Житомирський державний університет імені Івана Франка
Студентське наукове товариство
фізико-математичного факультету

НАУКОВИЙ ПОШУК МОЛОДИХ ДОСЛІДНИКІВ

Випуск VIII

Житомир
Видавництво ЖДУ імені Івана Франка
2015

УДК 378.937
Н32

Рекомендовано вченою радою Житомирського державного університету імені Івана Франка, протокол № 8 від 27 березня 2015 року

РЕЦЕНЗЕНТИ: **Лось Л. В.** – заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, академік Інженерної академії України, професор, Житомирський агроекологічний університет;

Антонова О. Є. – доктор педагогічних наук, професор, Житомирський державний університет імені Івана Франка.

Н32 Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів / за ред. доц. О. М. Королюк. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2015. – Вип. 8. 166 с.

У збірнику представлено результати науково-дослідницької роботи за актуальними напрямками фізико-математичних, психолого-педагогічних наук та інформаційних технологій магістрантів, студентів-дипломників, членів проблемних груп та наукових гуртків, здобувачів і викладачів фізико-математичного факультету Житомирського державного університету імені Івана Франка.

УДК 378.937

ЗМІСТ

РОЗДІЛ І. НАУКОВИЙ ПОШУК СТУДЕНТІВ, МАГІСТРАНТІВ

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

ІНФОРМАТИКА, КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ НАУКИ

РОЗДІЛ ІІ. НАУКОВІ ДОРОБКИ ВИКЛАДАЧІВ

Для нотаток:

тижнів. Скільки биків може прогодувати третя лука протягом 18 тижнів? [2, с. 133] Відповідь: третя лука може прогодувати протягом 18 тижнів 36 биків.

Математичні задачі стимулювали не лише виникнення, а й подальший розвиток математичної науки. Вони насамперед примушували вчених розробляти нові алгоритми, виявляти нові закономірності, створювати нові методи дослідження. Пошук розв'язань задач був пов'язаний з інтенсивною творчою роботою абстрагуючої думки і сприяв відкриттю нових математичних теорій.

Література

1. Попов Г. Н. Сборник исторических задач по елементарной математики / Попов Г. Н. – М.-Л. : ОНТИ, 1938. – 219 с.
2. Конфорович А. Г. Визначні математичні задачі / Конфорович А. Г. – К. : Радянська школа, 1981. – 189 с.

Ковальчук Олександр,
студент IV курсу, спеціальність «Математика і фізика»,
*Науковий керівник – **Семенець С. П.**,*
доктор педагогічних наук, професор

СТОХАСТИЧНІ МЕТОДИ ОБЧИСЛЕННЯ ЧИСЛА «π»

Число «π» – це найвідоміша і загадкова математична константа, яка виражає відношення довжини кола до його діаметра. Його використовують у світовій статистиці, прогнозі погоди і інших ситуаціях, що вимагають великої обчислювальної потужності. Цікаво, що відома піраміда Хеопса є втіленням числа «π», оскільки відношення периметра основи до подвоєної висоти наближено дорівнює числу «π».

Перші 100 основних знаків після коми числа «π»:

3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706 79.

Число «π» є трансцендентним числом. Трансцендентними називаються такі числа, які не є коренями жодного алгебраїчного рівняння з раціональними коефіцієнтами. $\sqrt{2}$ – число ірраціональне, але це – «алгебраїчне ірраціональне» число, бо $\sqrt{2}$ є коренем квадратного рівняння $x^2 - 2 = 0$. Число «π» не може бути коренем жодного алгебраїчного рівняння з раціональними коефіцієнтами. Дробова частина десяткового запису числа «π», як і в усіх ірраціональних чисел, нескінченна і неперіодична. Із загадковою постійністю таке число з'являється в найнесподіваніших місцях. Наприклад, відношення довжини берега річки до відстані між її витоком і гирлом приблизно дорівнює 3,14.

У ході нашого дослідження розв'язуються такі завдання:

1. Історія числа «π»;
2. Доведення ірраціональності числа «π»;
3. Трансцендентність числа «π»;
4. Обчислення числа «π» різними методами;
5. Програмне забезпечення стохастичних методів обчислення числа «π».

