

МАТЕМАТИКА

В РІДНІЙ ШКОЛІ

ПЕРЕДПЛАТНИЙ
ІНДЕКС 68834

№ 10, 2015

У НОМЕРІ

ПІДГОТОВКА ДО ДВОРІВНЕВОГО
ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО
ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ЗНААНЬ
З МАТЕМАТИКИ

РІВНЯННЯ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ
З ПАРАМЕТРОМ

ДЕЯКІ НЕСТАНДАРТНІ ЗАДАЧІ
ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МАТЕМАТИКИ

ТРИВАРИАНТНО
**ПЕДАГОГІЧНА
ПРЕСА**
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВІТРОБІНЕ ПІДПРИЄМСТВО

МАТЕМАТИКА

В РІДНІЙ ШКОЛІ

НАУКОВО-МЕТОДИЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 10 (169) 2015, ЖОВТЕНЬ

ЩОМІСЯЧНИК

Передплатний індекс 68834

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНЕ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИРОБНИЧЕ ПІДПРИЄМСТВО
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Заснований у 1997 р.

До 2012 р. журнал виходив у світ під назвою
«Математика в школі»; до 2014 р. журнал виходив
під назвою «Математика в сучасній школі».

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу
масової інформації, серія КВ №20025-8925 пр від 25.06.2013 р.

РЕДАКЦІЙНА РАДА:

Головний редактор

Валентина Григорівна БЕВЗ, доктор педагогічних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Михайло Іванович БУРДА, доктор педагогічних наук, дійсний член НАПН України, професор (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

Григорій Петрович БЕВЗ, кандидат педагогічних наук, доцент, Київ

Ніна Опанасівна ВІРЧЕНКО, доктор фізико-математичних наук, професор (Національний технічний університет України «КПІ»), Київ

Олександр Ігорович ГЛОБІН, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

Мирослав Іванович ЖАЛДАК, доктор педагогічних наук, дійсний член НАПН України, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Микола Якович ІГНАТЕНКО, доктор педагогічних наук, професор, Ялта

Юрій Іванович МАЛЬОВАНІЙ, кандидат педагогічних наук, член-кореспондент НАПН України, старший науковий співробітник (Президія НАПН України), Київ

Микола Олексійович ПЕРЕСТЮК, доктор фізико-математичних наук, академік НАН України, професор (Національний університет ім. Тараса Шевченка), Київ

Микола Вікторович ПРАЦЬОВИТИЙ, доктор фізико-математичних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Олена Іванівна СКАФА, доктор педагогічних наук, професор, Донецьк

Ніна Анатоліївна ТАРАСЕНКОВА, доктор педагогічних наук, професор (Черкаський національний університет), Черкаси

Тамара Миколаївна ХМАРА, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник (Інститут педагогіки НАПН України), Київ

Василь Олександрович ШВЕЦЬ, кандидат педагогічних наук, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Микола Іванович ШКІЛЬ, доктор фізико-математичних наук, дійсний член НАПН України, професор (Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова), Київ

Василь Васильович ЯСІНСЬКИЙ, кандидат фізико-математичних наук, професор (Національний технічний університет України «КПІ»), Київ

ГОТУЄМОСЯ ДО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОСВІТИ

Олександр ШКОЛЬНИЙ

Підготовка до дворівневого зовнішнього незалежного оцінювання якості знань з математики (частина 1) 2
Олег МАЗУР

Деякі нестандартні задачі елементарної математики 10

МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

Василь ШВЕЦЬ, Алла ПРУС

Рівняння другого степеня з параметром 16
Наталія ГРИГОРАШ

Реалізація міжпредметних зв'язків математики та інформатики на інтегрованих уроках 20
Марина ГУСАК

Складання задач патріотичного характеру (за матеріалами роботи МАН) 28

ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

Ірина АКУЛЕНКО, Наталія КРАСНОШЛИК, Юрій ЛЕЩЕНКО

Основи криптології. Курс за вибором для учнів 9-х класів із поглибленим вивченням математики 31

СУЧАСНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Василь КУШНІР

Використання MAPLE-технології як символічного калькулятора під час розв'язування системи лінійних рівнянь методом послідовного виключення змінних 39

КОНКУРС УЧИТЕЛІВ

Ігор ВЕЛИЧКО, Олена ВЕЛИЧКО

Про обласний заочний конкурс учителів математики 45

ВІТАЄМО ЮВІЛЯРА

Володимир Петрович Денисюк – 70! 47

За достовірність фактів, дат, назв тощо відповідають автори. Редакція не завжди поділяє їхні погляди. Листування ведеться на сторінках журналу. Рукописи не повертаються. У разі використання матеріалів, посланих на журнал е-обов'язковим.

© Видавництво «Педагогічна преса», 2015

© «Математика в рідній школі», 2015

Усі права захищено. Жодна частина, елемент, ідея, композиційний підхід цього видання не можуть бути копіюваними чи відтвореними у будь-якій формі та будь-якими засобами — як електронними, так і фотомеханічними, зокрема через ксерокопіювання, запис чи комп'ютерне архівування — без письмового дозволу видавця.

БІБЛІОТЕКА ЖДУ

РІВНЯННЯ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ З ПАРАМЕТРОМ

Василь ШВЕЦЬ — завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики НПУ ім. М. П. Драгоманова, кандидат педагогічних наук, професор;

Алла ПРУС — доцент кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики ЖДУ ім. Івана Франка, кандидат педагогічних наук, доцент

1. Поняття рівняння другого степеня з параметром і алгоритм його розв'язання

Зі шкільного курсу алгебри відомо, що рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c — дійсні числа, $a \neq 0$, x — змінна, називається **квадратним**. Дотримуючись аналогічних міркувань, сформулюємо означення.

Означення. Рівнянням другого степеня з параметром (параметрами) називатимемо рівняння виду $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$, де $f(a)$, $\varphi(a)$ та $h(a)$ — аналітично задані функції параметра (змінної) a , x — змінна.

Наприклад, рівняння:

а) $6x^2 + 19ax + 5 = 0$, де

$$f(a) = 6, \varphi(a) = 19a, h(a) = 5;$$

б) $2ax^2 - (7a + 1)x - 11 = 0$, де

$$f(a) = 2a, \varphi(a) = -(7a + 1), h(a) = -11;$$

в) $x^2 - 36a^2 = 0$, де

$$f(a) = 1, \varphi(a) = 0, h(a) = -36a^2 \text{ (неповне);}$$

г) $9ax^2 - 45x = 0$, де

$$f(a) = 9a, \varphi(a) = -45, h(a) = 0 \text{ (неповне);}$$

д) $(a + 6)x^2 + (19a - 1)x + 5 - 20a = 0$, де

$$f(a) = a + 6, \varphi(a) = 19a - 1, h(a) = 5 - 20a.$$

Із наведених прикладів випливає, що рівняння другого степеня з параметром може бути **повним, неповним**.

Якщо існують значення параметра a , при яких $f(a) = 0$, то **для них** це рівняння набуває вигляду $\varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$, тобто стає **лінійним**.

Для всіх значень параметра a , при яких $f(a) \neq 0$, рівняння другого степеня з параметром $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$ називають **квадратним** із параметром a .

Із наведених прикладів рівняння а), в) — **квадратні рівняння з параметром a** , а рівняння б), г), д) — залежно від значень параметра a , стають **лінійними** чи **квадратними**.

Рівняння другого степеня з параметром (та рівняння, яке зводиться до нього) розв'язують аналітично, дотримуючись такого **алгоритму**.

1. Привести рівняння з параметром (якщо це можливо) до виду $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$.

2. Виписати функції (коефіцієнти) $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$ рівняння.

3. Розглянути випадок, коли $f(a) = 0$, якщо це можливо. Це випадок лінійного рівняння.

