

# МАТЕМАТИКА В ШКОЛІ



**9'2006**

ІНДЕКС 74326

ВІДБІРКОВО-ТРЕНУВАЛЬНІ  
ЗБОРИ З ФОРМУВАННЯ  
КОМАНДИ УКРАЇНИ  
НА МІЖНАРОДНУ  
МАТЕМАТИЧНУ ОЛІМПІАДУ 2006 р.

ВІСІМ УРОКІВ У 5 КЛАСІ З ТЕМИ  
«ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ»

МІЖНАРОДНИЙ  
МАТЕМАТИЧНИЙ КОНГРЕС 2006 року





# МАТЕМАТИКА В ШКОЛІ

НАУКОВО-  
МЕТОДИЧНИЙ  
ЖУРНАЛ

# 9 / 2006

## ЗАСНОВНИКИ:

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ,  
АКАДЕМІЯ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК УКРАЇНИ,  
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

*Заснований у 1997 році  
Виходить десять разів на рік*

Свідоцтво про державну реєстрацію  
серія КВ № 2760 від 21.08.1997 р.  
Передплатний індекс 74326

№ 9(65) 2006  
ЛИСТОПАД

Схвалено вченою радою Інституту  
педагогіки АПН України  
(протокол від 05.10.2006 р. № 8)

Головний редактор  
Тамара ХМАРА

Заступник головного редактора  
Валентина БЕВЗ

### Редакційна колегія:

Михайло БУРДА, Григорій БЕВЗ,  
Ніна ВІРЧЕНКО, Мирослав ЖАЛДАК,  
Микола ІГНАТЕНКО,  
Григорій ЛИТВИНЕНКО,  
Юрій МАЛЬОВАННИЙ,  
Вілен МИХАЙЛОВСЬКИЙ,  
Микола ПЕРЕСТЮК, Василь ПЕТЕЧУК,  
Наталія ПРОКОПЕНКО,  
Зінаїда СЛЕПКАНЬ, Василь ТАДЕЄВ,  
Ярослав ХОЛЯВКА, Василь ШВЕЦЬ,  
Микола ШКІЛЬ, Никифір ШУНДА,  
Василь ЯСІНСЬКИЙ

### Над номером працювали:

Олена ПОПОВИЧ (старший науковий редактор,  
відповідальна за випуск)  
Володимир ЛИТВИНЕНКО (художник-дизайнер)  
Лариса АЛЕНІНА (технічний редактор)  
Марина КОЛМАГОРОВА (комп'ютерний набір)  
Ірина КОСОНОЦЬКА (коректор)

ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»  
Директор видавництва

Юрій КУЗНЕЦОВ, тел. 234-41-87  
Головний редактор видавництва  
Олег КОСТЕНКО, тел. 246-71-45  
Заступник директора з виробництва  
Валентина МАКСИМОВСЬКА, тел. 246-71-45  
Головний художник  
Володимир ЛИТВИНЕНКО, тел. 246-70-83  
Завідувач відділу реалізації, збуту та реклами  
Роман КОСТЕНКО, тел. 235-50-53

Адреса видавництва та редакції:  
01004, Київ-4, вул. Басейна, 1/2  
журнал «Математика в школі», тел. 234-23-20  
Видруковано СМП «АВЕРС»,  
04214, Київ, пр. Оболонський, 36, тел. 461-87-93  
Свідоцтво про державну реєстрацію  
серія ДК № 586 від 05.09.2001 р.

Здано до набору 03.10.2006. Підписано до друку  
09.11.2006. Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>4</sub>. Папір офсет. Друк офсет.  
Умов. друк. арк. 6,51. Обл.-вид. арк. 7,2.  
Наклад 2780 пр. Зам. 06-153.

За достовірність фактів, дат, назв тощо відповідають автори. Ре-  
дакція не завжди поділяє їхні погляди. Листування ведеться на сто-  
рінках журналу. Рукописи не повертаються. У разі використання  
матеріалів посилає на журнал е-обов'язковим.

Усі права захищені. Жодна частина елементів  
дизайну, композиційний підхід цього видання не  
можуть бути копіювані чи відтворені у  
будь-якій формі і будь-якими засобами — як  
повністю, так і частково. Зокрема,  
забороняється копіювання, записи комп'ютер-  
ні та інші — без письмового дозволу видавця.

