Тирановець Вікторія,
студентка IV, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – ***Дідківська Т. В.****,*
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ЕВОЛЮЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ НА ОБЧИСЛЕННЯ

У математиці задачі відіграють важливу роль. Історія свідчить, що математика як наука виникла із задач і розвивається в основному для розв'язування задач.

У *задачах на обчислення* потрібно знайти число (або множину чисел) за даними числами і умовами, якими вони пов'язані між собою та з невідомими числами. До таких задач належать текстові задачі й різні приклади (задачі на розв'язування рівнянь, нерівностей, їхніх систем тощо).

Перші задачі на обчислення виникли в стародавньому Єгипті та Вавилоні.

Задача з папірусу Ахмеса. «Купа і її четверта частина разом становлять 15. Знайти купу».

- Розв'язування починається так: «Обчислюй з 4; від них ти мусиш взяти чверть, а саме одиницю, разом 5. Потім 15 : 5 = 3 і помнож $4 \cdot 3 = 12$». Ці операції, звичайно, виконуються в своїй нумерації та своїми методами. Метод розв'язування цієї задачі є методом хибного положення.

Задача з Московського папірусу. Обчислити об'єм зрізаної піраміди, якщо її висота дорівнює 6, довжина сторони нижньої основи – 4, верхньої – 2 [1, с. 8].

- *Розв`язання єгиптян*. «Для розв`язання обчисліть квадрат 4-х. отримаєте 16. Додайте 4 і 4. Отримаєте 8. Знайдіть квадрат від 2-х. отримаєте 4. Тепер додайте 16, 8 і 4. Це буде 28. Помножте $\frac{1}{3}$ на 6. Це буде 2. Помножте 2 на 28. Це буд 56. 56 – це і є відповіддю».
- Виконавши вказані обчислення, одержуємо формулу зрізаної піраміди: $v = \frac{6}{3}(4^2 + 4 \cdot 2 + 2^2) = 56$.

Задача з вавилонських клинописних табличок. Сума площ двох полів становить 30 кв. од., з них зібрали $18'20$. Визначити площу поля, коли відомо, що з 30 кв. од. першого поля збирають $20'0$ мірок зерна, а з 30 одиниць другого поля $15'0$ мірок зерна [2, с. 23].

Обчислення виконується в шістдесятковій системі числення.

Відповідь: площа поля 20 кв. од., площа другого поля 10 кв. од.

В основному розв'язання задач на обчислення починалися із слів «роби, як робиться». Після них наводиться рецепт, алгоритм, як потрібно діяти. Жодного аргументованого пояснення не давалося.

Обґрунтування в задачах на обчислення з'явилися вперше у грецьких математичних школах.

Задача Архімеда (бл. 287 – 212 до н.е.). Знайти суму квадратів n перших чисел натурального ряду [1, с. 13].

- У Архімеда дана задача розв’язується наступним чином. «Якщо взяти лінії будь-якої кількості так, щоб кожна перевищувала наступну на надлишок, який дорівнює меншій із всіх, і якщо взяти в тому ж числі, як перші, інші лінії, із яких кожна дорівнює більшій із ліній першого ряду, то сума всіх квадратів на лініях, які дорівнюють більшій, додана до квадрату на більшій і додана до площі, яка знаходиться між меншою із ліній і лінією, яка складена із всіх нерівних ліній, дорівнює потроєній сумі квадратів, які побудовані на нерівних лініях».

Запишемо це, знаючи сучасні позначення: позначимо через одиницю довжину меншої із всіх прямих, ми отримаємо тотожність:

$$n \cdot n^2 + n^2 + (1 + 2 + 3 + \cdots + n) = 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2).$$

Цю тотожність легко перетворити до такого вигляду, який дає відповідь на дану задачу. Додаючи арифметичну прогресію $1 + 2 + 3 + \cdots + n$, ми отримаємо: $n^2(n + 1) + \frac{n(n+1)}{2} = 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2)$, звідки

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}.$$

З часом задачі на обчислення ускладнювалися. Сучасні задачі на обчислення фактично розв’язуються алгебраїчно, шляхом зведення до рівнянь або систем рівнянь.

Задача з «Арифметики Магніцького» (19. 07. 1669 – 30. 10. 1739). Чотири теслі хочуть побудувати будинок. Перший тесля один може побудувати будинок за рік, другий тесля може побудувати будинок за два роки, третій – за три роки, четвертий – зо чотири роки. За який час вони побудують будинок, якщо працюватимуть разом? Відповідь: за $175\frac{1}{5}$ днів

Задача Ньютона (4. 01. 1643 – 31. 03. 1727). Три луки, покриті травою однакової густоти і швидкості росту, мають площі: $3\frac{1}{3}$ га, 10 га і 24 га. Перша лука прогодувала 12 биків протягом 4 тижнів; друга – 21 бика протягом 9 тижнів. Скільки биків може прогодувати третя лука протягом 18 тижнів? [2, с. 133] Відповідь: третя лука може прогодувати протягом 18 тижнів 36 биків.

Математичні задачі стимулювали не лише виникнення, а й подальший розвиток математичної науки. Вони насамперед примушували вчених розробляти нові алгоритми, виявляти нові закономірності, створювати нові методи дослідження. Пошук розв’язань задач був пов’язаний з інтенсивною творчою роботою абстрагуючої думки і сприяв відкриттю нових математичних теорій.

Література

1. Попов Г. Н. Сборник исторических задач по елементарной математики / Попов Г. Н. – М.-Л. : ОНТИ, 1938. – 219 с.
2. Конфорович А. Г. Визначні математичні задачі / Конфорович А. Г. – К. : Радянська школа, 1981. – 189 с.