Мета статті полягає в розкритті стохастичних методів і програмного забезпечення експериментального обчислення числа «π».

Розумна голка або задача Бюффона.

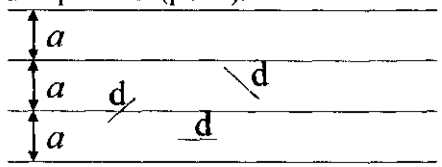
Всім, без сумніву, відома формула довжини кола $L=2\pi R$, де «π» – трансцендентне число, значення якого з точністю до сотих дорівнює 3,14.

Відомо багато методів обчислення числа « » з великою точністю. Один з них дозволяє обчислити число «π» досить точно і передбачає використання звичайної швацької голки.

В курсі теорії ймовірностей він відомий під назвою "Задача Бюффона". Розглянемо зміст цього методу.

Проведемо на аркуші паперу паралельні прямі, виконуючи такі умови:

1) відстані між паралельними прямими рівні;
2) відстань між двома сусідніми паралельними більша за довжину голки;
3) побудоване креслення (зовні схоже на папір в лінійку) достатньо велике, щоб випадково кинута голка не впала за межі креслення (рис. 1).



мал.1

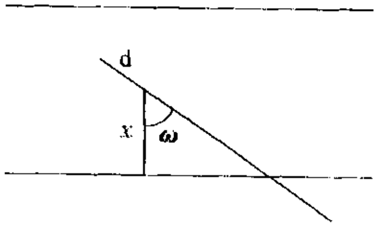
Нехай відстань між паралельними прямими дорівнює α і довжина голки d (за умовою d < α). Положення випадковим чином кинутої на креслення голки визначається відстанню x від її середини до найближчої прямої та кутом ω, який голка утворює з перпендикуляром, опущеним з середини голки на найближчу пряму (рис. 2).

Очевидно $0 \leq x \leq \frac{\alpha}{2}$; $-\frac{\pi}{2} \leq \omega \leq \frac{\pi}{2}$

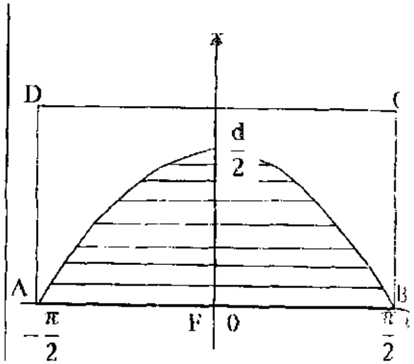
Зобразимо графічно (мал. 3) функцію $x = \frac{d}{2}\cos\omega$.

Визначимо ймовірність події А – "кинута випадковим чином на креслення голка перетне одну з паралельних прямих": $P(A) = \frac{r}{m}$,

де m – загальна "кількість" положень голки, r – "кількість" тих положень, при яких голка перетинає одну з паралельних прямих.



мал. 2



мал. 3

У випадку перетину голкою однієї з паралельних прямих має місце така нерівність: $x \le \frac{d}{2}\cos\omega$.

Таку вимогу задовольняють координати усіх точок, які обмежені заштрихованою областю. Разом з тим всі можливі положення голки характеризуються точками, які розташовані в області прямокутника ABCD.

Таким чином, знаходимо геометричну ймовірність: $P(A) = \frac{\text{площа } BEA}{\text{площа } ABCD}$.

Але площа ABCD дорівнює $\alpha/2$, а площа BEA дорівнює:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d}{2}\cos\omega\, d\omega = \frac{d}{2}\sin\omega \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = d$$

Отже, площа BEA дорівнює d, звідки: $P(A) = 2d/\alpha\pi$.

Очевидно: $\pi = \frac{2d}{\alpha P(A)}$.

Згідно із законом великих чисел, ймовірність P(A) можна обчислитиприблизно, з достатньо великою точністю. Наприклад, голку кидали s разів і k разів вона впала, перетинаючи одну з паралельних прямих, то при достатньо великому s, P(A) приблизно дорівнює відношенню k/s.

