

СИСТЕМОТВІРНЕ ПОНЯТТЯ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЗМІСТУ РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Семенець С. П. Системотвірне поняття та особливості змісту розвивального навчання математики.

У роботі визначено системотвірне поняття, розкрито засадничі вимоги до змісту розвивального навчання математики, що забезпечують досягнення цілей особистісного розвитку суб'єктів навчально-математичної діяльності. За результатами змістово-теоретичного аналізу сформульовано основні концептуальні положення розвивального навчання математики.

Ключові слова: системотвірне поняття, математична модель, зміст навчання, розвивальне навчання математики.

Семенец С. П. Системообразующее понятие и особенности содержания развивающего обучения математике.

В работе определено системообразующее понятие, раскрыты основополагающие требования к содержанию развивающего обучения математике, обеспечивающие достижение целей личностного развития субъектов учебно-математической деятельности. По результатам содержательно-теоретического анализа сформулированы основные концептуальные положения развивающего обучения математике.

Ключевые слова: системообразующее понятие, математическая модель, содержание обучения, развивающее обучение математике.

Semenets S. P. System-concept and features of the developmental training content of Mathematics.

In the paper the concept of the term system-concept is defined, the basic requirements for the developmental training content of Mathematics, ensuring the achievement of the goals of personal development subjects of teaching and mathematical activity are represented. According to the results of the theoretical analysis the basic conceptual positions of the developmental training content of Mathematics are defined.

Key words: system-concept, a mathematical model, the content of training, developmental training of Mathematics.

Незважаючи на рекомендації Міністерства освіти і науки України щодо масового застосування в загальноосвітніх навчальних закладах психолого-педагогічної системи «Розвивальне навчання» дотепер нерозв'язаною залишається проблема цілісної реалізації концепції розвивального навчання у шкільній практиці. На часі розроблення та науково-теоретичне обґрунтування змістового і процесуального компонентів методичної системи розвивального навчання математики в основній і старшій школі.

У попередніх наших дослідженнях вивчалися окремі питання теоретичних і методичних аспектів окресленої наукової проблеми: задачний складник навчально-математичної діяльності; методи і форми розвивального навчання математики; методики формування понять, засвоєння теорем і розв'язування задач; зміст і структура рефлексії процесу учіння математики [6; 7; 8]. Обґрунтовано, що розвивальне навчання математики є однією з форм розвитку особистості, яке здійснюється на матеріалі математики у процесі навчально-математичної діяльності. Його стратегічна мета – розвиток особистісних утворень учнів на діяльнісному, генетичному, індивідуально-соціально-психологічному вимірах задля становлення самоактуалізованої особистості, виховання суб'єкта життєдіяльності й життєтворчості.

Мета статті – окреслити системотвірне поняття, з'ясувати особливості змісту розвивального навчання математики задля досягнення цілей особистісного розвитку суб'єктів навчально-математичної діяльності.

Концепція розвивального навчання передбачає виокремлення змістової так званої «*клітинки*» – системотвірного, генетично вихідного теоретичного поняття, на основі якого розкривається сутність усієї різноманітності навчального матеріалу у структурах його теоретичного та практичного (задачного) складників. У розвивальному навчанні математики такою «клітинкою» слугує поняття «*математична модель*».

Загальне означення математичної моделі X деякого об'єкта (системи об'єктів) U може бути сформульоване на основі поняття математичної структури. Множина (система) математичних об'єктів $X\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ із введеними в ній математичними операціями (відношеннями) $X\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$, що задовольняють властивості $X\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}$, є математичною моделлю множини (системи) об'єктів $U\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ із виконуваними в ній діями $U\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$, які мають властивості $U\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$, якщо:

1) між елементами, операціями (діями) та властивостями, що виконуються в цих множинах, можна встановити взаємно однозначну відповідність;

2) результат дії між двома елементами в множині X відповідає елементу множини U , що є результатом відповідної дії між відповідними елементами цієї ж множини.

Отже, означення математичної моделі формулюється через поняття ізоморфізму між множинами різної природи, задовольняє властивості відношення еквівалентності (рефлексивність, симетричність і транзитивність). Це надає змогу:

– зробити висновок про існування різних математичних моделей об'єкта, процесу чи явища, адже за властивістю еквівалентності, якщо X_I – математична інтерпретація моделі X , то X_I буде математичною моделлю системи U ;

– вивчати найрізноманітніші процеси, які за своїми зовнішніми характеристиками не мають нічого спільного;

– відображати кількісні характеристики та конструктивні особливості предметів, процесів і явищ, що інтерпретуються в алгебричних, трансцендентних, функціональних,

диференціальних, інтегральних рівняннях, а також геометричних конструкціях;

– формувати змістово-теоретичні абстракції та узагальнення в процесі навчального й наукового пізнання, що відіграє важливу роль і займає особливе місце в розвивальному навчанні математики.

