Жарська Тетяна,
студентка IV курсу, спеціальність «Математика та інформатика»
Науковий керівник ***– Чемерис О. А.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

РІВНОСКЛАДЕНІ ТА РІВНОВЕЛИКІ МНОГОКУТНИКИ

На міжнародному математичному конгресі 1900-го року в Парижі відомим німецьким математиком Давидом Гільбертом було сформульовано 23 проблеми, що, на його погляд, були найбільш значимими для математики XX сторіччя. Вони поділяються за галузями математики і відносяться до найрізноманітніших її областей, а деякі – відразу до кількох областей.

Гільберт починає свою доповідь словами, що чудово звучать і зараз: «Хто з нас не хотів би відкрити завісу, за якою сховане наше майбутнє, щоб хоч одним поглядом проникнути в майбутні успіхи наших знань і таємниці його розвитку в найближчі століття? Які будуть ті особливі цілі, що поставлять собі ведучі математики найближчого покоління? Які нові методи і нові факти будуть відкриті в новому столітті на широкому і багатому полі математичної думки?»

Коли ці проблеми були сформульовані, з'ясувалося, що деякі з них або вирішені, або близькі до розв`язання. Однак інші для свого висвітлення вимагали кілька десятків років і зусиль багатьох видатних математиків, а дві з них дотепер не вирішені.

Особливе місце серед проблем займає третя – «Рівноскладеність рівновеликих многогранників»,яка пов’язана з геометрією. Тому свою статтю я хочу присвятити розгляду питання, яке тісно пов’язане з нею: «Рівновеликі і рівноскладені многокутники».

Питання рівноскладеності рівновеликих фігур формулюється так: чи можна кожну з двох рівновеликих фігур скласти з одного і того ж набору? [1].

Мета статті: ознайомитися з рівноскладеними та рівновеликими многокутниками.

Фігури називаються **рівновеликими**, якщо вони мають рівні площі.

Дві фігури називаються **рівноскладеними**, якщо, певним чином розрізавши одну з них на скінчену кількість частин, можна (розташовуючи ці частини інакше) скласти з них другу фігуру.

Для доведення рівноскладеності фігур в планіметрії користуються двома прийомами, з яких один прийнято називати методом розкладання, а інший – методом доповнення.

Метод розкладання полягає в тому, що для доведення рівновеликості двох фігур одну з них розрізають на частини, з яких в іншому розташуванні може бути складена друга фігура (рис. 1).

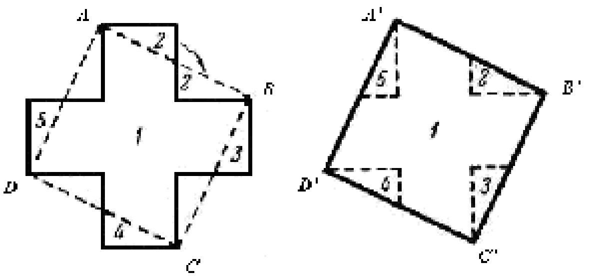


Рис.1

Іншим прикладом є доведення рівновеликості паралелограмів $ABCD$ і $A'B'CD$ (рис. 2). Ми перший розкладаємо на трикутники P_1 і трапецію P_2 , з яких в іншому розташуванні складається другий паралелограм [2].

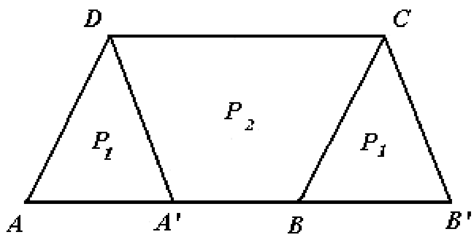


Рис. 2

Ми переконалися, що будь-які два рівноскладені многокутники – рівновеликі. Однак, виникає питання, чи довільні многокутники, що мають рівні площі, рівноскладені? Відповідь на це питання була дана угорським математиком Фаркашем Бояйі (1832 р.) та німецьким офіцером і любителем математики Гервіном (1833 р.) незалежно один від одного. Тому відкриту ними теорему назвали на їх честь – теорема Бояйі-Гервіна.