Таким чином,

«π» приблизно дорівнює $\frac{2ds}{ak}$.

Отримана формула дозволяє наближено обчислити число «π».

З таблиці 1 видно, що математики різних країн, користуючись методом Бюффона, обчислювали «π» з різною точністю:

Таблиця 1. Обчислення числа «π»

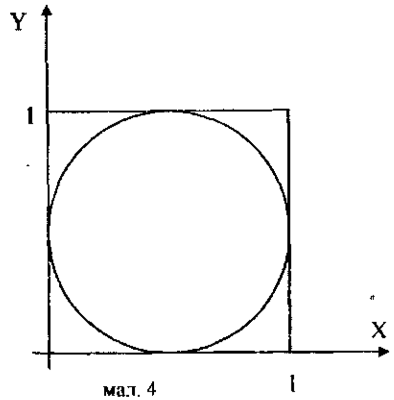
Вчений-дослідник	Рік випробування	Кількість кидань	Отримане значення
Вольф	1850	5000	3,1596
Фокс	1834	1120	3,1419
Лазаріні	1901	3408	3,1416

Звичайно, за вказаних часів не існувало комп'ютерів або якоїсь іншої електронно-обчислювальної техніки, і випробування проводилися "вручну".

Тепер, коли у багатьох вдома або ж на робочому місці встановлено комп'ютер, можна доручити проведення випробувань та обрахунки техніці.

Реалізуємо програмні засоби (Pev-C++) для обчислення числа «π». Виконаємо стохастичний експеримент.

1. На координатній площині будуємо одиничний квадрат і вписане в нього коло (мал. 4).



мал. 4

2. Кидаємо точки на рисунок, так щоб ця точка лежала в межах квадрата.

3. Проводимо n разів цей експеримент.

Відношення кількості попадань у коло $K_п$ до кількості попадань поза коло $K_м$ дасть приблизне значення числа «π».

$$\pi = \frac{K_п}{K_м}$$

Побудуємо (таблицю 2) експериментів:

Таблиця 2. Авторське обчислення числа «π»

К-сть дослідів	5000	7500	10000
К-сть попадань $K_п$	3775	5670	7565
К-сть не попадань $K_м$	1225	1830	2435
«π»	3,082	3,098	3,107

Таким чином, у роботі розкрито зміст стохастичних методів обчислення числа «π» та реалізовано програмний (Pev-C++).

Предметом наших подальших досліджень є стохастичні методи обчислення числа «е».

Література

1. Математична хрестоматія. Алгебра і початки аналізу / за ред. д-ра фізико-матем. наук, проф. М. І. Ковалцова. – К. : В-цтво «Радянська школа», 1977. – 98 с.
2. Жалдак М. І. Початки теорії ймовірностей / М. І. Жалдак. – К. : Радянська школа, 1978. – 144 с.
3. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа для ВТУЗов / Бермант А. Ф., Араманович И. Г. – М. : Наука, 1967. – 567 с.
4. Лютикас В. С. Школьнику о теории вероятностей : учеб. пособ. по факультатив. курсу для уч-ся 8-10 кл. / В. С. Лютикас. – [2-е изд., доп.]. - М. : Просвещение, 1983. - 127 с.

Багінський Сергій,
студент IV курсу, спеціальність «Математика та фізика»
*Науковий керівник – **Семенець С. П.**,*
доктор педагогічних наук, професор

СТОХАСТИЧНИЙ МЕТОД ОБЧИСЛЕННЯ ЧИСЛА "*е*"

У нашій роботі йдеться про число ***"е"***. Для того, щоб наочно продемонструвати зв'язок математики з навколишнім світом, обчислення числа ***"е"*** здійснимо в дещо незвичний спосіб. А саме, покажемо, що експонента є результатом певного стохастичного досліду.