© «Педагогічна преса», 2006  
© «Математика в школі», 2006

## МАТЕМАТИЧНІ ОЛІМПІАДИ

Валентин ЛЕЙФУРА, Ольга ЛИТВИНЕНКО, Ігор МІТЕЛЬМАН,  
Вадим РАДЧЕНКО, Олексій ТЕПЛІНСЬКИЙ, Вячеслав ЯСІНСЬКИЙ

Відбірково-тренувальні збори з формування команди України  
на Міжнародну математичну олімпіаду 2006 року \_\_\_\_\_ 2

## ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

Тарас ВІЙЧУК, Роман ПАЗЮК

Використання нових інформаційних технологій  
для формування статистичних уявлень учнів \_\_\_\_\_ 7

## МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

Сергій СЕМЕНЕЦЬ

Навчальне моделювання методів доведення  
в шкільному курсі математики \_\_\_\_\_ 12

Тамара ГАВРИЛЬЧЕНКО

Реалізація актуальних завдань  
особистісно орієнтованого навчання у 5 класі  
(вісім уроків з теми «Десяткові дроб») \_\_\_\_\_ 16

Олексій ДЕМ'ЯНЕНКО

Вивчення модуля числа в 6—9 класах \_\_\_\_\_ 24

Юрій СМОРЖЕВСЬКИЙ

Диференційоване формування в учнів  
прийому введення допоміжних побудов  
на уроках стереометрії \_\_\_\_\_ 29

Марк ВАЙНТРАУБ, Михайло КАГАН, Леонід КАГАН

Застосування похідної  
при розв'язуванні задач шкільного курсу \_\_\_\_\_ 33

Сергій БОРИСКО

Зв'язок шкільної математики з астрономією \_\_\_\_\_ 37

## ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ

Тамара КОЛЕСНИК, Олександр БІРЮК

Дидактичні матеріали для 10 класу  
з поглибленим вивченням математики \_\_\_\_\_ 39

Тетяна ГРИШИНА

Фахова культура уроку в профільному навчанні \_\_\_\_\_ 43

Тетяна КРАМАРЕНКО

Активізація розумової діяльності школярів  
через розв'язування практичних задач на екстремум \_\_\_\_\_ 48

## МАТЕМАТИЧНІ КОНГРЕСИ

Микола ШМИГЕВСЬКИЙ

Міжнародний математичний конгрес 2006 року \_\_\_\_\_ 53

## НАШІ АВТОРИ

\_\_\_\_\_ 56

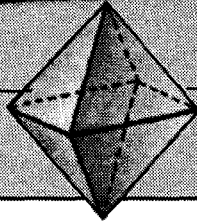
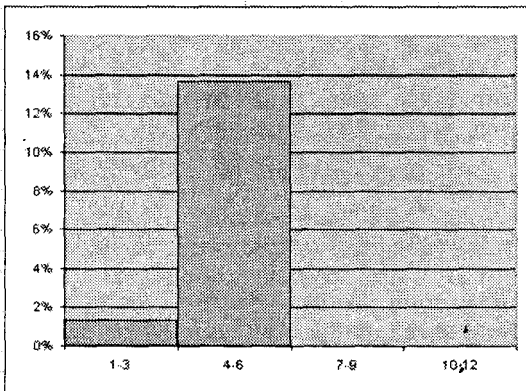


табл.7

Рівень успішності	1-3	4-6	7-9	10-12
К-ть учнів (m <sub>i</sub> )	4	41		
$\frac{m_i}{n \times h}$	1,33%	13,67%	0,00%	0,00%

n = 100      h = 3



Мал. 7

використана гістограма, розв'язуються простіше за допомогою інших статистичних графіків. Але, маючи всі властивості стовпчикових діаграм, гістограма вирізняється й особливими функціями. При збільшенні кількості результатів спостережень і зменшенні ширини інтервалів сходинки гістограми (якщо не враховувати флуктуації) будуть згладжуватися і наближатися до деякої фігури, обмеженої плавною кривою. Якщо часто будувати гістограми для різних неперервних розподілів, можна побачити, що кожному з них

