Ковальчук Наталія,
студентка IV курсу, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Сверчевська І.А.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

НЕСТАНДАРТНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ В ІСТОРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

Історичні задачі – це задачі, що збережені історією та розв'язувалися видатними математиками в різні часи. Мета статті: розглянути нестандартні методи розв'язування рівнянь, запропоновані у визначних історичних задачах. Перед кожною задачею подаємо історичну довідку про математика – автора задачі, звертаємо увагу на авторські методи розв'язування цих задач.

Задача Омара Хайяма

Омар Хайям (1048-1122) – таджицький вчений, математик, поет і філософ. Ще в молодості проявляв особливі здібності до математичних наук. В своєму найбільшому творі «Алгебра» він докладно розглядав розв'язання лінійних і квадратних рівнянь, а також геометричну побудову коренів кубічного рівняння.

Розв'язати рівняння [1, с. 26]

$$\boldsymbol{\frac{1}{x^2} + 2\frac{1}{x} = 1\frac{1}{4}}.$$

Р о з в ' я з а н н я. Сам Омар Хайям розв'язав задачу так. Покладемо $\frac{1}{x} = z$, тоді дане рівняння набуде вигляду:

$$z^2 + 2z = \frac{5}{4}.$$

Додаючи до лівої та правої частинам по одиниці, отримаємо $z^2 + 2z + 1 = \frac{9}{4}$,

або $(z+1)^2 = \frac{9}{4}$.

Звідки $z + 1 = \frac{3}{2}$, або $z = \frac{1}{2}$.

Отже, $x = 2$.

Відповідь: 2.

Зауважимо, що автор знаходить тільки додатній корінь рівняння.

Задача із « Практичної геометрії» Леонардо Фібоначчі

Леонардо Пізанський (Фібоначчі) (бл. 1170-після 1228) – італійський математик. Леонардо видав дві книжки: з арифметики і алгебри «Liber abaci» («Книга про абак, 1202»), де абак уже розглядався не стільки як прилад, скільки як числення взагалі, і з геометрії «Practica geometriae» («Практична геометрія», 1202). За першою книжкою навчалося багато поколінь європейських математиків, які, зокрема, вивчали за нею індійську позиційну систему числення.

Розв'язати рівняння $\boldsymbol{x + \sqrt{x} + \sqrt{2x} + \sqrt{5x^2} = 10}$. [2, с. 38]

Р о з в ' я з а н н я.

Згрупуємо відповідні доданки:

$$\left(x + \sqrt{5x^2}\right) + \left(\sqrt{x} + \sqrt{2x}\right) - 10 = 0;$$

Винесемо спільні множники за дужки:

$$x\left(1 + \sqrt{5}\right) + \sqrt{x}\left(1 + \sqrt{2}\right) - 10 = 0;$$

Введемо заміну $\sqrt{x} = t$

$$t^2\left(1 + \sqrt{5}\right) + t\left(1 + \sqrt{2}\right) - 10 = 0$$

$$D = \left(1 + \sqrt{2}\right)^2 - 4\left(1 + \sqrt{5}\right)(-10) = 43 + 2\sqrt{2} + 40\sqrt{5};$$

$$t_{1,2} = \frac{-\left(1 + \sqrt{2}\right) \pm \sqrt{43 + 2\sqrt{2} + 40\sqrt{5}}}{2\left(1 + \sqrt{5}\right)}; x$$

$$= \left(\frac{-\left(1 + \sqrt{2}\right) \pm \sqrt{43 + 2\sqrt{2} + 40\sqrt{5}}}{2\left(1 + \sqrt{5}\right)}\right)^2 =$$

