

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСІВ РОСТУ РОСЛИН НА ПРИКЛАДІ КАРТОПЛІ

У статті розглядаються основні кількісні характеристики процесів росту та підтримання стійкості врожайів культурних рослин. Побудована математична модель росту ваги рослин картоплі та оцінки врожайів при впливі регуляторів росту та збудників інфекційних хвороб. Модель дає можливість імітувати процес росту рослини й оцінити вплив екологічних факторів на врожай.

Культурна рослина – складний біологічний організм, який під час вегетаційного періоду, $t \in [0, T]$ днів, зазнає постійних коливань у динаміці свого розвитку (в тому числі й у формуванні врожаю) в залежності як від погодних умов, ймовірності інфекційних хвороб, так і від ефективних аграрних заходів щодо вирощування (строки робіт, норми внесення добрив тощо, рис. 1) [1; 2; 3].

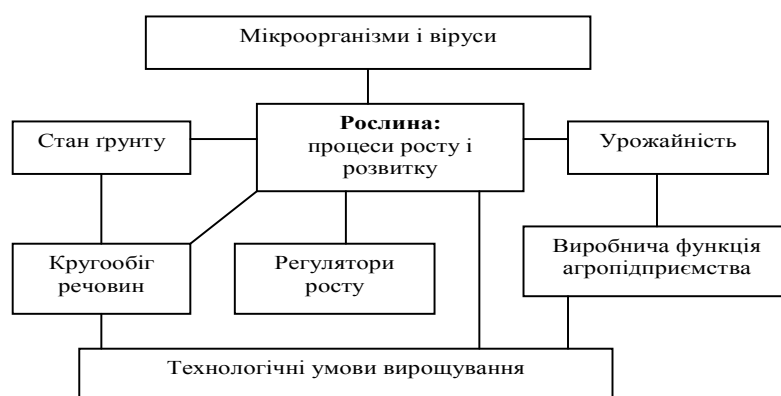


Рис. 1 Взаємовплив факторів, які впливають на ріст рослин

Розглянемо, як приклад, модель розвитку картоплі, використовуючи метод моделювання на основі функцій росту [5; 6]. Розіб'ємо цей організм на наступні підсистеми: материнська бульба ($W_1(t)$ – біомаса в грамах на рослину), коріння ($W_2(t)$), стебло ($W_3(t)$), листя ($W_4(t)$), квітки ($W_5(t)$) і молоді бульби ($W_6(t)$). Тоді загальна біомаса рослини картоплі є сумою її складових:

$$W(t) = \sum_{p=1}^6 W_p(t) \quad (1)$$

Основними факторами, які впливають на ріст рослин картоплі, в моделі обрано наявність регуляторів росту та інфекційних агентів, які здатні вражати рослинний організм. Регулятори росту не лише підвищують урожайність рослин, а також підвищують стійкість проти хвороб [4]. Показано, що стійкість рослин підвищується завдяки збільшенню енергії проростання бульб, наростанню площі листової поверхні, інтенсивному бульбоутворенню.

Картопля – багаторічна трав'яниста рослина, але в культурі використовується як однорічна, оскільки весь життєвий цикл проходить за один вегетаційний період.

Значні коливання врожайності картоплі визначаються як впливом погодних умов на фотосинтетичну продуктивність рослин, так і впливом цих же умов на ступінь розвитку різних інфекцій. Картопля належить до культур, що сильно уражуються різними хворобами. З одного боку, це пов'язано з біологічними особливостями культури, що розмножуються вегетативним шляхом і більшість збудників хвороб у рік розвиваються за замкненим циклом: бадилля – бульби – бадилля, а з другого – бульби й бадилля містять надмірну кількість вуглеводів і є поживним субстратом для багатьох мікроорганізмів.

Недобори врожаю за рахунок дії шкідників і хвороб може складати до 20-30 % і більше. Таким чином, В процесі оцінки умов формування врожаю необхідно розглядати комплекс взаємопов'язаних і взаємообумовлених процесів і явищ, які протікають в системі "середовище – інфекція – рослина". Тому для отримання високих і стабільних врожайів картоплі потрібно, перш за все, використовувати сорти з підвищеною стійкістю до хвороб та шкідників, що зведе до мінімуму витрати хімічних і біологічних препаратів.

У технології вирощування картоплі застосовуються регулятори росту Потейтін та Емістим С для обробки бульб та посівів. Передпосадкове обприскування бульб стимулює ріст і розвиток культури в початковий період вегетації. Збільшується висота рослин, кількість стебел, площа листя та вміст у них хлорофілу. Внаслідок цього

зростає продуктивність фотосинтезу, що призводить до збільшення числа бульб у куші та зростання середньої маси бульб. У залежності від чутливості сорту до регуляторів росту ранній врожай зростає на 15-30 %, загальний на 10-25 %. Поліпшується якість бульб: збільшується вміст сухої речовини та крохмалю.