відповідає деяка, характерна тільки для нього, теоретична крива. Ця крива є прообразом графіка щільності розподілу імовірностей неперервної випадкової величини, властивості якої розглядатимуться при вивченні теорії імовірності. Розуміння цього є важливим кроком на шляху усвідомлення взаємозв'язку між статистичними і динамічними закономірностями. Відмінність між цими двома закономірностями полягає в тому, що останні дуже часто є «границею» для статистичних закономірностей.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: Посіб. для вчителів. — К.: Техніка, 1997. — 303 с.
2. Програма GRAN1 для вивчення математики в школі й вузі / Уклад.: М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко. — К.: КДПІ, 1992.
3. Нуракова Л. С. Модульная структура компьютерной поддержки обучения математике в школе: Дис. канд. пед. наук / Рос. гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена. — Спб., 1993.
4. Дровозюк В. В. Використання ЕОМ при вивченні елементів теорії границь числових послідовностей в курсі алгебри і початків аналізу 10-го класу шкіл фізико-математичного профілю: Метод. рекомендації. — К.: КДПІ, 1992.
5. Пеньков А. В. Использование новых информационных технологий при преподавании математики в старших классах средней школы / Дис. канд. пед. наук. 13.00.02 / КДПІ ім. М. П. Драгоманова. — К., 1972. — 171 с.
6. Розов Н. Х., Савин А. П. Лабораторные работы по геометрии? Да! // Математика в школе. — 1994. — № 6. — с. 47–52.
7. Хмура О. О. Урок з математики в середній школі. — К.: Рад. шк. — 1965. — 259 с.
8. Задорожня Т., Красюк Ю. Можливості використання нових інформаційних технологій навчання при розв'язуванні стохастичних задач // Матем. в шк. — 2004. — № 6. — С. 14–17.

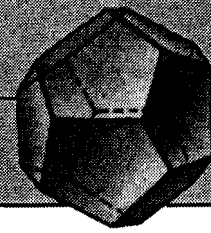
#### МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

Сергій СЕМЕНЕЦЬ

## Навчальне моделювання методів доведення в шкільному курсі математики

Однією з актуальних проблем усієї системи математичної освіти є створення цілісної концепції розвивального навчання, реалізація розвивальної функції навчання математики, формування на цій основі учня чи студента як суб'єктів навчальної (навчально-професійної) діяльності з теоретичним типом мислення. Окремі важливі аспекти цієї проблеми досліджуються в роботах математиків і методистів: А. К. Артемова, Г. П. Бевза, М. І. Бурди, Г. В. Дорофєєва, О. С. Дубинчук, М. Я. Ігнатенка, Ю. М. Колягіна, В. М. Осинської, Д. Пойа, О. І. Скафи, З. І. Слєпкань, А. А. Столяра, Н. А. Тарасенкової, І. Ф. Шаригіна, В. О. Швеця, М. І. Шкіля та інших. Аналіз методологічних засад системи розвивальної освіти дав змогу зробити **висновок** про

те, що для розв'язування визначеної загальної проблеми необхідною є організація навчально-виховного процесу відповідно до загальнонаукових теоретичних методів відображення дійсності і мислення (історичний та логічний, сходження від абстрактного до конкретного, аксіоматичний, моделювання, системний, структурний) на основі діяльнісного, системного, комплексного та особистісно орієнтованого підходів до процесу навчальної (навчально-професійної) діяльності в умовах гуманізації, гуманітаризації та демократизації освіти. **Метою** цієї статті є розкриття змісту навчального моделювання методів доведення в курсі елементарної математики як одного із важливих засобів формування та розвитку навчальної діяльності школярів.



Під моделюванням розуміють метод наукового дослідження об'єктів пізнання, який ґрунтується на застосуванні моделі як засобу дослідження. Моделювання реалізується способом заміщення досліджуваного об'єкта іншим, спеціально для цього створеним, так, що відображуючи і досліджуючи новий об'єкт (модель), одержується інформація про сам об'єкт пізнання [1, 310]. Жоден матеріальний об'єкт (система об'єктів), реально існуючі зв'язки та відношення об'єктивної реальності не є предметом вивчення математиків, науковців-теоретиків. Зміст їхньої діяльності може бути визначений як побудова, дослідження та реалізація на практиці математичних моделей. Відомий дослідник методологічних основ математики К. О. Рибников зауважує: «За своєю теоретичною сутністю математика може розглядатись як наука про спеціальні класи моделей» [2, 79]. Переважна більшість математичних моделей має аксіоматичну основу, а саме визначення математичної моделі є формальним, включає відношення рефлексивності, симетричності, транзитивності (еквівалентності) та поняття ізоморфізму. На необхідності побудови моделей у навчальному процесі наголошував основоположник теорії розвивального навчання В. В. Давидов: «Узагалі там, де змістом навчання є зовнішні властивості речей, принцип наочності себе виправдовує. Але там, де змістом навчання стають зв'язки і відношення предметів, — там наочність не є достатньою. Тут, на наш погляд, вступає в силу принцип моделювання» [3, 385].