4. Розглянути випадок, коли $f(a) \neq 0$ (це випадок квадратного рівняння з параметром). Записати дискримінант D даного квадратного рівняння за формулою $D = \varphi^2(a) - 4f(a) \cdot h(a)$.

5. Дослідити дискримінант квадратного рівняння та визначити його розв'язки:

5.1. Розв'язати нерівність $D > 0$ і для всіх її розв'язків знайти два розв'язки квадратного рівняння

$$x_{1,2} = \frac{-\varphi(a) \pm \sqrt{D}}{2f(a)};$$

5.2. Розв'язати рівняння $D = 0$ і для всіх його розв'язків знайти розв'язок квадратного рівняння

$$x_1 = x_2 = -\frac{\varphi(a)}{2f(a)};$$

5.3. Розв'язати нерівність $D < 0$ і вказати, що для всіх її розв'язків квадратне рівняння розв'язків не матиме.

Записати відповідь для всіх значень параметра a (і для тих, при яких $f(a) = 0$, і для тих, при яких $f(a) \neq 0$).

Приклад застосування вказаного алгоритму подано в таблиці на с. 17.

2. Приклади розв'язання рівнянь другого степеня з параметром

Розв'яжіть рівняння з параметром a :

$$(a - 1)x^2 + 2(2a + 1)x + 4a + 3 = 0.$$

Розв'язання.

Якщо $a - 1 = 0$, тобто $a = 1$, то рівняння буде лінійним: $6x + 7 = 0$; $x = -\frac{7}{6}$.

Якщо $a - 1 \neq 0$, тобто $a \neq 1$, то рівняння буде квадратним. Випишемо коефіцієнти квадратного рівняння $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$: $f(a) = a - 1$; $\varphi(a) = 2(2a + 1)$; $h(a) = 4a + 3$.

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння: $D = \varphi^2(a) - 4f(a) \cdot h(a) = 4(2a + 1)^2 - 4(a - 1) \cdot (4a + 3) = 4(4a^2 + 4a + 1 - 4a^2 - 3a + 4a + 3) = 4(5a + 4)$.

Розв'яжемо квадратне рівняння залежно від знака його дискримінанта.

4.1. Якщо $D > 0$; $4(5a + 4) > 0$; $5a + 4 > 0$; $a > -\frac{4}{5}$, то при таких значеннях параметра рівняння буде мати два різні корені:

$$x_{1,2} = \frac{-\varphi(a) \pm \sqrt{D}}{2f(a)} = \frac{-2(2a+1) \pm 2\sqrt{5a+4}}{2(a-1)} =$$

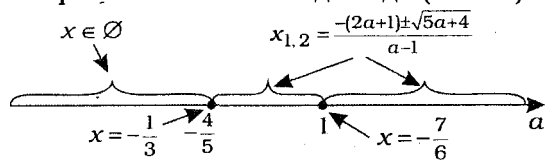
$$= -\frac{2a+1\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$$

4.2. Якщо $D = 0$; $4(5a + 4) = 0$; $a = -\frac{4}{5}$, то рівняння матиме два рівні корені:

$$x_1 = x_2 = \frac{-\varphi(a)}{2f(a)} = \frac{-2(2a+1)}{2(a-1)} = \frac{-2a-1}{a-1} = \frac{-2(-\frac{4}{5})-1}{-\frac{4}{5}-1} = \frac{\frac{8}{5}-1}{-\frac{9}{5}} = -\frac{1}{3}$$

4.3. Якщо $D < 0$; $4(5a + 4) < 0$; $a < -\frac{4}{5}$; рівняння не матиме коренів.

Позначимо знайдені розв'язки на прямій параметрів та запишемо відповідь (мал. 1).



