

Рис. 2

Подставляя в равенство (15) выражения корней в форме (14) и сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях в левых частях равенств (15) и (13), получаем следующие соотношения:

$$v^2 = -\frac{p}{2} - u^2 - \frac{q}{4u};$$

$$w^2 = -\frac{p}{2} - u^2 + \frac{q}{4u};$$

$$(p + 4u^2)^2 - \left(\frac{q}{2u}\right)^2 - 4r = 0.$$

Для определения величины  $u$  по уравнению (18) построим номограмму. Перепишем уравнение (18) в виде

$$q^2 \cdot 1 + 4r \cdot 4u^2 - 4u^2 (p + 4u^2)^2 = 0.$$

Полагая в равенстве (19)  $q^2 = f(\alpha_1)$ ;  $1 = f(\alpha_3)$ ;

$$4r = f(\alpha_2); \quad 4u^2 = \varphi(\alpha_3); \quad -4u^2 (p + 4u^2)^2 = \psi(\alpha_2),$$

приходим к канонической форме [3]

$$f(\alpha_1) \cdot f(\alpha_3) + f(\alpha_2) \cdot \varphi(\alpha_3) + \psi(\alpha_2) = 0.$$

Уравнения шкал номограммы приведены в таблице, а готовая номограмма изображена на рис. 2.

На номограмме шкалы  $u$  построены для трех значений  $p$ :  $-1$ ;  $0$ ;  $+1$ . Построенные кривые отвечают уравнениям вида (13), в которых коэффициент при  $u^2$  равен  $-1$ ;  $0$  или  $+1$ .

Координаты	Шкалы		
	$q$	$r$	$u$
$x$	0	150	$150 \cdot \frac{4u^2}{4u^2 + 1}$
$y$	$10 \cdot q^2$	$40 \cdot r$	$10 \cdot \frac{4u^2 \cdot (p + 4u^2)^2}{4u^2 + 1}$

Итак, найдя по номограмме значение  $u$ , вычисляем по формулам (16) и (17) соответствующие значения  $v$  и  $w$  (при определении  $v$  и  $w$  квадратный корень нужно брать с одним знаком, например с плюсом). После этого находим по формулам (14) корни промежуточного уравнения (13) и, наконец, по формуле (12) определяем корни исходного уравнения (11).

### Список литературы

1. Хованский Г. С. Методы номографирования. ВЦ АН СССР, М., 1964.
2. Batschelet E., Streibel H. R. Nomogramme zur Bestimmung der reellen und komplexen Wurzeln einer Gleichung vierten Grades. «Z. angew. Math. und Phys.», 1952, vol. 3, Fasc. 2.
3. Невский Б. А. Справочная техника по номографии. М.—Л., ГИТТЛ, 1951.

А. В. Павлов, И. Г. Ленчук  
(Киевский политехнический институт),

Ю. С. Павленко  
(Киевский технологический институт легкой промышленности)

### ПОДГОТОВКА ФОРМООБРАЗУЮЩИХ ПРОГРАММ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО РАСКРОЯ МАТЕРИАЛОВ НА ДЕТАЛИ ШВЕЙНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Следящий орган автоматического устройства, работающего в режимах графо-построителя либо вырезания швейных деталей, в течение одного кадра перемещается прямолинейно между двумя смежными узловыми точками заданного контура.

Получение массивов координат узловых точек посредством малых ЭЦВМ предполагается в два этапа [4]: 1) криволинейные срезы контура детали, составленного из отрезков прямых и дуг некруговых кривых, аппроксимируются кривыми 2-го порядка в инженерном варианте задания; 2) осуществляют кусочно-линейную аппроксимацию контура, описанного в классе кривых 2-го порядка, с учетом перед заданного допуска.

Доказано, что для деталей швейных изделий значительно выгоднее исходный контур аппроксимировать кривыми 2-го порядка, так как при этом количество размеров координат точек первичной информации в среднем на 37,3% меньше, чем при аппроксимации отрезками прямых. Отклонение точек исходных некруговых

ных линий от соответствующих точек аппроксимирующих кривых в 10 раз точности, установленных ТУ на раскрой деталей. Процесс подготовки контурных чертежей и считывание посредством КСУ существенно упрощаются.

Остановимся несколько подробнее на втором этапе.

