ТОПОЛОГІЧНІ ДОСЛІДИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛІ

В умовах розвитку нових технологій різко зростає попит на людей, що володіють нестандартним мисленням, які вміють висувати і вирішувати нові завдання. Тому так важливо, щоб у кожній школі в процесі навчання математики особлива увага приділялася роботі з найбільш талановитими учнями. Включення питань топології у факультативний курс або розробка відповідного спеціального курсу за вибором відкриває широкі можливості для активізації пізнавальної діяльності таких учнів, розвитку нестандартного мислення.

Топологія – це зовсім нова течія геометрії, яка виникла в середині XIX століття і яка стала однією з головних рушійних сил сучасної математики. Предметом цієї галузі є вивчення властивостей геометричних фігур, що зберігаються навіть тоді, коли ці фігури піддаються таким перетворенням, які знищують все їх метричні і проектні властивості. Будь-яку фігуру тополог має право згинати, скручувати, стискати і розтягувати, тобто робити з нею все, що завгодно, тільки не розривати і не склеювати. І при цьому він буде вважати, що нічого не сталося, всі її властивості залишилися незмінними. Для нього не мають ніякого значення ні відстані, ні кути, ні площі [1].

Як познайомити учнів з топологією? Пропонуємо матеріали для проведення заняття по темі «Топологічні досліди».

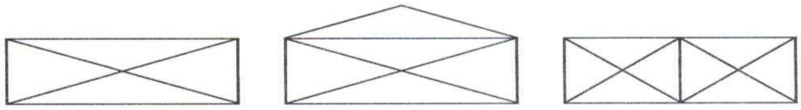
Дослід 1. Перекрутіть на півоберта один кінець прямокутної паперової смужки і приклейте його до іншого кінця тієї ж смужки (рис. 1). Візьміть кольоровий олівець і почніть послідовно зафарбовувати лист, не відриваючи олівця від його поверхні і не перетинаючи краю листа. Повернувшись до того місця, з якого почали, ви побачите, що виявиться пофарбованою вся поверхня листа, хоча його край ви не перетинали жодного разу. Ми одержимо модель поверхні, у якої немає двох сторін – "внутрішньої" і " зовнішньої".

Перекручене кільце називають листом Мебіуса (рис. 2). Воно є прикладом односторонньої поверхні. Саме властивостями односторонніх поверхонь займається наука топологія. Перший такий дослід провів німецький геометр і асторном Август Мебіус. Він помітив, що у перекрученого кільця – тільки одна сторона. Мебіус дослідив властивості односторонніх поверхонь.

Рис.1. Паперова смужка

Рис.2. Лист Мебіуса

Дослід 2. Які фігури можна намалювати, не відриваючи ручки від листа паперу, а які не вийде? Чому?



Фігура 1 *Фігура 2* *Фігура 3*

Учні, намагаючись зробити завдання, приходять до висновку, що фігуру 2 можна намалювати, не відриваючи ручки від листка. А от фігури 1 і 3 – не вийде.

Учитель пояснює: А. Мебіус підрахував парність вузлів у графі. Граф – це зв'язна мережа кривих, як на рисунку 3.

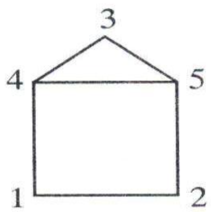


Рис.3. Граф.

Точки, у яких криві з'єднуються, називаються вузлами. На нашому графі 5 вузлів, причому три з них парні, а два непарні.

Якщо в графі число непарних вузлів більше, ніж два, то фігуру не можна накреслити одним розчерком.

Така властивість допомогла вирішити *задачу про Кенінгсбергські мости*. Описав і розв'язав її Л. Ейлер [4].

Задача. Місто Кенінгсберг розташоване на берегах і двох островах річки Преголю (рис. 3). Частини міста з'єднані між собою 7 мостами. Здійснюючи прогулянки, городяни сперечалися: чи можна пройти по кожному мосту тільки один раз і повернутися в початкову точку шляху?

Ейлер зміг відшукати правило, користуючись яким легко визначити, можна чи пройти по всім мостам, не проходячи двічі по жодному з них.

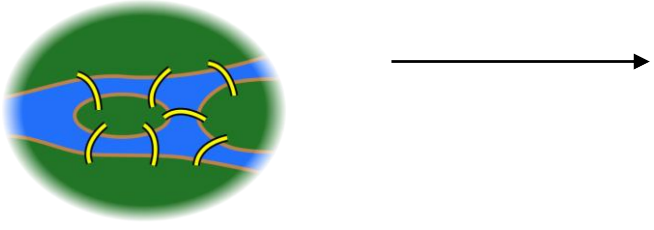


Рис 3. Кенигсбергскі мости

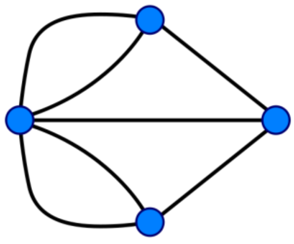


Рис 4. Граф

На спрощеній схемі частини міста (рис. 4) мостам відповідають лінії (дуги графа), а частинам міста – точки з'єднання ліній (вершини графа). У ході міркувань Ейлер прийшов до наступних висновків:

- Число непарних вершин (вершин, до яких веде непарне число ребер) графа має бути парне. Не може існувати граф, який мав би непарну кількість непарних вершин.
- Якщо всі вершини графа парні, то можна, не відриваючи олівця від паперу, накреслити граф, при цьому можна розпочинати з будь-якої вершини графа і завершити його в тій самій вершині.
- Граф із більш ніж двома непарними вершинами неможливо накреслити одним розчерком.

Граф Кенінгсбергських мостів мав усі (чотири) непарні вершини, отже, неможливо пройти за всіма мостами, не проходячи за жодним з них двічі [2].

Такі досліди напевне будуть цікавими для учнів, адже вони можуть проводити їх власноруч (клеїти, різати, малювати), а не суто спостерігати за роботою вчителя. Наочні результати самостійної роботи дозволять школярам зробити цікаві висновки.

Сучасна топологія має велике практичне значення. Розвиток її триває у різних напрямках, а сфера застосувань безперервно розширюється.

Література

1. Болтянський В.Г. Наглядна топологія / Болтянський В.Г., Єфремович В.А. – М. : Наука, 1982. – 148 с.
2. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія / О. А. Борисенко. – Х. : Основа, 1995. – 303 с.
3. Кордемский Б.А. Топологические опыты своими руками / Б. А. Корденський // Квант. – 1974. – №3. – С. 73-75

Шарыгин И. Ф. Наглядная геометрия 5–6 классы / И.Ф. Шарыгин. – М.