

# ОДНА ЕКСТРЕМАЛЬНА ЗАДАЧА НА КОЛІ ДЛЯ ІНВАРІАНТНОГО ФУНКЦІОНАЛУ

**А. Л. Таргонський**

Житомирський державний університет імені Івана Франка, Житомир, Україна

*targonsk@zu.edu.ua*

Нехай  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}$  – множини натуральних та дійсних чисел, відповідно,  $\mathbb{C}$  – площина комплексних чисел,  $\overline{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$  – її одноточкова компактифікація.

Розглянемо систему  $A_n$  попарно різних точок  $\{a_k\}_{k=1}^n$  таких, що

$$0 = \arg a_1 < \arg a_2 < \dots < \arg a_n < 2\pi,$$

$$a_k \in \mathbb{C}, \quad |a_k| = 1, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Будь-якій системі точок  $A_n$ , поставимо у відповідність довільний набір попарно неперетинних областей  $\{B_k\}_{k=1}^n$  таких, що

$$a_k \in B_k, \quad B_k \subset \overline{\mathbb{C}}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Позначимо через  $r(B; a)$  внутрішній радіус області  $B \subset \overline{\mathbb{C}}$  відносно точки  $a \in B$ .

Предметом вивчення представленої роботи є наступна екстремальна задача.

**Задача.** Нехай  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ . Визначити максимум функціоналу

$$\frac{\prod_{k=1}^n r(B_k, a_k)}{\prod_{k=1}^n |a_{k+1} - a_k|},$$

інваріантного відносно дробово-лінійного перетворення, де  $A_n = \{a_k\}_{k=1}^n$ ,  $\{B_k\}_{k=1}^n$  – довільні системи попарно різних точок та попарно неперетинних областей, відповідно, описаних вище.

1. Дубинин В. Н. Асимптотика модуля виражаючогося конденсатора и некоторые ее применения // Зап. науч. сем. ЛОМИ. – 1997. – **237**. – С. 56 – 73.
2. Дубинин В. Н. Метод симметризации в геометрической теории функций комплексного переменного // Успехи мат. наук. – 1994. – **49**, № 1 (295). – С. 3 – 76.
3. Бахтин А. К., Бахтина Г. П., Зелинский Ю. Б. Тополого-алгебраические структуры и геометрические методы в комплексном анализе // Праці ін-ту мат-ки НАН Укр. – 2008. – Т. 73. – 308 с.