Мал. 1

Відповідь. Якщо $a \in (-\infty; -\frac{4}{5})$, то $x \in \emptyset$; якщо

$a = -\frac{4}{5}$, то $x = -\frac{1}{3}$; якщо $a \in (-\frac{4}{5}; 1) \cup (1; +\infty)$, то

$x = -\frac{2a+1\pm\sqrt{5a+4}}{a-1}$; якщо $a = 1$, то $x = -\frac{7}{6}$.

Розв'яжіть рівняння з параметром a : $(a^2 + a - 2)x^2 + 2a^2x + a^2 - 1 + ax + 3x = 0$.

Розв'язання.

Приведемо рівняння до вигляду:

$$f(a)x^2 + \varphi(a)x + h(a) = 0: (a^2 + a - 2)x^2 + (2a^2 + a + 3)x + a^2 - 1 = 0$$

Якщо $a^2 + a - 2 = 0$, тобто $a = -2$ або $a = 1$, то рівняння буде лінійним; зокрема, при $a = -2$: $9x + 3 = 0$; $x = -\frac{1}{3}$; при $a = 1$: $6x = 0$; $x = 0$.

Якщо $a^2 + a - 2 \neq 0$, тобто $a \neq -2$, $a \neq 1$, то рівняння буде квадратним; випишемо коефіцієнти $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$ квадратного рівняння:

Таблиця

Розв'яжіть рівняння $ax + ax^2 + a - 2 = x^2 + 3x$ з параметром a		
1	$ax + ax^2 + a - 2 = x^2 + 3x$; $ax + ax^2 + a - 2 - x^2 - 3x = 0$; $(a - 1)x^2 + (a - 3)x + a - 2 = 0$	Приводимо це рівняння до виду $f(a) \cdot x^2 + \varphi(a) \cdot x + h(a) = 0$
2	$f(a) = a - 1$, $\varphi(a) = a - 3$, $h(a) = a - 2$	Визначаємо коефіцієнти $f(a)$, $\varphi(a)$, $h(a)$
3	$f(a) = a - 1 = 0$, $a = 1$	$(1 - 1)x^2 + (1 - 3)x + 1 - 2 = 0$; $-2x - 1 = 0$, $x = -\frac{1}{2}$
4	$f(a) = a - 1 \neq 0$, $a \neq 1$	$D = (a - 3)^2 - 4(a - 1)(a - 2) = -3a^2 + 6a + 1$
5.1	$-3a^2 + 6a + 1 > 0$, $3a^2 - 6a - 1 < 0$, $a \in \left(\frac{3-2\sqrt{3}}{3}; \frac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)$ і $a \neq 1$	$x_{1,2} = \frac{-(a-3) \pm \sqrt{-3a^2+6a+1}}{2(a-1)}$
5.2	$-3a^2 + 6a + 1 = 0$, $a_1 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$ або $a_2 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	$x_1 = x_2 = \frac{-(a-3) \pm 0}{2(a-1)}$, $x_1 = x_2 = \frac{3-a}{2a-2}$
	$a_1 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$	$x_1 = x_2 = \frac{3 - \frac{3-2\sqrt{3}}{3}}{2 \cdot \frac{3-2\sqrt{3}}{3} - 2} = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$
	$a_2 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$	$x_1 = x_2 = \frac{3 - \frac{3+2\sqrt{3}}{3}}{2 \cdot \frac{3+2\sqrt{3}}{3} - 2} = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$
5.3	$a \in \left(-\infty; \frac{3-2\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{3+2\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$	$x \in \emptyset$
6	Відповідь. Якщо $a \in \left(-\infty; \frac{3-2\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{3+2\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$, то $x \in \emptyset$; якщо $a = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$, то $x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$; якщо $a = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$, то $x = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$; якщо $a = 1$, то $x = -\frac{1}{2}$; якщо $a \in \left(\frac{3-2\sqrt{3}}{3}; 1\right) \cup \left(1; \frac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)$, то $x_{1,2} = \frac{-(a-3) \pm \sqrt{-3a^2+6a+1}}{2(a-1)}$	Знаходимо значення параметра, при яких рівняння має два корені ($D > 0$), знаходимо обидва корені Знаходимо значення параметра a , при яких рівняння матиме два рівні корені ($D = 0$) Обчислюємо корені при кожному значенні параметра Знаходимо значення параметра, при яких $D < 0$