От начальной точки  $A(x_A, y_A)$  кусочно-линейной аппроксимации дуги  $AC$  кривой 2-го порядка (рис. 1) вдоль абсциссы  $u$  местной единичной системы координат  $uAv$  откладываем отрезок

$$u = AL = \frac{4\delta}{|\sin \alpha| AC},$$

где  $\sin \alpha = \frac{k_2 - k_1}{\sqrt{(1 + k_1^2)(1 + k_2^2)}}$ ;  $AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$ ;

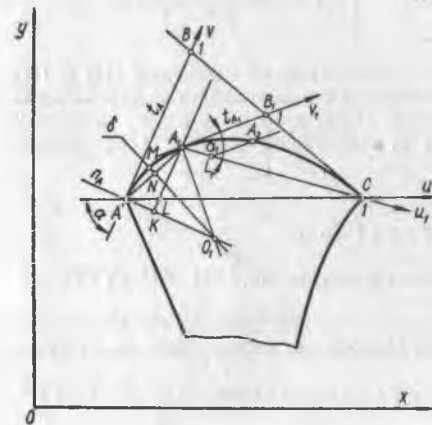


Рис. 1

$\alpha$  — угол, образованный координатными осями;  
 $k_1, k_2$  — угловые коэффициенты прямых  $AB$  и  $AC$  соответственно;

$\delta$  — допуск на аппроксимацию;  
Уравнение кривой 2-го порядка местной единичной системы координат  $uAv$  в параметрической форме [2] имеет вид:

$$u = \frac{1}{\gamma t^2 + t + 1}; \quad v = ut,$$

откуда находим

$$t = \frac{1}{2\gamma u} (-u + \sqrt{u^2(1 - 4\gamma) + 4\gamma u})$$

Имея значение параметра  $t$  в точке  $A_1$  дуги  $AC$ , воспользуемся уравнением кривой 2-го порядка для ортогональных систем координат

$$x = \frac{x_A \gamma t^2 + x_{B_1} + x_C}{\gamma t^2 + t + 1}; \quad y = \frac{y_A \gamma t^2 + y_{B_1} + y_C}{\gamma t^2 + t + 1}$$

и вычислим координаты  $x_{A_1}, y_{A_1}$  точки  $A_1$ .

Для определения координат последующей узловой точки  $A_2$  осуществляем аналитически переход к местной единичной системе координат  $u_1A_1v_1$ .

Угловым коэффициентом касательной к кривой 2-го порядка в точке  $A_1$  определяем по формуле

$$k = y'_1/x'_1 = \frac{(y_A - y_B) \gamma t^2 + 2(y_A - y_C) \gamma t + y_B - y_C}{(x_A - x_B) \gamma t^2 + 2(x_A - x_C) \gamma t + x_B - x_C}$$

Решив систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \frac{x_{B_1} - x_{E_1}}{x_C - x_{B_1}} = \frac{y_{B_1} - y_{E_1}}{y_C - y_{B_1}}; \\ y_{B_1} - y_{A_1} = k(x_{B_1} - x_{A_1}), \end{cases}$$

где первое уравнение есть уравнение прямой, проходящей через точки  $B$  и  $E$ , второе — уравнение касательной в точке  $A_1$ , записанное как уравнение прямой, проходящей через две точки с заданным угловым коэффициентом. находим координаты

точки  $B_1$  пересечения этих прямых:

$$x_{B_1} = \frac{x_B y_C - x_C y_B + (y_{A_1} - k x_{A_1})(x_C - x_B)}{y_C - y_B - k(x_C - x_B)}; \quad (6)$$

$$y_{B_1} = y_{A_1} + k(x_{B_1} - x_{A_1}).$$

Величину проективного коэффициента  $\gamma_1$  дуги  $AC$  определим, воспользовавшись формулой радиуса кривизны в крайней точке  $C$  ( $t = 0$ ) [3]

$$R_C = \frac{BC^3}{2\gamma P}; \quad (7)$$

где  $P = 2S_1$  — удвоенная площадь базисного треугольника  $ABC$ .

Переменной на дуге  $AC$  является точка  $A_1$ , точка  $C$  — постоянная, поэтому  $R_C = \text{const}$  и в каждом отдельном случае

$$\gamma_1 = \frac{B_1 C^3}{2R_C P_1}; \quad (8)$$

$$B_1 C = \sqrt{(x_{B_1} - x_C)^2 + (y_{B_1} - y_C)^2}; \quad P_1 = \frac{1}{2} (x_{A_1} - x_C)(y_{B_1} - y_C) - (x_{B_1} - x_C)(y_{A_1} - y_C).$$

Если на определенном шаге вычислений окажется, что  $u = A_1 L_1 \geq A_1 C$ , то последней узловой точкой кусочно-линейной аппроксимации дуги  $AC$  будет точка  $C$ .