На думку розробника культурно-історичної теорії Л. Виготського провідна роль навчання в розумовому розвитку особистості реалізовується, передусім, через зміст засвоєних знань [3]. У цьому ж сенсі фундатор концепції розвивальної освіти В. Давидов зауважував, що основою розвивального навчання слугує його зміст, від якого похідні методи або способи організації навчання [4, с. 145]. У представленому дослідженні концептуальною є ідея про головну роль змісту навчального матеріалу математики, його структури, загальної логіки побудови й розгортання у процесі вивчення. Особливості змісту розвивального навчання математики розкриваються в таких положеннях:

1. Зміст навчального матеріалу відповідає цілям і завданням розвивального навчання математики, зумовлюється зонами найближчого математичного розвитку суб'єктів навчання, що створюються в процесі спілкування та співпраці, орієнтують на здійснення колективно розподіленої та індивідуальної навчально-математичної діяльності. Тому центральне місце займають задачі-проблеми, які, з одного боку, розв'язують протиріччя між наявними знаннями та новими фактами прикладного і практичного змісту, а з іншого, – є необхідною умовою розвитку структурно-математичного мислення та математичних здібностей учнів, актуалізації змістово-теоретичних дій (аналіз, абстрагування, узагальнення, планування, рефлексія). Дискредитація традиційно прийнятої установки на одержання готових знань, способів дій і мислення – одна з головних концептуальних вимог розвивального навчання математики. У цьому полягає його інновація й найсуттєвіша відмінність від традиційного.

2. Змістом розвивального навчання математики є не тільки система теоретичних понять, на основі якої формується структура навчальної дисципліни, але й методологічні принципи одержання нових знань, способи навчально-математичної діяльності, універсальні навчальні дії (особистісні, регулятивні, пізнавальні, комунікативні) й теоретичні методи пізнання та мислення. Основу методології розвивального навчання математики складають теоретичні методи дослідження: історичний і логічний, аксіоматичний і структурно-системний, моделювання та сходження від абстрактного до конкретного.

3. Зміст розвивального навчання математики структурується на єдиній логічній основі, включає науково-теоретичні засади та структури математики (згідно з дослідженнями Бурбакі [1]). Системність теоретичних знань із математики досягається на основі поняття «математична структура». Увесь навчальний матеріал представляється у формі взаємопов'язаних змістових блоків (модулів), у кожному з яких сформульовано відповідні змістові узагальнення (основні відношення, теоретичні поняття та їх властивості, узагальнені способи дій і методи розв'язування задач). Під структуруванням навчального матеріалу прийнято розуміти процес виявлення його елементів (значущих частин) і встановлення істотних зв'язків між ними. Такі елементи й зв'язки в їх сукупності утворюють структуру навчального матеріалу, яка надає змогу впорядкувати систему знань, формувати змістові узагальнення, мати уявлення про математику в цілому (включаючи й операційний компонент).

Названі особливості змісту навчання передбачають, що вивчення теоретичного матеріалу, розв'язування всіх типів задач має здійснюватися відповідно до загальнонаукового методу пізнання й мислення – сходження від загального (абстрактного)

до конкретного (часткового). Засобами реалізації цієї ідеї є структурно-математичний аналіз навчального матеріалу, математичне, навчальне та навчально-теоретичне моделювання.

4. Навчання математики є розвивальним, якщо воно розв'язує проблему походження математичних знань. Теоретичні поняття математики мають вивчатися, починаючи з аналізу умов їх походження та розвитку (генези). Свого часу видатний математик А. Колмогоров зауважував: «Відрив у шкільному викладанні математичних понять від їх походження призводить до повної безпринципності і логічної дефективності курсу» [5, с. 10]. Саме тому в розвивальному навчанні математики посилюється значущість прикладних задач, а отже, математичного моделювання як методу навчального пізнання. Тут ключовою є ідея про те, що математика слугує ефективним засобом розв'язування задачних ситуацій, які виникають у практичній діяльності людини. Без розв'язання актуальної освітньо-математичної проблеми «навіщо навчатися математики» неможливе досягнення розвивальної цілі – формування особистості учня як суб'єкта навчально-математичної діяльності.