Розглянемо формалізацію процесів росту рослин картоплі у вигляді наступної математичної моделі, яка враховує всі вищезгадані закономірності росту й розвитку рослинного організму. Динаміка функцій біомас підсистем організму підкоряється системі рівнянь (2). При цьому, розглядається вектор змінних стану середовища $E = (e_1(t), e_2(t))$, де $0 \leq e_1(t) \leq 30$ – функція температури повітря в час вегетаційного періоду $t \in [0, T]$, $0 \leq e_2(t) \leq 100$ – функція вологості ґрунту. Функція біомаси всього рослинного організму підкоряється співвідношенню (1).

$$\begin{aligned} \frac{dW_1}{dt} &= -k_1(E)W_1(t) \\ \frac{dW_2}{dt} &= (k_{14}e^{-k_{11}t} - k_{12})R(t)W_2(t) - (k_5 + k_8)W_2(t) + k_3W_3 - \\ &- k_{15}W_3(t) \frac{W_5(t)}{1 + W_5(t)} + k_9 \frac{e_2(t)}{100} W_2(t) \\ \frac{dW_3}{dt} &= k_1(E)W_1(t) + (k_{10}e^{-k_{11}t} - k_{12})R(t)W_3(t) - (k_2 + k_3)W_3(t) - k_{15}W_3e^{-k_{11}t} - \\ &- k_{15}W_3(t) \frac{W_5(t)}{1 + W_5(t)} + k_4W_4(t) + k_5W_2(t) \\ \frac{dW_4}{dt} &= (k_{13}e^{-k_{11}t} - k_{12})R(t)W_4(t) - \left(k_4 + k_6 \frac{e_1(t)}{30} \right) W_4(t) + k_2W_3 + k_7W_4(t) \\ \frac{dW_5}{dt} &= k_{15}e^{-k_{11}t}W_3(t) - k_{12}W_5(t) \\ \frac{dW_6}{dt} &= k_{15}W_2(t) \frac{W_5(t)}{1 + W_5(t)} \end{aligned} \quad (2)$$

де функція питомого росту біомаси всіх підсистем рослини має вигляд:

$$R(t, x) = (1 + k_{27}x) \frac{e_1(t)}{(k_{26} + e_1(t))}$$

X – норма внесення препарату регулятора росту (мг/га).

Початкові умови моделі (2) мають вигляд:

$$W_1(0) = W_1^0 > 0; W_i(0) = 0, i = \overline{2,6}$$

Інтенсивність впливу інфекційних агентів на ріст рослин можна представити наступною системою рівнянь [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dW_p^v(t)}{dt} &= \frac{dW_p(t)}{dt} - \frac{k_{17}(x)k_{16}(1-a)W_p^v(t)V_p(t)}{1 + (1-a)k_{16}V_p(t)} \\ \frac{dV_p(t)}{dt} &= \frac{(ck_{17}(x)(1-a) - 1)k_{16}W_p^v(t)V_p(t)}{1 + (1-a)k_{16}V_p(t)} - k_{20}V_p^2(t) \end{aligned}$$

де $W_p^v(t)$ – функція ваги підсистеми рослини при наявності в ній агента, $V_p(t)$ – функція кількості (концентрації) агента в підсистемі $1 \leq p \leq N_p$.

На основі даних натурних спостережень за ростом рослин картоплі в районах Житомирської області були оцінені параметри моделі, якісний зміст і кількісні оцінки яких наведені в таблиці 1. Всі коефіцієнти мають невід'ємні значення.

Таблиця 1

Якісний зміст і оцінка параметрів моделі (2)

Параметр	Якісний зміст	Оцінка
$k_1(E)$	Темп зменшення біомаси посівної бульби під час проростання	0,007
k_2	Темп обміну між підсистемами стебло – лист	0,212
k_3	Темп обміну між підсистемами стебло – коріння	0,261
k_4	Темп обміну між підсистемами лист – стебло	0,532
k_5	Темп обміну між підсистемами коріння – стебло	0,044
k_6	Темп транспірації з поверхні листків	0,09
k_7	Темп поглинання листків речовин з повітря	0,003