$$f(a) = a^2 + a - 2; \quad \varphi(a) = 2a^2 + a + 3;$$

$$h(a) = a^2 - 1.$$

Знайдемо дискримінант квадратного рівняння: $D = (2a^2 + a + 3)^2 - 4 \cdot (a^2 + a - 2)(a^2 - 1) = 4a^4 + 4a^2(a + 3) + a^2 + 6a + 9 - 4a^4 + 4a^2 - 4a^2 + 4a + 8a^2 - 8 = (5a + 1)^2 \geq 0$.

Розглянемо розв'язання квадратного рівняння залежно від знака його дискримінанта.

5.1. Якщо $D > 0$; $(5a + 1)^2 > 0$, $a \neq -\frac{1}{5}$, то рівняння матиме два різні корені:

$$x_{1,2} = \frac{-(2a^2 + a + 3) \pm (5a + 1)}{2(a^2 + a - 2)}; \text{ отже,}$$

$$x_1 = \frac{-2a^2 - a - 3 + 5a + 1}{2(a^2 + a - 2)} = \frac{-2a^2 + 4a - 2}{2(a^2 + a - 2)}$$

$$= \frac{-a^2 + 2a - 1}{a^2 + a - 2} = -\frac{a-1}{a+2}, \quad (a \neq -2) \text{ або}$$

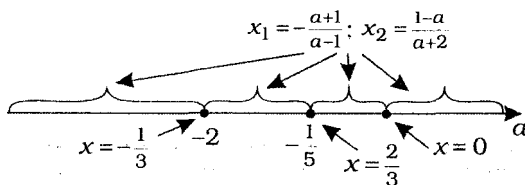
$$x_2 = \frac{-2a^2 - a - 3 - 5a - 1}{2(a^2 + a - 2)} = \frac{-2a^2 - 6a - 4}{2(a^2 + a - 2)}$$

$$= \frac{-a^2 - 3a - 2}{a^2 + a - 2} = -\frac{a+1}{a-1} \quad (a \neq 1).$$

5.2. Якщо $D = 0$; $(5a + 1)^2 = 0$, $a = -\frac{1}{5}$, рівняння матиме два рівні корені:

$$x_1 = x_2 = \frac{-\left(2 \cdot \frac{1}{25} - \frac{1}{5} + 3\right)}{2 \cdot \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{5} - 2\right)} = \frac{2}{3}.$$

Позначимо знайдені розв'язки на прямій параметрів та запишемо відповідь (мал. 2).



Мал. 2

Відповідь. Якщо $a \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$, то $x_1 = -\frac{a+1}{a-1}$; $x_2 = \frac{1-a}{a+2}$; якщо $a = -2$, то $x = -\frac{1}{3}$; якщо $a = -\frac{1}{5}$, то $x = \frac{2}{3}$; якщо $a = 1$, то $x = 0$.

Вправи для самостійного розв'язання

Група А

1. Розв'яжіть рівняння з параметром a :

- 1) $2x^2 - (a - 1)x + a + 1 = 0$;
- 2) $ax^2 + 2x + 1 = 0$;
- 3) $ax^2 - (a + 1)x + a^2 + a = 0$;
- 4) $(a - 5)x^2 + 3ax - (a - 5) = 0$.

2. Розв'яжіть рівняння з параметром a :

- 1) $x^2 - ax - 2a^2 = 0$;
- 2) $ax^2 - (a + 1)x + 1 = 0$;
- 3) $(a - 1)x^2 + 2(2a + 1)x + 4a + 3 = 0$;
- 4) $(2a - 1)x^2 - (3a + 1)x - a - 1 = 0$;
- 5) $(a^2 + a - 2)x^2 - (2a^2 + a + 3)x + a^2 - 1 = 0$.

