Из геометрических соотношений рис. 6 и 7 легко определить напряжения и токи ветвей, а также их сопротивления

$$x_{L_1} = x_{L_2} = x_{C_1} = x_{C_2} = R_{01} m \sqrt{2}\,; \qquad (41)$$

$$x_{L_3} = x_{C_3} = R_{01} m. \qquad (42)$$

Выражения (37), (38) и (41), (42) совместно с рис. 5—7 позволяют рассчитать параметры и определить принципиальную схему согласования однофазной и многофазных систем с любым числом фаз m.

В качестве примера применения описанной методики синтеза согласующих цепей при подключении двухполюсника на фазное напряжение на рис. 8 представлены принципиальная схема и параметры согласующих ветвей, обеспечивающих симметрирование режима шестифазной системы при подключении к ней однофазной резистивной нагрузки с сопротивлением R_{O1}. На рис. 8 дополнительно обозначены *7* — шестифазный источник напряжений с нулевой фазой *O*; *8* — активный двухполюсник с сопротивлением R_{O1}; *9* — цепь с одним этапом переноса энергии (симметрирующие ветви); *10* — цепь с двумя этапами переноса мощности; L_5, C_5 — ветви преобразователя однофазного тока в двухфазный (перенос мощности в первом этапе); C_6, C_7 и L_6, L_7 — ветви симметрирующей цепи (перенос мощности во втором этапе).

Если в цепи (рис. 8) источник (зажим *O*—*6*) заменить активным шестифазным приемником энергии, однофазный активный приемник (зажимы *O*, *1*) — источником, все индуктивные ветви — емкостными, а емкостные — индуктивными с тем же сопротивлением, то цепь приобретает новое свойство — преобразования однофазного тока в симметричный многофазный.

1. *Музыченко А. Д.* Свойства симметрирующих цепей и критерии этих свойств // Техн. электродинамика.— 1987.— № 4.— С. 79—85.
2. *Музыченко А. Д.* Согласование режимов работы многофазных источников и потребителей электроэнергии // Техн. электродинамика.— 1987.— № 2.— С. 57—60.

Поступила 21.10.86

УДК 621.317.52

Алгоритм определения узлов переключения электрических режимов электроэрозионной обработки

Ленчук И. Г., Ляшенко Б. Н.

На предприятиях электроприборостроения нашли широкое применение методы электроэрозионной обработки (ЭЭО) материалов станками с числовым программным управлением (ЧПУ). Создание гибких производственных модулей и комплексов на базе таких станков предусматривает наличие системы автоматизированного выбора оптимальной последовательности электрических режимов ЭЭО и толщины слоя материала, снимаемого с электрода-заготовки (ЭЗ), при которых эти режимы включаются.

Параметры электрических режимов, как известно, зависят от выбранного типа источника питания и связаны аналитически [4] с электрическими параметрами импульсов — амплитудой I_a и длительностью t_u импульса тока, длительностью $t_п$ паузы между импульсами. К таким параметрам относят частоту f_i и скважность q_i импульсов; число E_i работающих силовых блоков генератора; число G_i работающих транзисторов в каждом силовом блоке ($i=1, 2, \dots, N$, N — количество режимов). Значения параметров образуют дискретные ряды, из которых они выбираются соответственно режиму.

Известны методики расчета значений f_i, q_i, E_i и G_i. При этом для выбора последовательности значений технологических показателей [4] вводят в рассмотрение прямоугольную декартовую систему координат $Oxyz$, где на оси ординат откладывают значения h абсолютного износа электрода-инструмента (ЭИ) (рис. 1), а на оси аппликат — шероховатость R поверхности ЭЗ. Ось абсцисс в данном варианте расчета является осью аргументов и на ней в определенных пределах изменяется