Як би сумно це не звучало, але в більшості людей знання про числа займають дуже вузьку нішу. Але якщо розібратись, то числа є тими ланками, з яких вибудувалася математика як наука, що тісно пов'язана з нашим життям. І це дійсно так, адже все що нас оточує це і є математика, де кожне природне *явище, подія, чи предмет* математично інтерпретується. Звісно, люди придумали числа та цифри, як і мову, задля полегшення свого життя і можливості розвиватися, рухатися на зустріч прогресу. Переконаний, що дотепер серед звичайних, на перший погляд, чисел присутня своя дивовижна магія.

Моїм завданням є обчислити число ***"е"***, але не просто математично його вирахувати чи вивести формулу знаходження, а використати стохастичний дослід.

Ми прагнемо розвінчати стереотип, що математика є нудною і зовсім нецікавою наукою, адже вона пов'язана з багатьма цікавими речами, до яких можна віднести ігри. Число Ейлера або Непера пов'язало гральну індустрію і теорію ймовірностей. У людей виникало питання, яка можливість появи тієї чи іншої карти. Під час розв'язання цієї проблеми з'являється число ***"е"***.

Отже, обчисливши це число, ми зможемо дати відповіді на багато питань.

Але для початку коротко про нього.

Число ***"е"*** – фундаментальна математична константа, математична величина, що є основою натуральних логарифмів. Іноді число ***"е"*** називають **числом** Ейлера і воно відіграє важливу роль в інтегральному й диференціальному численні, а також багатьох інших розділах математики.

Це число також називають неперовим на честь шотландського вченого Джона Непера, автора роботи «Опис дивовижної таблиці логарифмів» (1614). Вперше константа неявно з'явилася в додатку до перекладу англійською мовою вищезазначеної роботи Непера, опублікованому в 1618. Неявно, тому що там міститься тільки таблиця натуральних логарифмів, саму ж константу не визначено. Схоже, автором таблиці був англійський математик Вільям Отред. Саму ж константу вперше вивів швейцарський математик Якоб Бернуллі.

Перше відоме використання цієї константи, де вона позначалася літерою b, зустрічається в листах Ґотфріда Лейбніца Християну Гюйгенсуу 1690 і 1691 pp. Літеру ***"е"*** почав використовувати Леонард Ейлер у 1727 р., а першою публікацією з цією літерою була його робота «Механіка, або Наука про рух, викладена аналітично» 1736 р. Тому ***"е"*** іноді називають числом Ейлера. Згодом деякі учені почали використовувати літеру ***"е"*** вона застосовувалася частіше і в наші дні є стандартним позначенням.

Чому була вибрана саме літера ***"е"***, точно невідомо. Можливо, це пов'язано з тим, що з неї починається слово exponential ("показниковий", «експоненціальний»). Інше припущення полягає в тому, що літери а, b, c і d вже досить широко використовувалися в інших цілях і ***"е"*** була першою «вільною» літерою. Неправдоподібне припущення, що Ейлер вибрав ***"е"*** як першу літеру в своєму прізвищі (нім. Euler), оскільки він був дуже скромною людиною і завжди прагнув підкреслити значущість праці інших людей.

Але це історія, а хотілося б дізнатися, як можна обчислити число ***"е"***! Тут в нагоді стане стохастика і одна із задач Бюффона, при розв'язуванні якої отримується експонента. Розглянемо її коротко.

Обчислення числа ***"е"***

Трансцендентне число ***"е"*** (яке з точністю до сотих дорівнює 2,71) може бути обчислене на основі знань з теорії ймовірностей з досить великою точністю.

Розглянемо сутність способу обчислення.

Візьмемо колоду з n однакових карток і пронумеруємо їх по порядку – від 1 до n. Потім ретельно їх перетасуємо (зауваження до тасування колоди викладені в даній роботі). Після цього розкладемо картки на столі в ряд. Картки будуть лежати впорядковано, і кожній картці буде відповідати свій порядковий номер – номер місця (якщо рахувати від початку ряду).

Обчислимо ймовірність того, що номер хоча б однієї картки буде співпадати з номером її місця в ряді.

Картки пронумеровані: 1, 2, 3, …, n. Нехай подія A – "номер i-тої картки збігається з її номером в ряді". Тоді подія