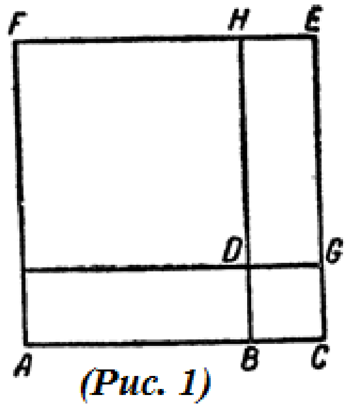
$$= \frac{\left(-\left(1 + \sqrt{2}\right) \pm \sqrt{43 + 2\sqrt{2} + 40\sqrt{5}}\right)^2}{4\left(1 + \sqrt{5}\right)^2};$$

Задача Кардано

Джіроламо Кардано (1501 – 1576) – італійський математик, філософ і лікар. У математиці з іменем Кардано звичайно пов'язують формулу для коренів кубічного рівняння, яку він опублікував у своїй книзі «Велике мистецтво, або про правила алгебри» у 1545. Кардано – один з найперших європейських математиків, які почали допускати від'ємні корені рівнянь. В його працях вперше з'явилися уявні величини.

Знайти побудовою додатній корінь рівняння $\boldsymbol{x^2 + 6x = 91}$. [1, с. 39]

Р о з в ' я з а н н я Кардано: нехай квадрат FD (рис. 1) є x^2, отже, його сторона $FH = x$. $DG = DB = 3$ (половині коефіцієнта при x). Побудуємо квадрат AFEC. Прямокутник AD рівний прямокутнику DE, тобто рівний $3x$. Сума квадрата FD і двох цих прямокутників рівна $x^2 + 6x$, що, за умовою, дорівнює 91. Малий квадрат BCGD = 9, отже, квадрат AFEC = 100. Отже, $AC = 10$; але $AC = x + 3$, звідки $x = 7$.



(Рис. 1)

Автор знаходить тільки додатній корінь рівняння.

Звичайний прийом:

$$x^2 + 6x - 91 = 0;\ x = -3 \pm \sqrt{9 + 91} = -3 \pm 10;$$

$$x_1 = 7;\ x_2 = -13.$$

Відповідь: -13; 7.

Задача Декарта

Рене Декарт (1596 – 1650) – відомий французький філософ; творець координатного методу. Його трактат «Геометрія» вийшов 1637 року. Декарт сприяв успіхам теорії рівнянь і один із перших почав позначати невідомі останніми літерами латинського алфавіту, віддаючи перевагу літері z. Його ім'я присвоєно всім відомому «правилу знаків» та алгебраїчній криві 3-го порядку («декартовий лист»). Декарту належить так званий спосіб невизначених коефіцієнтів, які мають різне застосування.

Розв'язати рівняння $\boldsymbol{x^4-4x^3-19x^2+106x-120=0}$. [1, с. 40].

Р о з в ' я з а н н я.

$$x^4-4x^3-19x^2+106x-120=0$$

$$x^4-4x^3-19x^2+76x+30x-120=0$$

або $x^3(x-4)-19x(x-4)+30(x-4)=0$,

звідки $x_1=4$.

Решта коренів знаходяться із рівняння $x^3-19x+30=0$, щоб знайти ці корені, подамо останнє рівняння у вигляді

$$x^3-3x^2+3x^2-9x-10x+30=0,$$

або $x^2(x-3)+3x(x-3)-10(x-3)=0$,

звідки $x_2=3$,а інші два кореня знаходяться із рівняння

$$x^2+3x-10=0.$$

Розв'язуючи це рівняння за теоремою Вієта, отримаємо $x_3=2, x_4=-5$.

Відповідь: -5; 2; 3; 4.

Розглянуті історичні задачі дають можливість ознайомитися з нестандартними методами розв'язування рівнянь, які можна використати на практиці.

Література

1. Чистяков В. Д. Старинные задачи по элементарной математики / В. Д. Чистяков. – Минск : Высшая шк., 1978. – 270 с.
2. Попов Г. Н. Сборник исторических задач по элементарной математике / Г. Н. Попов. – М.-Л. : ОНТИ, 1938. – 216 с.