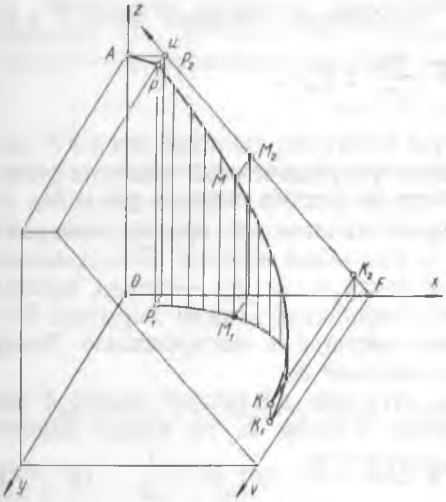

Рис. 1

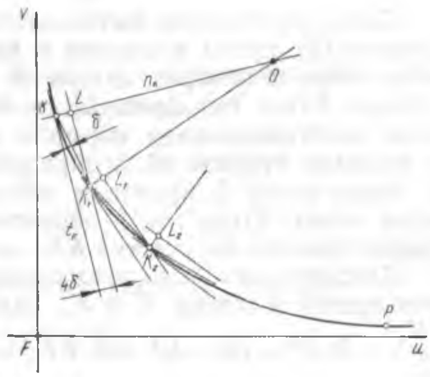

Рис. 2

значение l толщины слоя материала, снимаемого с ЭЗ. В этой системе координат пространства задают точку $A(l_H, h_H, R_H)$ — начало ЭЭО и точку $K(l_K, h_K, R_K)$ — конец ЭЭО. Каждой непрерывной линии, соединяющей точки A и K и характеризующей вполне определенную последовательность режимов, соответствует свое время обработки. Решается задача определения равномерно расположенных точек между A и K таких, прохождение через которые от A к K требует минимальных затрат времени. Выбор траектории этого перехода производится методами вариационного исчисления [1, 3]. При этом полный процесс ЭЭО может быть представлен кусочно-непрерывной кривой, составленной из отрезка прямой AP в горизонтальной плоскости, соответствующего черновой (предварительной) ЭЭО, и отрезка кривой PK, расположенного в проецирующей плоскости и соответствующего чистовой (доводочной) ЭЭО.

Указанная кусочно-непрерывная линия является экстремалью e и описывается аналитически системой уравнений

$$z = a(b - x) + c; \quad y = a_1 (b_1 - z^t), \tag{1}$$

где a, b, c, a_1, b_1, t — определенные параметры, представляющие собой рациональные числа, каждое из которых отлично от нуля (здесь и далее в изложении имеем в виду только криволинейный участок экстремали). Граничные точки P и K дуги кривой вполне определяются заданием их абсцисс x_P и x_K.

Требуется разбить отрезок PK кривой e на n равных по длине отрезков и найти координаты точек разбиения, называемых узлами переключения электрических режимов.

Перейдем от пространственной системы $Oxyz$ к прямоугольной декартовой системе координат uFv на плоскости экстремали. При этом за ось абсцисс Fu примем след-проекцию P_2K_2 упомянутой плоскости на координатную плоскость zOx, а за ось ординат Fv — линию пересечения ее же с координатной плоскостью xOy. Если учесть (1) и то, что начало новой системы имеет координаты $F\left(b+\frac{c}{a}; 0; 0\right)$, то несложными преобразованиями получим зависимости $y=v$; $z=mu$, где $m=\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$. Поэтому уравнение кривой e в плоскостной системе координат будет иметь вид

$$v = p + ru^t, \tag{2}$$

где $p = a_1 b_1$; $r = -a_1 m^t$.

С учетом формул перехода найдем координаты опорных точек P и K:

$$P\left(\frac{z_p}{m}; y_P\right); \ K\left(\frac{z_k}{m}; y_K\right).$$

Далее рассмотрим вычислительную схему спрямления дуги KP экстремали (2) путем вписания в кривую упорядоченной последовательности точек с наперед заданным и сколь угодно малым допуском δ. В точке $K(u_K: v_K)$ (рис. 2), с которой начинается процесс вписания точек, восстанавливаем нормаль n_K к заданной кривой. Откладываем на нормали отрезок 4δ и определяем точку $L(u_L; v_L)$ — конец отрезка 4δ. Через точку L проводим секущую перпендикулярно нормали. Находим точку $K_1(u_K'; v_K')$ пересечения секущей с экстремалью. Тогда стрелка прогиба на участке KK_1 не превышает δ.