У шкільному (як і вузівському) навчально-виховному процесі моделювання розглядається як

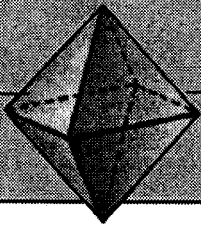
спосіб пізнання, який найширше реалізується у формі математичного та навчального моделювання. Навчальне моделювання поділяють на два види: моделювання об'єктів вивчення та моделювання дій і операцій з метою вивчення цих об'єктів [4]. Моделювання методів доведення в курсі елементарної математики відображає оперативну складову навчальної діяльності школярів у процесі розв'язування відповідного типу задач. Названі моделі містять систему алгоритмічних приписів, навчальних дій, які виконуються в процесі розв'язування навчальних задач. Навчальною задачею називатимемо таку задачу, результатом розв'язування якої є створення способу (методу) розв'язування цілого класу задач (В. В. Давидов). Аналіз навчально-методичної літератури та шкільна практика свідчать, що в системі середньої математичної освіти використовують усього дванадцять методів доведення. Зокрема, у підручнику З. І. Слєпкань «Методика навчання математики» наводяться правила-орієнтири (евристичні схеми) аналітичного, синтетичного, аналітико-синтетичного методів, методу доведення від супротивного, векторного, координатного методів, методу математичної індукції, які визначають орієнтовну основу навчальної діяльності школярів [5].

Побудуємо навчальні моделі всіх методів доведення, урахувавши, що твердження, яке доводиться, має логічну схему:  $A \Rightarrow B$  (див. табл.).

Наведемо приклад моделі колективної діяльності школярів у процесі розв'язування навчальної задачі, пов'язаної з побудовою моделі методу інтегрального числення. За базову задачу може

Таблиця

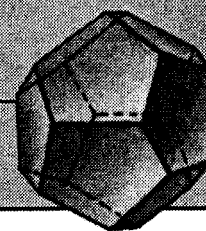
№ п/п	Метод доведення	Логічна схема (навчальна модель) методу	Логічна (теоретична) основа методу
1	Аналітичний	$B \Leftarrow A_1 \Leftarrow A_2 \Leftarrow \dots \Leftarrow A_n \Leftarrow A$ , $A_1, A_2, \dots, A_n$ — достатні умови для виконання висновку $B$	Аксіома логіки (закон імплікації): з правильного твердження випливає правильний висновок
2	Синтетичний	$A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow B$ , $A_1, A_2, \dots, A_n$ — необхідні умови для виконання умови $A$	
3	Аналітико-синтетичний	$\begin{cases} B \Leftarrow B_1 \Leftarrow B_2 \Leftarrow \dots \Leftarrow B_n \Leftarrow I, \\ A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n \Rightarrow I \end{cases}$ $B_1, B_2, \dots, B_n, I$ — достатні умови для виконання висновку $B$ . $A_1, A_2, \dots, A_n, I$ — необхідні умови для виконання умови $A$	
4	Від супротивного	$\overline{B} \Rightarrow B_1 \Rightarrow B_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow B_n \Rightarrow X$ , $B_1, B_2, \dots, B_n, X$ — необхідні умови для твердження $\overline{B}$ , $X$ — хибне твердження (протиріччя)	$\overline{A \Rightarrow B} \Leftrightarrow A \wedge \overline{B}$ . Закон виключення третього: із двох суперечливих тверджень одне правильне, а інше — хибне
5	Повної індукції	Твердження $T_1 \wedge T_2 \wedge \dots \wedge T_n$ істинне, якщо всі твердження $T_1, T_2, \dots, T_n$ — істинні	Закон кон'юнкції: твердження $T_1 \wedge T_2 \wedge \dots \wedge T_n$ — істинне тоді і тільки тоді, коли всі $T_1, T_2, \dots, T_n$ істинні



# МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК

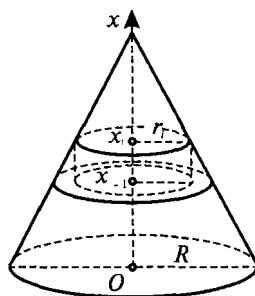
Продовження таблиці

№ п/п	Метод доведення	Логічна схема (навчальна модель) методу	Логічна (теоретична) основа методу
6	Математичної індукції	Твердження $A(n)$ ( $n = n_0$ ), $n \in N$ істинне, якщо: 1. $A(1)$ або $A(n_0)$ — істинне твердження. 2. Із припущення, що твердження $A(k)$ ( $k = n_0$ ) істинне, випливає, що твердження $A(k + 1)$ теж істинне	Четверта аксіома Пеано аксіоматичної теорії натуральних чисел
7	Геометричних перетворень	$F(A) \rightarrow T_1 \rightarrow T_2 \rightarrow \dots \rightarrow T_n \rightarrow I_1 \rightarrow I_2 \rightarrow \dots \rightarrow I_m \Rightarrow B$ , де $F$ — перетворення руху (центральної, осьової симетрії, паралельного перенесення, повороту); подібності (гомотетії); $T_1, T_2, \dots, T_n$ — властивості перетворень, теореми; $I_1, I_2, \dots, I_m$ — аксіоми, означення	Аксіоматичний метод побудови геометрії, властивості геометричних перетворень
8	Векторний	1. Формулювання твердження $A \Rightarrow B$ мовою векторів. 2. Уведення двох неколінеарних (у просторі — трьох некопланарних) векторів. 3. Розклад «необхідних» векторів (відповідно до умови задачі) через введені. Використання властивостей операцій над векторами, скалярного добутку, колінеарних, компланарних, рівних векторів. 4. Перевірка правильності твердження на мові векторів	Метод моделей (координатно-векторних або декартових), векторна алгебра
9	Координатний	1. Уведення системи координат. 2. Формулювання умови та висновку твердження $A \Rightarrow B$ мовою координат. 3. Одержання відношення із уведеними координатами відповідно до умови та висновку твердження $A \Rightarrow B$ . 4. Перевірка правильності твердження на мові координат	Метод моделей (декартових), аналітична геометрія
10	Границь	1. Розбиття заданої у твердженні $A \Rightarrow B$ величини на елементарні (прирости). 2. Оцінка обчислювальної величини (доведення її обмеженості: знаходження точної верхньої і точної нижньої межі), дослідження її на монотонність. 3. Доведення існування границі. 4. Знаходження границі (якщо вона існує) за умови, що відповідні прирости прямують до нуля (число розбиттів до нескінченності)	Теорія границь курсу математичного аналізу: властивості границь, існування границі неспадної (незростаючої) обмеженої числової послідовності, проміжної послідовності, означення границі за Коші
11	Диференціальне числення	1. Знаходження функції, швидкість зміни якої характеризує шукану величину (якщо така функція не є заданою). 2. Обчислення похідної функції, знаходження точок, де похідна не існує та дорівнює нулю. 3. Дослідження властивостей функції за допомогою похідної (знаходження точок екстремуму, проміжків зростання та спадання)	Диференціальне числення функцій однієї змінної
12	Інтегрального числення	1. Перевірка того, що шукана величина може бути інтерпретована функцією, що задовольняє функціональне рівняння $f(x + y) = f(x) + f(y)$ (площа, об'єм, робота, енергія, маса, шлях та ін.). 2. Розбиття шуканої величини на $n$ величин, які при досить великому $n$ можна вважати елементарними та можуть бути обчислені за відомими формулами. 3. Наближене обчислення шуканої величини як суми елементарних величин. Виділення інтегральної суми. 4. Визначення інтегрованої функції та меж інтегрування. 5. Знаходження шуканої величини як границі відповідної інтегральної суми (обчислення визначеного інтеграла)	Метод математичного моделювання. Інтегральне числення функцій однієї змінної



бути обрана прикладна задача з фізичним змістом.

**Задача.** Яку мінімальну роботу для подолання сили тяжіння треба виконати, щоб насипати купу піску, що має форму конуса висотою  $H$ , радіус основи якого  $R$ ? Густина піску дорівнює  $\rho$ , і його піднімають з площини основи конуса (див. мал.).



Організувати колективний пошук способу розв'язування цієї задачі методом евристичної бесіди можна так.