5. Зміст розвивального навчання математики пов'язується з різного виду моделями (інтерпретаціями, реалізаціями), схемами. Жоден матеріальний об'єкт (система об'єктів), реально існуючі зв'язки та відношення об'єктивної реальності не є предметом вивчення професійних математиків, науковців-теоретиків. Зміст їхньої діяльності може бути визначений як побудова, дослідження та реалізація на практиці математичних моделей. У розвивальному навчанні математики моделювання розглядається як метод пізнання, який найширше реалізовується у формі математичного та навчального (навчально-теоретичного) моделювання. Навчальне моделювання поділяють на два різновиди: моделювання об'єктів вивчення та моделювання дій і операцій з метою вивчення цих об'єктів. Прикладом першого виду навчального моделювання є векторно-координатні (декартові) інтерпретації теоретичних понять математики, а другого виду – узагальнені способи дій у процесі розв'язування типових математичних задач.

6. Основу змісту розвивального навчання математики складають різного виду задачі. Проектування й конструювання системи різнотипних задач у розвивальній математичній освіті здійснюється на основі введеного нами принципу розвивальної наступності, згідно з яким кожен наступний тип задач вирізняється від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення. Відтак у навчанні дотримується така задачна ієрархія: *прикладні задачі* \Leftrightarrow *математичні задачі* \Leftrightarrow *навчальні задачі* \Leftrightarrow *навчально-теоретичні задачі* \Leftrightarrow *навчально-дослідницькі задачі*. Головну роль у процесі розв'язування таких типів задач відіграють змістово-теоретичні дії (аналіз, абстрагування, узагальнення, планування та рефлексія), що слугують засобом моделювання різнотипних задачних ситуацій. З іншого боку, у процесі постановки та розв'язування задач визначаються зони актуального та найближчого математичного розвитку учнів – *базова, навчальна, навчально-теоретична, навчально-дослідницька*.

7. Зміст розвивального навчання математики задовольняє вимогу фундаментальності освіти. У цьому контексті ставиться завдання не тільки оволодівати математичними знаннями, вміннями та навичками як невід'ємною складовою загальної культури людини, умовою її повноцінного життя в сучасному суспільстві, але й системними знаннями на рівні методології як суто математичної, так і загальнонаукової (теоретичної). Обсяг теоретичних знань, засвоєних способів навчально-пізнавальних дій має бути достатнім для самостійного продовження навчання, проектування індивідуальної траєкторії учіння, саморозвитку в майбутній професійній діяльності, яка так чи інакше ґрунтується на здобутій математичній освіті.

Зважаючи на визначені цілі, вивчення теоретичного матеріалу шкільної (елементарної) математики здійснюється згідно з етапністю теоретичних методів пізнання та мислення: *історичний і логічний, аксіоматичний і структурно-системний, моделювання та сходження від абстрактного до конкретного*. Відтак під час вивчення змістових ліній математики забезпечується процес навчально-наукового пізнання, учні засвоюють узагальнені способи дій, опановують пізнавальні універсальні навчальні дії.

Вимога фундаментальності передбачає модернізацію змісту математичної освіти, що, на думку українського дидакта-математика М. Бурди, втілюється через такі методичні умови:

- необхідно послабити дискретність змісту навчання, зменшити обсяг громіздких обчислень та перетворень і посилити його неперервність, функціональність, прикладну спрямованість, що надає змогу математизувати практичні ситуації, опановувати інформаційні технології;

- у підручниках з математики варто виділяти алгоритми й евристики, якими визначається процес переходу від вихідних даних до шуканого результату, а також завдання на пошуки алгоритмів і евристик шляхом узагальнення розв'язання певного класу задач;

- використовувати персоніфікований виклад матеріалу, тобто аналіз математичних фактів у контексті їх історичного становлення й розвитку [2].

8. Зміст навчання має уможлилювати його індивідуалізацію й диференціацію, а також реалізацію стильового підходу до організації процесу учіння математики. Специфіка математичного відображення дійсності, особливості методів навчально-математичного пізнання дозволяють розв'язувати проблему індивідуалізації навчання через формування персональних пізнавальних стилів як ієрархічно організованих та гнучких форм індивідуальної інтелектуальної поведінки суб'єктів навчання математики. Варіативність змісту методики розвивального навчання, різноманітність задачної системи розвивальної математичної освіти актуалізують інтелектуальну стильову поведінку на всіх рівнях її сформованості: кодування інформації, переробки інформації, постановки та розв'язування проблем, пізнавального ставлення до світу. Окрім цього, постановка окресленого кола завдань вимагає індивідуалізації та диференціації розвивального навчання математики, стилізації процесу учіння, оскільки практично неможливе одночасне досягнення визначеної системи цілей розвитку, навчання та виховання.