Действительно, если предположить, что для достаточно малого δ кривизна кривой в точках K и K_1 одинакова и равна k, то можно записать $\frac{KK_1}{2} = \sqrt{R^2-(R-\delta)^2}$ или $KK_1 = 2\sqrt{2R\delta-\delta^2}$, где $R=\frac{1}{k}$. Из треугольников KK_1L и LK_1O имеем $K_1L^2 = K_1K^2 - KL^2$; $K_1L^2 = R^2-(R-KL)^2$. Отсюда $K_1K^2 - KL^2 = R^2 - (R-KL)^2$; $KL = \frac{4R\delta - 2\delta^2}{R} = 4\delta - \frac{2\delta^2}{R}$. Но так как $\delta \ll R$, то $KL = 4\delta$. Координаты точки L находим на нормали, решив систему двух уравнений:

$$u_L - u_K = -s(v_L - v_K);$$
$$(4\delta)^2 = (u_L - u_K)^2 + (v_L - v_K)^2 \tag{3}$$

(где $s = dv/du = tru_K^{t-1}$), первое — уравнение нормали в точке K к заданной экстремали, второе — расстояние между точками K и L, выраженное через координаты этих точек. Здесь

$$u_L = u_K - s\frac{4\delta}{\sqrt{s^2+1}}; \quad v_L = v_K + \frac{4\delta}{\sqrt{s^2+1}}. \tag{4}$$

Для выполнения процесса вписания точек в кривую необходимо, чтобы точка $L(u_L; v_L)$ всегда была отложена на нормали в направлении к центру кривизны заданной кривой в точке $K(u_K; v_K)$ (противоположном направлению выпуклости). Известно, что если кривизна положительна ($k>0$), то центр кривизны лежит на положительной полупрямой нормали, а если кривизна отрицательна ($k<0$) — на отрицательной. Поэтому формулы (4), которые зависят от направления выпуклости дуги экстремали, перепишем в виде

$$u_L = u_K - s\frac{4\delta}{\sqrt{s^2+1}}\operatorname{sign}(k);$$
$$v_L = v_K + s\frac{4\delta}{\sqrt{s^2+1}}\operatorname{sign}(k), \tag{5}$$

где $k = \frac{d^2v/du^2}{\sqrt{\left(1+\left(\frac{dv}{du}\right)^2\right)^3}}$; $\operatorname{sign}(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k>0, \\ 0 & \text{при } k=0, \\ -1 & \text{при } k<0. \end{cases}$ Причем в формуле кривизны следует вычислять только числитель, поскольку важен ее знак, а не значение. При этом

$$d^2v/du^2 = t(t-1)\,ru_K^{t-2}.$$

Знаменатель в указанном выражении всегда больше нуля.

Уравнение нормали (3) к экстремали в точке K можно записать в виде

$$v = -\frac{1}{s}\,u + \left(v_K + \frac{u_K}{s}\right). \tag{6}$$

Поскольку секущая, проходящая через точку L, перпендикулярна нормали (6), то согласно условию перпендикулярности двух прямых ($k_1k_2 = -1$), уравнение секущей может быть представлено выражением

$$v - v_L = s\,(u - u_L), \tag{7}$$

где u, v — текущие координаты прямой.

Для определения координат точки $K_1\,(u'_K;\ v'_K)$ пересечения секущей (7) с заданной кривой (2) решаем совместно эти уравнения

$$v'_K - v_L = s\,(u'_K - u_L);$$

$$v'_K = p + r\,(u'_K)^t. \tag{8}$$

Выполнив соответствующие преобразования системы, получим:

$$su'_K - r\,(u'_K)^t + n = 0, \tag{9}$$

где $n = v_L - p - su_L$.

Очевидно, что прежде чем искать корни уравнения (9), целесообразно проверить, пересекает ли прямая (7) экстремаль между опорными точками K и P. С этой целью рассмотрим взаимное расположение точек $K(K_1,\ K_2, \ldots)$ P относительно прямой, которую представим как функцию от двух переменных в виде $f(u, v) = v - v_L - s\,(u - u_L)$.

Если точки K и P лежат в разных полуплоскостях, определенных прямой, т. е. $f(u_K, v_K)\,f(u_P, v_P) < 0$, то хорда KP, а значит, и одноименная дуга кривой пересекаются с секущей. В противном случае общая точка прямой и кривой находится за пределами дуги, заключенной между точками K и P (или совпадает с P, если $f(u_K, v_K)\ f(u_P, v_P) = 0$).

Поскольку параметр t может принимать любые значения из совокупности рациональных чисел, кроме $t=0$, то решать уравнение (9) удобнее всего каким-либо численным методом. В данном случае можно воспользоваться методом половинного деления [2], приводящим сравнительно быстро к результату и не вызывающим особых затруднений пользователя. При этом отрезком изоляции корня будет интервал $[u_K,\ u_P]$ (рис. 3), так как *9* является результатом вычитания из уравнения экстремали *2* уравнения секущей *7*, а искомый корень обязательно принадлежит указанному отрезку.