Лема 1. Якщо фігура A рівноскладена з фігурою B, а фігура B рівноскладена з фігурою C, то фігури A і C також рівноскладені.

Лема 2. Будь-який трикутник рівноскладений з деяким прямокутником.

Лема 3. Два паралелограми, що мають спільну основу і рівну площу, рівноскладені.

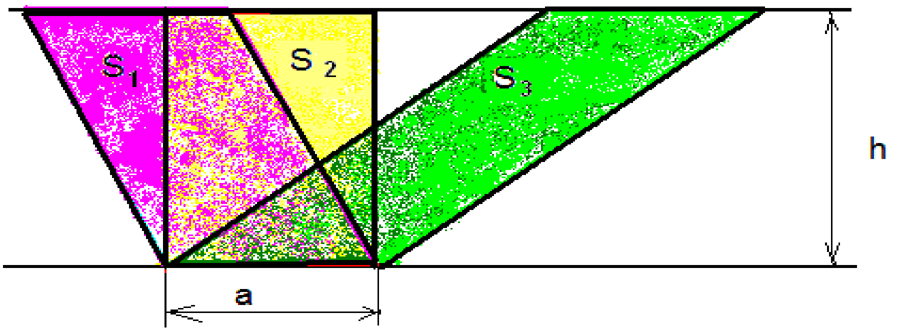
Лема 4. Два прямокутники, що мають рівну площу, рівноскладені.

Лема 5. Будь-який многокутник рівноскладений з деяким прямокутником.

Теорема Бояйі-Гервіна. Два рівновеликі многокутники рівноскладені.

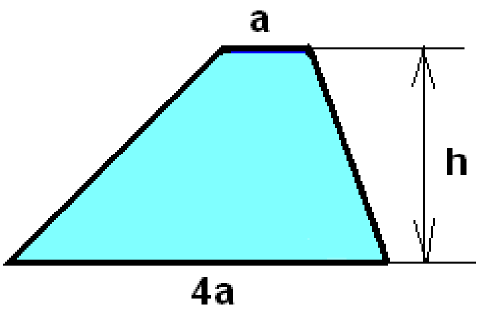
Доведення. За лемою 5 кожен з даних многокутників рівноскладений з деяким прямокутником. Площі цих прямокутників рівні, тому за лемою 4 вони рівноскладені. Таким чином за лемою 1 дані многокутники – рівноскладені [2].

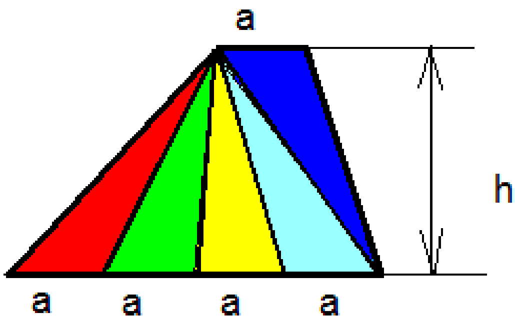
Задача 1. Порівняйте площі паралелограмів



Вони мають рівні площі, оскільки в усіх основа a і висота h.

<u>*Задача 2.*</u> Задана трапеція з основами ***a*** і *4a.* Чи можна через одну з її вершин провести прямі, які розбивають трапецію на 5 рівновеликих трикутників? (Можна. Всі трикутники рівновеликі).





Література

1. Болтянский В. Г. Равновеликие и равносоставленные фигуры / В. Г. Болтянский. – М., 1956. – 64 с.
2. Болтянский В. Г. Третья проблема Гильберта / В. Г. Болтянский. – М., 1977. – 208 с.
3. Каган В.Ф. Очерки по геометрии / В.Ф. Каган – М., 1963. – 572 с.