9. Формування системних математичних знань (знань про способи та методи математичного пізнання) втілюється в принципі фузійонізму (злиття), згідно з яким вивчається єдиний (цілісний), інтегрований курс математики, а членування його на алгебру, геометрію, елементи математичної статистики та комбінаторики, початки аналізу та теорії ймовірностей має формальний характер. Окрім цього, стильовий підхід до організації процесу учіння математики, обґрунтування походження математичних знань, звертання до культурно-історичного досвіду людства, опора на теоретичні методи пізнання й мислення, реалізація внутрішньопредметних і міжпредметних зв'язків відповідають вимогам інтегративного підходу до навчання. За таких обставин змінюється навчальне середовище, створюється соціокультурний простір для засвоєння різновидів навчально-математичної діяльності, в якому учень оволодіває науковими знаннями, набуває досвіду емоційно-ціннісного ставлення до речей і людей, збагачується культурою міжособистісного спілкування. Саме такий соціокультурний простір є розвивальним.

З огляду на структуру цілей, завдання, системотвірне поняття та особливості змісту

лейтмотивом розвивального навчання математики є:

- 1) актуалізація змістово-теоретичних дій (аналіз, узагальнення, абстрагування, планування, рефлексія), активізація структурних компонентів математичних здібностей у процесі вивчення програмного матеріалу;
- 2) розв'язання проблеми походження теоретичних знань завдяки постановці та розв'язуванню прикладних задач;
- 3) задачний підхід до організації процесу учіння та втілення принципу розвивальної наступності навчання математики;
- 4) формування універсальних навчальних дій (особистісних, регулятивних, пізнавальних, комунікативних);
- 5) засвоєння теоретичних методів дослідження: історичний і логічний, аксіоматичний і структурно-системний, моделювання та сходження від абстрактного до конкретного;
- 6) створення в навчанні математики зон найближчого математичного розвитку учнів (базова, навчальна, навчально-теоретична, навчально-дослідницька);
- 7) математичне та навчальне моделювання задачних ситуацій, формування змістових абстракцій та узагальнень навчального матеріалу;
- 8) вивчення математики відповідно до логіки сходження від абстрактного (загального) до конкретного (часткового);
- 9) реалізація внутрішньопредметних і міжпредметних зв'язків;
- 10) стильовий підхід до організації процесу учіння математики, розвиток персональних пізнавальних стилів і навчальних стратегій;
- 11) рефлексія процесу учіння математики та власного пізнавально-математичного стилю;
- 12) проектування індивідуальної траєкторії учіння математики, становлення особистості учня як суб'єкта навчально-математичної діяльності, життєдіяльності та життєтворчості.

Предметом подальших наших досліджень є професійно-особистісні якості вчителя, а також концепція моделі педагогічної діяльності в розвивальній математичній освіті.

Література

1. **Бурбаки Н.** Архитектура математики / Н. Бурбаки. – Москва : Знание, 1972. – 32 с.
2. **Бурда М. І.** Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти / М. І. Бурда // Педагогіка і психологія. – 1996. – № 1. – С. 40–45.
3. **Выготский Л. С.** Педагогическая психология / Л. С. Выготский – Москва : Педагогика, 1991. – 480 с.
4. **Давыдов В. В.** Проблемы развивающего обучения. Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В. В. Давыдов. – Москва : Педагогика, 1986. – 240 с.
5. **Колмогоров А. Н.** Математика – наука и профессия / А. Н. Колмогоров. – Москва : Наука, 1988. – 285 с.
6. **Семенец С. П.** Теорія задач розвивальної математичної освіти / С. П. Семенец // Дидактика математики: проблеми і дослідження / Міжнар. [зб. наук. робіт.] – Вип. 30. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2008. – С. 130–134.
7. **Семенец С. П.** Розвивально-задачний метод навчання математики / С. П. Семенец // Вісник Черкаського університету. Серія : Педагогічні науки. – Випуск 127. – Черкаси, 2008. – С. 140–146.
8. **Семенец С. П.** Наукові засади розвивального навчання в системі методичної підготовки майбутніх учителів математики: [монографія] / С. П. Семенец. – Житомир : Вид-во «Волинь», 2010. – 504 с.