуемся приведенным неравенством. Если числа $N_1$ и $N_2$ будут соответственно верхние границы корней многочленов $f(t)$ и $\varphi(t)$, то все действительные положительные корни уравнения (6) удовлетворяют неравенствам $\frac{1}{N_2} < t < N_1$. Решать уравнение 4-й степени можно методом Рыбакова [4] на заданном отрезке либо приемом частного характера [5].

Подставив корень многочлена в (2), находим значения координат точки пересечения нормали с кривой 2-го порядка. Воспользовавшись известной формулой из курса аналитической геометрии, определяем абсолютное отклонение точек заданной незакономерной кривой от соответствующих точек аппроксимирующей ее кривой 2-го порядка.

Разработанный алгоритм реализации на малых ЭЦВМ типа МИР-1, МИР-2.

Результаты оценки погрешностей аппроксимации для криволинейных срезов конкретных изделий показывают, что отклонения от исходного контура не выходят за пределы допусков, установленных техническими условиями на раскладку лекал и выкроенные детали [6].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Андреев В. А. и др. Расчет и построение контуров самолета на плазе. М.: Оборонгиз, 1960.
2. Надолинный В. А., Павлов А. В. Определение стандартного вида уравнения кривой 2-го порядка — В кн.: Прикладные задачи геометрических преобразований. Кишинев: «Штиинца», 1977.
3. Фильчаков П. Ф. Численные и графические методы прикладной математики. Киев: «Наукова думка», 1970.
4. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах/ Под ред. Б. В. Анисимова. М.: «Высшая школа», 1975.
5. Мелентьев П. В. Приближенные вычисления. М.: Физматгиз, 1962.
6. Основы технологии поузловой обработки верхней одежды/ ЦНИИШП. Ростехиздат, 1961.


УДК 515.2,681,35

А. А. Павлов

*(Киевский политехнический институт)*

# МЕТОД СВЕДЕНИЯ ОГРАНИЧЕНИЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ К ПРОСТЕЙШЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Задача линейного целочисленного программирования (ЛЦП) с целочисленной прямоугольной матрицей ограничений на основании многоуровневого метода, предложенного автором [1], сводится в статье к расширенной задаче ЛЦП, ограничения которой образуют конус.