3. Розв'яжіть рівняння з параметром a :

- 1) $x^2 + 1 = a(x^2 - 1) - 2x$;
- 2) $x(x + 3) + a(a - 3) = 2(ax - 1)$;
- 3) $(x - a)^2 + (1 - ax)^2 - 2x = 2a(a - 2)x$;
- 4) $(1 + ax)x = (1 - x)a^2 + a + 1$;
- 5) $(x - 1)(x - 2) = (a - 1)(a - 2)$.

4. Розв'яжіть рівняння з параметром a :

- 1) $(x + a)(x - a) - 2ax = a(3a - 2x)$;
- 2) $(x + 13a)^2 + 9(x + 3a)^2 = 4(x + 10a)^2$;
- 3) $a^2(1 + x)^2 = (a^2 + x)^2$.

5. При яких значеннях параметра a рівняння $(a^2 - a - 2)x^2 + 2x + 5 = 0$ є лінійним?

6. Знайдіть всі значення параметра a , для яких квадратне рівняння $(a + 1)x^2 + 2(a + 1)x + x + a - 2 = 0$: а) має два різні корені; б) не має коренів; в) має два рівні корені.

7. Визначте, при яких значеннях параметра m корені рівнянь будуть: а) дійсні рівні; б) дійсні різні; в) рівняння не матимуть дійсних коренів:

- 1) $mx^2 - (3m + 1)x + m = 0$;
- 2) $(2 - 3m)x^2 - 2mx + 1 - m = 0$;
- 3) $(m - 4)x^2 + (m + 1)x + 2m - 1 = 0$;
- 4) $(3m - 2)x^2 - (5m + 2)x + 5m - 1 = 0$.

8. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння має хоча б один корінь:

- 1) $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$;
- 2) $(a - 2)x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$.

9. Знайдіть найменше значення параметра h , при якому рівняння $(h + 13)x^2 - 2(h + 1)x + h - 3 = 0$ має один корінь.

10. При яких значеннях параметра p рівняння $x^2 + 2(p - 1)x + p(p - 3) = 0$ має корені різних знаків?

Група Б

11. Розв'яжіть рівняння з параметрами a, b :

- 1) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$;
- 2) $abx^2 - (a^2 - b^2)x + (a - b)^2 = 0$.

12. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(2a + x)(2b - x) + (2a - x)(2b + x) + 2a^2 + 8b^2 = 0$, де a, b — параметри;
- 2) $(x - a)(x - b) + (a + b)x = (b - x)(a + x)$, де a, b — параметри;
- 3) $(x - a)^2 + (x - b)^2 = (a - b)^2$, де a, b — параметри.

13. Доведіть, що рівняння

$$3x^2 - (3m + n)x + (mn - 1) = 0$$

при всіх значеннях параметрів m, n має дійсні корені.

Група В

14. Розв'яжіть рівняння з параметрами m, n :

- 1) $x^4 + m^2n^2 = (m^2 + n^2)x^2$;
- 2) $m^2n^2x^4 - (m^4 + n^4)x^2 + m^2n^2 = 0$;
- 3) $x^4 - (mn + 1)x^2 + mn = 0$;
- 4) $x^4 + mn = (m + n)x^2$.

Відповіді

Група А:

1. 1) Якщо $a \in (-\infty; 5-4\sqrt{2}) \cup (5+4\sqrt{2}; +\infty)$, то $x_{1,2} = \frac{a-1 \pm \sqrt{a^2-10a-7}}{4}$; якщо $a = 5+4\sqrt{2}$, то $x_1 = x_2 = 1 + \sqrt{2}$; якщо $a = 5-4\sqrt{2}$, то $x_1 = x_2 = 1 - \sqrt{2}$; якщо $a \in (5-4\sqrt{2}; 5+4\sqrt{2})$, то $x \in \emptyset$; 2) якщо $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$, то $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a}}{a}$; якщо $a = 0$, то $x = -0,5$; якщо $a = 1$, то $x_1 = x_2 = -1$; якщо $a \in (1; +\infty)$, то $x \in \emptyset$; 3) якщо $a \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1-\sqrt{17}}{8}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1+\sqrt{17}}{8}\right)$, то $x_{1,2} = \frac{a+1 \pm \sqrt{(a+1)(-4a^2+a+1)}}{2a}$; якщо $a = \frac{1-\sqrt{17}}{8}$, то $x_1 = x_2 = \frac{-\sqrt{17}+1}{4}$; $a = \frac{1+\sqrt{17}}{8}$, то $x_1 = x_2 = \frac{\sqrt{17}+1}{4}$; якщо $a = -1$, то $x_1 = x_2 = 0$; при інших значеннях параметра $x \in \emptyset$; 4) якщо $a = 5$, то $x = 0$; якщо $a \in (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$, то $x_{1,2} = \frac{-3a \pm \sqrt{9a^2+4(a-5)^2}}{2(a-5)}$.

2. 1) Якщо $a = 0$, то $x_1 = x_2 = 0$; якщо $a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, то $x_1 = -a$; $x_2 = 2a$; 2) якщо $a = 0$, то $x = 1$; якщо $a \neq 0$ і $a \neq 1$, то $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{a}$; якщо $a = 1$, то $x = 1$; 3) якщо $a \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right)$, то $x \in \emptyset$; якщо $a \in \left(-\frac{4}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$, то $x_{1,2} = \frac{-(2a+1) \pm \sqrt{5a+4}}{a-1}$; якщо $a = -\frac{4}{5}$, то $x = -\frac{1}{3}$; 4) якщо $a \in (-9-\sqrt{84}; -9+\sqrt{84})$, то $x \in \emptyset$; якщо $a \in (-\infty; -9-\sqrt{84}) \cup (-9+\sqrt{84}; 0,5) \cup (0,5; +\infty)$, то $x = \frac{3a+1 \pm \sqrt{a^2+18a-3}}{2(2a-1)}$; якщо $a = -0,5$, то $x = -0,2$; якщо $a = -9-\sqrt{84}$, то $x = \frac{3\sqrt{84}+26}{4\sqrt{84}+38}$; якщо $a = -9+\sqrt{84}$, то $x = \frac{3\sqrt{84}-26}{4\sqrt{84}-38}$; 5) якщо $a = -2$, то $x = \frac{1}{3}$; якщо $a = 1$, то $x = 0$; якщо $a = -\frac{1}{5}$, то $x_1 = x_2 = -\frac{2}{3}$; якщо $a \in (-\infty; -2) \in \left(-2; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{5}; 1\right) \cup (1; +\infty)$, то $x_1 = \frac{a+1}{a-1}$, $x_2 = \frac{a-1}{a+2}$.

3. 1) Якщо $a = 0$, то $x_1 = x_2 = 0$; якщо $a = 1$, то $x = -1$; якщо $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$, то $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{a+1}{a-1}$; 2) $x_1 = a-1$; $x_2 = a-2$ при будь-яких значеннях параметра a ; 3) $x_1 = x_2 = 1$ при будь-яких значеннях параметра a ; 4) якщо $a = 0$, то $x = 1$; якщо $a = -1$, то $x = 1$;

якщо $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; +\infty)$, то $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{a^2+a+1}{a}$; 5) якщо $a = \frac{3}{2}$, то $x = \frac{3}{8}$; якщо

$a \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, то $x_1 = a$; $x_2 = 3-a$.

4. 1) Якщо $a = 0$, то $x = 0$; якщо $a \neq 0$, то $x = \pm 2a$; 2) якщо $a = 0$, то $x = 0$; якщо $a \neq 0$, то $x = \pm 5a$; 3) якщо $a = \pm 1$, то $x \in \mathbb{R}$; якщо $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$, то $x = \pm a$.