k_8	Темп обміну коріння – середовищем	0,173
k_9	Темп обміну середовище – коріння	0,017
k_{10}	Темп росту біомаси стебла	2,229
k_{11}	Темп зменшення інтенсивності росту (старіння) організму	0,133
k_{12}	Темп деструкції підсистем	0,031
k_{13}	Темп росту біомаси листя	0,249
k_{14}	Темп росту біомаси коріння	0,981
k_{15}	Темп формування генеративних органів	0,044
W_1^0	Біомаса початкової бульби	30-50 гр.
k_{16}	Темп утворення комплексу "вірус-організм" по мірі потрапляння вірусу (поки не оцінено для картоплі)	
$0 \leq k_{17}(x) \leq 1$	Темп утворення нових вірусних часток з комплексу "вірус-організм" (поки не оцінено для картоплі)	
k_{20}	Темп "оздоровлення" комплексу "вірус-організм" до безвірусного матеріалу (поки не оцінено для картоплі)	
$1 - a, a \leq 1$	Доля рослинного матеріалу, який уражений вірусом (тобто, утворив з вірусними частками комплекс "вірус-організм") (поки не оцінено для картоплі)	
c	Темп росту числа вірусних часток із комплексу "вірус-організм" (поки не оцінено для картоплі)	
k_{27}	Міра впливу препарату регулятора росту (поки не оцінено для картоплі)	

Динаміку зміни біомаси підсистем організму при цих значеннях параметрів в умовах відсутності регуляторів росту й інфекційних агентів можна побачити на рис 2.

При подальших чисельних дослідженнях така модель дає змогу прогнозувати динаміку біомаси рослини та її врожаю в залежності від умов середовища, а отже, може стати основою в прийнятті ефективних рішень щодо вирощування повноцінного й здорового рослинного матеріалу.

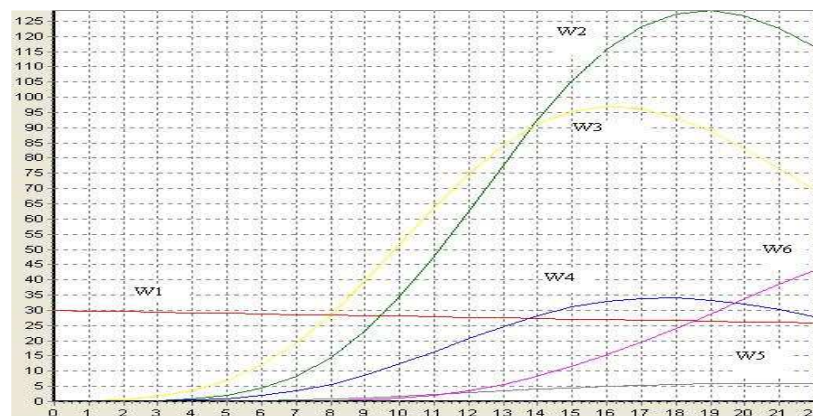


Рис 2. Вікно програми обчислення функцій динаміки біомаси підсистем організму картоплі за вегетаційний період

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

1. Загородній Ю.В., Коробко Т.В., Клімова І.О. Прогнозування росту культурних рослин як систем, що розвиваються / Тези міжнародної конференції "Problems of Decision Making Under Uncertainties", Алушта, 2006. – С. 103-105.
2. Загородній Ю.В., Бойко А.Л. Математичні моделі в дослідженні вірусів рослин. – К.: Ексоб, 2001. – 152 с.
3. Дж. Торнли. Математические модели в физиологии растений. – К.: Наукова думка, 1982. – 312 с.

4. Брошак І.С. Під впливом регуляторів росту // Кормові рослини. – 2005. – № 4 – С. 21-22.
5. Росс Ю.К. Система уравнений для количественного описания роста растений // Фитоактинометрическое исследование растительного покрова. – Таллин: Валгусб, 1971. – С. 64-88.
6. Полуэктов Р.А. Динамические модели агроэкосистемы. – Ленинград: Гидрометеиздат, 1991. – 312 с.
7. Загородній Ю.В. Моделі імітації росту та розвитку рослин у сприятливих і небезпечних умовах інфекційних захворювань // Вісник "Кібернетика". – 2006. – № 7 – С. 10-15.

Матеріал надійшов до редакції 10.02. 2007 р.

Загородной Ю.В., Климова И.А. Математическая модель процессов роста растений на примере картофеля.

В статье рассматриваются основные количественные характеристики процессов роста и поддержки стойкости урожаев культурных растений. Построенная математическая модель роста веса растений картофеля и оценки урожаев при влиянии регуляторов роста и возбудителей инфекционных болезней. Модель дает возможность имитировать процесс роста растений и оценить влияние экологических факторов на урожай.

Zagorodniy Yu. V., Klimova I. O. The mathematical model of the plant's growth on the example of potato plant.

The main numerical characteristics of agricultural plants growth and supporting its' productivity stability processes are considered in the paper. It is worked out the mathematical model of the plant's weight growth and estimation of it's productivity with the influence of growth regulators and infected diseases. This model gives the opportunity to simulate the plant growth processes and evaluate the influence of ecological factors on plants productivity.