Трохименко Ольга
Науковий керівник – Сверчевська І. А.,
кандидат педагогічних наук, доцент

ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ ДЛЯ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧАХ

Практика навчання математики свідчить, що школярі проявляють значно більший інтерес до розв'язування задач прикладного спрямування, ніж до теоретичних чи тренувальних вправ. Це не випадково. Адже в таких задачах інтерпретується цілком певна реальна ситуація, що, безумовно, не може залишити учнів байдужими, крім цього, вона яскраво показує практичне застосування математичних знань. Тому введення в курс математики основної школи прикладних задач з економічним змістом стає необхідністю, їх розв'язання активізує пізнавальну діяльність учнів, підвищує інтерес до вивчення математики.

Розвиток поняття математичної концепції похідної як швидкості зміни функції стимулює її застосування у сфері науково-технічних досліджень та лабораторних випробувань. Швидкість перебігу реакції цікавить хіміка; зміна швидкості приросту популяції — біолога; швидкість потоку теплого повітря — геолога; швидкість розповсюдження вірусу, концентрації вакцини в крові — лікаря-вірусолога. Найважливішою задачею економіки є задача отримання підприємством максимального прибутку при мінімальних затратах за визначений проміжок часу [1, с.39]. Для цього застосовується поняття похідної.

Мета даної публікації: Показати застосування похідної для розв’язування задач з економічним змістом.

Задачі на застосування похідної бувають таких видів: задачі про продуктивність праці, про граничний ефект виробництва, граничні витрати, на знаходження найбільших (найменших) значень функцій і на дослідження функціональних залежностей між величинами, на дослідження динаміки функцій в економічних процесах, на еластичність попиту та ін. Детальніше я б хотіла зупинитися на задачах про граничний ефект виробництва, граничні витрати.

Задачі про граничний ефект виробництва, граничні витрати

Витрати виробництва K будемо розглядати як функцію випущеної продукції x. Нехай Δx — приріст продукції, тоді ΔK — приріст витрат

виробництва і $\frac{\Delta K}{\Delta x}$ - середній приріст витрат виробництва на одиницю продукції. Похідна

К' = $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta K}{\Delta x}$ - виражає граничні витрати виробництва і наближено характеризує додаткові затрати на виробництво одиниці додаткової продукції.

Граничні витрати залежать від рівня виробництва (кількості продукції, що випускається) х і визначаються не постійними виробничими затратами, а тільки змінними (на сировину, паливо і т.п.).

Граничний виторг. Нехай U(x) — виторг від продажу х одиниць товару. Тоді границя $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U(x)}{\Delta x} = U'(x)$ називається *граничним виторгом*. Аналогічно означаються *граничний прибуток, граничний продукт, гранична корисність, гранична ціна.*

У результаті такої роботи учні мають зрозуміти: якщо функція у = f(x) моделює деякий економічний процес, то похідна $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ виступає швидкість зміни цього процесу з часом або стосовно іншого досліджуваного фактора, тобто характеризує його *граничний ефект* [2,с.24].

Розв'язуючи задачі на закріплення економічного змісту похідної, основну увагу звертаємо на інтерпретацію знайдених результатів.

Приклад. На основі статистичних досліджень фірма встановила функцію прибутку від ціни р за одиницю продукції: f(p) = - 50p^2 + 500p. Визначити граничний прибуток фірми залежно від ціни р, розрахувати його при р = 2; р = 5; р = 10 (тис. грн.).

Розв'язання. Граничний прибуток визначається похідною $f'(p)$.

Тоді f' (p) = (-50 p^2 + 500 p)' = - 100 p + 500,

обчислюємо f' (2) = -100 • 2 + 500 = 300 (тис. грн.), f' (5) = - 100 • 5 + 500 = 0,

f' (10) = - 100 • 10 + 500 = - 500 (тис. грн.).

Інтерпретація. На цьому етапі важливо, щоб учні дійшли таких висновків:

1) При збільшенні ціни одиниці продукції до 5 тис. грн. прибуток зростатиме і буде найбільшим при р = 5 тис. грн.; f(5)=1250тис. грн.

2) Якщо ціна одиниці продукції, починаючи з 5 тис. грн., збільшуватиметься, то прибуток фірми зменшуватиметься. Так, при р = 8 тис. грн. прибуток фірми дорівнюватиме f(8) = - 50 • 8^2 + 500 • 8 = 800 (тис. грн.). У цьому випадку фірма зазнає порівняно з оптимальним варіантом збитків на 1250 — 800 = 450 (тис. грн.).

Висновки**:** Я вважаю, що запропонований навчальний матеріал допоможе надати учням ширше уявлення про застосування функцій та їхніх властивостей при дослідженні економічних процесів та розв'язуванні задач з економіки. Розв'язування прикладних задач сприятиме формуванню в учнів поняття математичної моделі та навичок математичного моделювання в економіці. Це, в свою чергу, надасть змогу підсилити мотивацію навчання; активізувати навчально-пізнавальну діяльність учнів; підвищити їхній інтерес до вивчення даної теми; сприятиме здійсненню профорієнтаційної роботи на уроках. При розв’язуванні математичних задач з економічним змістом також використовується інтеграл для опису економічних об'єктів і процесів, що, можливо, стане темою моєї наступної статті.

Література

1. Стасюк В., Григулич С.. Використання похідної функції на прикладах розв’язання економічних задач // Математика в школі. – 2008. - № 5. – С. 39-41.

2. Дутка Г. Застосування диференціального числення в задачах економічного змісту // Математика в школі. -1999. - № 2. – С. 23-25.

3. Стрельченко О., Стрельченко І., Парафійник А. Застосування похідної та інтеграла в математико-економічних моделях та задачах // Математика в школі.- 2000. – № 1. – С. 40-45.