Ординату точки K_1 находим подстановкой найденного значения u'_K в уравнение (2): $v'_K = p + r\,(u'_K)^t$. На участке KK_1 дугу экстремали e заменяем хордой KK_1, длину которой вычисляем по формуле

$$l = \sqrt{(u'_K - u_K)^2 + (v'_K - v_K)^2}.$$

В дальнейшем аналогично находим координаты следующей узловой точки аппроксимации K_2 с тем же допуском δ. Дугу экстремали K_1K_2 заменяем одноименной хордой, а длину последней приплюсовываем к длине хорды KK_1 и т. д. Результатом вычислений будет развертка на прямую дуги экстремали KP длиной l, определенной с высокой степенью точности. В качестве последней узловой точки упорядоченного ряда принимаем точку $P(u_P; v_P)$, когда секущая и экстремаль в пределах дуги KP не имеют общих точек.

Конечной целью исследований, как было сформулировано в начале изложения, является определение координат точек $R_1, R_2, \dots, R_{n-1}$ на кривой, делящих дугу ее KP на n отрезков равной длины. Очевидно, если при этом длина всей дуги кривой равняется l, то выражения $l_1 = \frac{1}{n} l$, $l_2 = \frac{2}{n} l, \dots$ $\dots, l_{n-1} = \frac{n-1}{n} l$ (или в общем виде для R_i-й точки $l_i = \frac{i}{n} l$, где $i =$

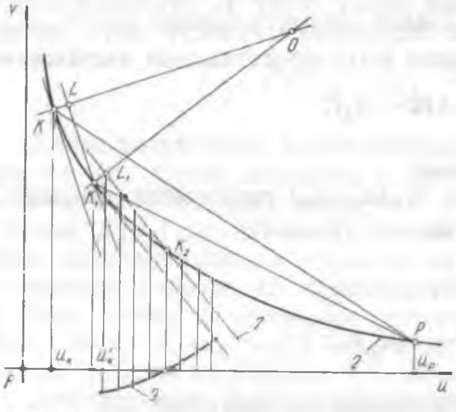

Рис. 3

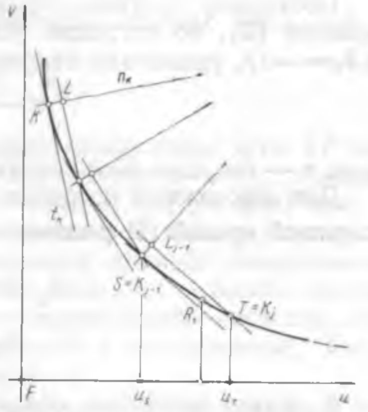

Рис. 4

$= 1, 2 \dots, n-1$) будут определять длину дуг экстремали с началом в одной и той же точке K и концом в точках $R_1, R_2, \dots, R_{n-1} (R_i)$ соответственно.

Для нахождения координат точки $R_1 (u_1; v_1)$ обратимся к уже описанному ранее алгоритму вписания в дугу KP упорядоченной последовательности точек с заданным допуском δ. На нормали к кривой в точке K откладываем отрезок 4δ и находим координаты точки L — конца отрезка 4δ. Через точку L проводим секущую перпендикулярно к нормали и находим ее точку пересечения $K_1 (u'_K; v'_K)$ с заданной кривой. Определяем длину хорды $KK_1 (l_{KK_1})$ и сравниваем ее с длиной l_1. Если $l_{KK_1} < l_1$, то процесс вписания точек в кривую продолжается — ищем следующую узловую точку K_2. Находим длину хорды K_1K_2 и сумму $l_{KK_1} + l_{K_1K_2} = l_{KK_2}$. Опять сравниваем последнюю с длиной l_1. Если $l_{KK_2} < l_1$, то ищем следующую узловую точку K_3 и т. д. до тех пор, пока на i-м шаге не окажется истинным неравенство $l_{KK_j} \geqslant l_1$ (что случится обязательно). Если будет выполняться равенство, что маловероятно, то K_j будет искомой точкой R_1. Иначе фиксируем на кривой две смежные узловые точки аппроксимации $S = K_{j-1}$ и $T = K_j$ (рис. 4) такие, для которых искомая точка R_1 является промежуточной на кривой e.