Покажем, что при определенных условиях стрелка прогиба  $MN$  на участке  $A_1$  равна  $\delta$  допуску на аппроксимацию.

Действительно, если положить, что на достаточно малом участке  $AA_1$  кривой 2-го порядка кривизна в точках  $A$  и  $A_1$  не изменяется по величине, то отрезок заданной дуги  $AC - AA_1$  можно заменить дугой окружности. Для случая, когда  $\angle AO_1 A_1 = \varphi$ ;  $\angle AO_1 M = \angle MO_1 A_1 = \frac{\varphi}{2}$  и  $AO_1 = A_1 O_1 = R$ , можно записать:

$$AK = AO_1 - KO_1 = R - R \cos \varphi = R(1 - \cos \varphi);$$

$$MN = MO_1 - NO_1 = R - R \cos \frac{\varphi}{2} = R \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right).$$

Поделив  $AK$  на  $MN$ , получим  $\frac{AK}{MN} = \frac{1 - \cos \varphi}{1 - \cos \frac{\varphi}{2}}$  — выражение, величина

которого не зависит от радиуса кривизны и которое при достаточно малом  $\varphi$  можно заменить его пределом:

$$\frac{AK}{MN} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \varphi}{1 - \cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{\frac{1}{2} \varphi^2}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \varphi\right)^2} = 4,$$

откуда  $AK = 4MN$ . Если принять во внимание, что  $AL = \frac{4\delta}{\sin \alpha}$ , то из треугольника  $AKL$  находим  $AK = 4\delta$ . Поэтому  $MN = \delta$ , что и требовалось доказать.

Вычислительные формулы алгоритма кусочно-линейной аппроксимации дуги кривой 2-го порядка, предложенные в настоящей статье, сравнительно проще вычислительных формул ныне существующих алгоритмов [4, 5]. Машинные

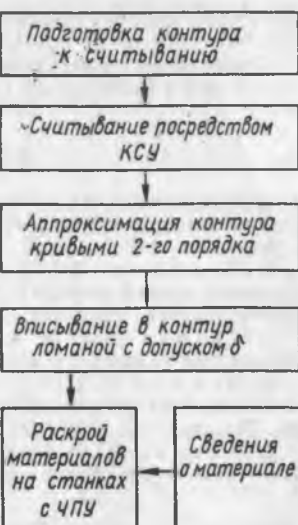


Рис. 2

программы решения различных задач швейной промышленности на ЭЦМ «МИР-2» — короче на 13—15%.

Схематически процесс подготовки формообразующих программ на детали швейных изделий с последующим автоматическим вырезанием их представлен на рис.

### Список литературы

1. Бадаев Ю. И., Залевский В. И. Аппроксимация плоских кривых ломаной линией. — В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. Будівельник, 1976, вып. 21.
2. На долинный В. А., Павлов А. В. Определение стандартного уравнения кривой второго порядка. — В кн.: Прикладные задачи геометрических преобразований. Кишинев, Штиинца, 1977.
3. На долинный В. А. Коробовая линия кривых второго порядка. — В кн.: Прикладная геометрия и инженерная графика. К., Будівельник, 1973, вып. 4.
4. Ленчук И. Г., Павленко Ю. С., Залевский В. И. и др. Соотно-линейная аппроксимация контуров деталей швейных изделий. — Изв. вузов. Технология легкой промышленности. К., 1977, № 4.
5. Кетков Ю. А. Об оптимальных методах кусочно-линейной аппроксимации. — Изв. вузов. Радиофизика. Горький, ГГУ, 1966, т. 9, № 6.

Е. Я. Авдонин

(Донецкий политехнический институт)

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНИЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ОБЩЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

Большое число деталей нестандартного оборудования, изготавливаемых из листового материала в различных отраслях промышленности, ограничено поведением, имеющими общую плоскость симметрии. Взаимное расположение таких поверхностей самое разное. Для построения разверток требуется предварительное построение линии их пересечения на чертеже детали.

Если уже по виду заданных поверхностей можно определить тип проекции линии пересечения, ее расположение и некоторые параметры, то упрощается и уточняется построение всей искомой линии как на чертеже, так и на развертке поверхностей.

Решить поставленную задачу можно двумя путями.