5. $a = 2$, $a = -1$.

6. а) $a \in (-1; +\infty)$; б) $a \in (-\infty; -1]$; в) $a \in \emptyset$.

7. 1) а) $-1; -0,2$; б) $m \in (-\infty; -1) \cup (-0,2; 0) \cup (0; +\infty)$; в) $m \in (-1; -0,2)$; 2) а) $0,5; 2$; б) $m \in \left(0,5; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 2\right)$; в) $m \in (-\infty; 0,5) \cup (2; +\infty)$; 3) а) $\frac{3}{7}$; 5; б) $m \in \left(\frac{3}{7}; 4\right) \cup (4; 5)$; в) $m \in \left(-\infty; \frac{3}{7}\right) \cup (5; +\infty)$; 4) а) $\frac{2}{35}$; 2; б) $m \in \left(\frac{2}{35}; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 2\right)$; в) $m \in \left(-\infty; \frac{2}{35}\right) \cup (2; +\infty)$.

8. 1) $a \in [-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$; 2) $a \in [1; 6]$.

9. $h = -13$. 10. 1) $p \in (0; 3)$.

Група Б:

11. 1) Якщо $a = 0$ і $b \neq 0$, то $x = 0$; якщо $a \neq 0$ і $b = 0$, то $x = 0$; якщо $a = b = 0$, то $x \in \mathbb{R}$; якщо $a \neq \pm b$, то $x_1 = \frac{a}{b}$; $x_2 = \frac{b}{a}$; якщо $a = b \neq 0$, то $x = 1$; якщо $a = -b \neq 0$, то $x = -1$; 2) якщо $a = 0$ і $b \neq 0$, то $x = -1$; якщо $a \neq 0$ і $b = 0$, то $x = 1$; якщо $a = b = 0$, то $x \in \mathbb{R}$; якщо $a \neq b$, $a \neq 0$ і $b \neq 0$, то $x_1 = \frac{a-b}{a}$; $x_2 = \frac{a-b}{b}$; якщо $a = b$, то $x = 0$. Вказівка до 2). У формулі коренів рівняння вираз під знаком кореня доцільно подати у вигляді $(a-b)^4$. 12. 1) При будь-яких значеннях параметрів a, b $x_{1,2} = \pm(a+2b)$; 2) при будь-яких значеннях параметрів a, b $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{b-a}{2}$; 3) якщо $a \neq b$, то $x_1 = a$, $x_2 = b$; якщо $a = b$, то $x = a$.

Група В:

14. 1) Якщо $m \neq n$, то $x_{1,2} = \pm m$; $x_{3,4} = \pm n$; якщо $m = n$, то $x_{1,2} = \pm m$; 2) якщо $m \neq n$, $m \neq 0$, $n \neq 0$, то $x_{1,2} = \pm \frac{m}{n}$; $x_{3,4} = \pm \frac{n}{m}$; якщо $m = n = 0$, то $x \in \mathbb{R}$; 3) якщо $mn = 1$, то $x = \pm 1$; якщо $mn \neq 1$ і $mn > 0$, то $x_{1,2} = \pm 1$; $x_{3,4} = \pm \sqrt{mn}$; якщо $mn \neq 1$ і $mn < 0$, то $x_{1,2} = \pm 1$; якщо $mn \neq 1$ і $mn = 0$, то $x = 0$; 4) якщо $m = n = 0$, то $x = 0$; якщо $m = n \neq 0$ і $m > 0$, то $x_{1,2} = \pm m$; якщо $m \geq 0$ і $n \geq 0$, то $x_{1,2} = \pm \sqrt{m}$; $x_{3,4} = \pm \sqrt{n}$; якщо $n \geq 0$ і $m < 0$, то $x_{1,2} = \pm \sqrt{n}$; якщо $n < 0$ і $m \geq 0$, то $x_{1,2} = \pm \sqrt{m}$; якщо $m < 0$ і $n < 0$, то $x \in \emptyset$.