Дальше еще раз воспользуемся методом половинного деления, но в несколько иной интерпретации применительно к конкретной задаче. Именно: пусть $F(u) = p + ru^t$ — функция, график которой изображен на рис. 4; l_1 — расстояние от точки K до искомой точки R_1 по дуге кривой; l_s — расстояние от точки K к точке S на той же дуге. Требуется приблизить точку S к точке R_1 на экстремали так, чтобы модуль разности указанных расстояний не превышал заранее заданной точности ε: $|l_s - l_1| \leqslant \varepsilon$.

Разделим интервал $[u_S, u_T]$, взятый на оси абсцисс, точкой u_0 пополам: $u_0 = (u_S + u_T)/2$ и вычислим значение $v_0 = F(u_0)$. Найдем расстояние от точки S до точки с координатами $(u_0; v_0)$: $l_0 = \sqrt{(u_s - u_0)^2 + (v_s - v_0)^2}$. Если при этом неравенство $|l_s + l_0 - l_1| \leqslant \varepsilon$ будет истинным, то задача решена и $u_1 = u_0$, $v_1 = v_0$. При ином результате сравниваем сумму $l_s + l_0$ с

l_1. Если здесь $l_s + l_0 < l_1$, то в точку с координатами $(u_0; v_0)$ переносим точку S (обозначаем $l_s = l_s + l_0$, $u_s = u_0$), в противном случае — точку T (обозначаем $u_T = u_0$).

Дальше выполняем очередное деление пополам вновь полученного интервала $[u_S, u_T]$ до тех пор, пока не будет удовлетворено требование точности нахождения точки R_1 на кривой.

Для определения координат точки $R_2(u_2, v_2)$, делящей отрезок экстремали KP в отношении $l_2 = \frac{2}{n} l$, все начинаем сначала — с точки K. Дальше аналогично до точки $R_{n-1}(u_{n-1}; v_{n-1})$.

Координаты точек $K, R_1, R_2, \ldots, R_{n-1}, P$ в ортонормированной системе координат $Oxyz$ находим по формулам $y = v$, $z = mu$, $x = b + \frac{c}{a} - \frac{1}{a} z$.

В заключение отметим, что приведенная в настоящей работе вычислительная схема позволяет посредством несложных математических операций решить важную инженерную задачу этапа подготовки эксплуатации электроэрозионных станков с ЧПУ в электроприборостроении, автоматизировать процесс подготовки именно геометрической информации для работы с этими станками. Компактность вычислительной схемы позволила авторам реализовать описанный алгоритм на персональных ЭВМ и передать его для внедрения на Головном предприятии Житомирского ПО «Электроизмеритель».

1. *Вексель И. Г., Левин А. И.* Оптимальное управление электрическими режимами электроэрозионной обработки // Станки и инструмент.— 1986.— № 2.— С. 26—28.
2. *Козин А. С., Лященко И. Я.* Вычислительная математика.— Киев : Рад. школа, 1983.— 191 с.
3. *Лаврентьев М. А., Люстерник Л. А.* Курс вариационного исчисления.— М.; Л. : Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1950.— 296 с.
4. *Электроэрозионная* и электрохимическая обработка. Расчет, проектирование и применение электродов-инструментов: Ч. 1. Электроэрозионная обработка.— М., 1980.— 224 с.

Поступила 15.10.86

УДК 621.318.435:621.314.1

Накопление, обмен и потери энергии в многообмоточном дросселе однотактного преобразователя напряжения

Криштафович И. А., Кузьменко А. Я.

В системах вторичного электропитания широко применяются однотактные преобразователи напряжения, обладающие рядом преимуществ по сравнению с двухтактными [3, 4]. Однотактные преобразователи используются в многоканальных системах электропитания, источниках повышенной мощности и высокого напряжения.

Рассмотрим процессы накопления и обмена электромагнитной энергией в многообмоточном дросселе однотактного преобразователя с обратным включением диодов (рис. 1). Дроссель содержит в общем случае n обмоток, из которых обмотка $N1$ является первичной, а обмотки $N2 \ldots Nn$ — вторичные, причем последние могут соединяться через обратные диоды параллельно для получения повышенной мощности или последовательно — для получения высокого напряжения [2, 5]. Распространенным является построение дросселя с так называемой рекуперирующей, или размагничивающей обмоткой $N2$, которая имеет