1. Используя теорию геометрических соответствий к построению кривых, так как искомая проекция есть множество точек пересечения соответственных лучей двух пучков  $S^1$  и  $S^2$  порядков  $k$  и  $l$  прямых или кривых линий, между которыми установлено  $[p, q]$ -значное соответствие [3].

2. Совместное решение уравнений данных поверхностей позволяет найти аналитическое выражение линии их пересечения [2]. Появляется возможность более точного с помощью ЭВМ определения параметров и автоматического расчета величин, требуемых для инженерной практики.

В результате проведенных исследований и анализа имеющегося опыта [1, 2, др.] нами сформулирована следующая теорема.

Если две пересекающиеся поверхности порядков  $m$  и  $n$  имеют общую плоскость симметрии, то линия их пересечения проектируется на эту плоскость частью\* кривой линии порядка  $\frac{m \cdot n}{2}$ .

\* Проекция линии пересечения поверхностей обычно не дает полной кривой порядка  $\frac{m \cdot n}{2}$ , а лишь отдельные ее участки.

При  $m = n = 2$  имеем известную теорему о соответствующей проекции линии пересечения поверхностей 2-го порядка.

Пример. Пусть даны поверхности  $\Phi^1$  и  $\Phi^2$ :

$$y^2 = \frac{64b^2x^2}{27a^2}(ax - x^2); \quad (1)$$

$$y^2 + z^2 = R^2 \quad (2)$$

вертикально и продольно расположенных цилиндров 4 и 2-го порядков (рис. 1). Исключив из уравнений (1) и (2) координату  $y$ , получим проекцию линии пересечения  $\Phi^1$  и  $\Phi^2$  на общую плоскость симметрии  $хоу$

$$64b^2x^4 - 64b^2ax^3 - 27a^2z^2 + 27a^2R^2 = 0. \quad (3)$$

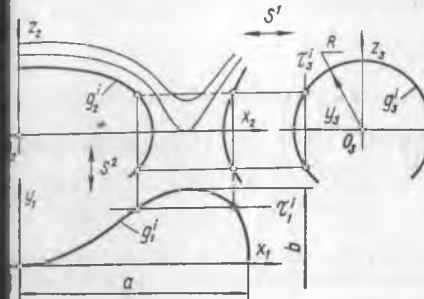


Рис. 1

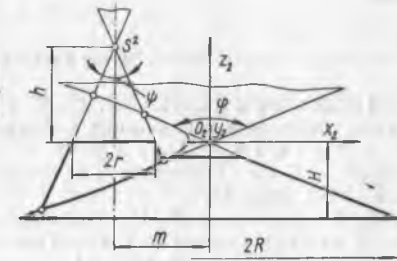


Рис. 2

Выражение (3) определяет при заданных параметрах  $a, b, R$  плоскую кривую 4-го порядка, что и следует из теоремы. Графически искомая линия  $g$  может быть построена как множество точек пересечения соответственных лучей двух пучков 1-го порядка  $S^1$  и  $S^2$  прямых, между которыми установлено  $[2, 2]$ -значное соответствие.

При переменном параметре  $R$  имеем однопараметрическое множество кривых 4-го порядка, представленных на рис. 1.

Следствие. Если пересекающиеся поверхности имеют две общие плоскости симметрии, то проекция линии пересечения на эти плоскости распадается на две кривые. Примерами могут служить линии пересечения тора с цилиндром [1] или конусом вращения.

Применение рассмотренных выше положений позволяет подготовить все необходимые расчетные данные для составления программы работы ЭВМ и отдать трудоемкую операцию построения линии пересечения поверхностей.

Пример. Определить вид и параметры проекции на общую плоскость симметрии линии пересечения двух конических поверхностей с параллельными осями (рис. 2). Уравнения данных поверхностей  $\Phi^1$  и  $\Phi^2$  имеют следующий вид:

$$x^2 + y^2 - \frac{R^2}{H^2} z^2 = 0; \quad (4)$$

$$(x + m)^2 + y^2 - \frac{r^2}{h^2} (z - h)^2 = 0. \quad (5)$$

Вычтем из (4) выражение (5) и преобразуем, получим уравнение искомой проекции на плоскость  $хоу$

$$x = \frac{1}{2m} \left( \frac{r^2}{h^2} - \frac{R^2}{H^2} \right) z^2 - \frac{r^2}{mh} z + \frac{r^2 - m^2}{2m} = 0. \quad (6)$$