**Учитель.** Пригадайте з курсу фізики, чому дорівнює робота, яку необхідно виконати для піднімання тіла масою  $m$  з поверхні землі на висоту  $h$ ?

**Учень.** Ця робота дорівнює потенціальній енергії тіла, піднятого на висоту  $h$ :  $A = E_n = m \cdot g \cdot h$ .

**Учитель.** Чому дорівнює мінімальна робота, яку необхідно виконати для подолання сили тяжіння, для того щоб насипати купу піску?

**Учень.** Витрачена на подолання сили тяжіння робота дорівнює потенціальній енергії піску.

**Учитель.** Отже, розв'язування задачі зводиться до знаходження потенціальної енергії купи піску. Чи можна це зробити на основі знань з фізики? Чому?

**Учень.** Не можна. Оскільки формула для обчислення потенціальної енергії тіла  $E = m \cdot g \cdot h$  справедлива за умови, якщо його можна вважати точковим.

**Учитель.** Як знайти потенціальну енергію піску, знаючи потенціальну енергію кожної піщинки?

**Учень.** Сума потенціальних енергій кожної піщинки є потенціальною енергією купи піску.

**Учитель.** Чи є в купі піску такі піщинки, які мають однакову потенціальну енергію за умови, що пісок однорідний?

**Учень.** Так. Це всі піщинки, що належать деякому кругу, утвореному перерізом конуса площиною, яка паралельна основі.

**Учитель.** Що доцільно зробити з купою піску, для того щоб знайти її потенціальну енергію?

**Учень.** Розбити її площинами, паралельними основі на шарі піску, які мають однакову потенціальну енергію.

**Учитель.** Нехай утворено  $n$  таких шарів, товщина яких однаково дорівнює  $\Delta x$ . Чому дорівнює потенціальна енергія  $i$ -го шару?

**Учень.**  $E_i = m_i \cdot g \cdot x_i$ .

**Учитель.** Знайдіть масу  $i$ -го шару, знаючи, що густина піску  $\rho$ .

**Учень.**  $m_i = \rho \cdot V_i$ . За відомою формулою фізики.

**Учитель.** Який об'єм  $i$ -го шару, коли  $x_i - x_{i-1} =$

$= \Delta x$  досить мале, тобто  $n$  — досить велике?

**Учень.**  $V_i = S(x_i) \cdot \Delta x$ . Об'єм  $i$ -го шару наближатиметься до об'єму циліндра.

**Учитель.** Знайдіть  $S(x_i)$ , знаючи висоту купи піску  $H$ , її радіус основи  $R$ .

**Учень.**  $S(x_i) = \pi \cdot r_i^2$  ( $r_i$  — радіус  $i$ -го шару). Але

$\frac{r_i}{R} = \frac{H-x_i}{H}$  (з подібності прямокутних трикутників), звідки  $r_i = \frac{H-x_i}{H} \cdot R$ . Тому  $S(x_i) = \frac{\pi \cdot R^2}{H^2} \times$

$\times (H-x_i)^2$ .

**Учитель.** Знайдіть потенціальну енергію  $i$ -го шару?

**Учень.**  $E_i = m_i \cdot g \cdot x_i = \rho \cdot V_i \cdot g \cdot x_i = \rho \cdot g \cdot S(x_i) \times$

$\times x_i \cdot \Delta x = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 (H-x_i)^2 x_i \Delta x}{H^2}$ .

**Учитель.** Чому приблизно дорівнює потенціальна енергія всієї купи піску?

**Учень.** Сумі потенціальних енергій  $n$  шарів піску:

$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2}{H^2} \cdot ((H-x_1)^2 x_1 \Delta x +$

$+ (H-x_2)^2 x_2 \Delta x + \dots + (H-x_n)^2 x_n \Delta x)$ .

**Учитель.** Як знайти потенціальну енергію купи піску?

**Учень.** Обчислити границю:  $E = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2}{H^2} \times$

$\times ((H-x_1)^2 x_1 \Delta x + (H-x_2)^2 x_2 \Delta x + \dots + (H-x_n)^2 x_n \Delta x) =$

$= \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2}{H^2} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((H-x_1)^2 x_1 \Delta x + (H-x_2)^2 x_2 \Delta x + \dots +$

$+ (H-x_n)^2 x_n \Delta x)$ .

**Учитель.** Розгляньте функцію  $f(x) = (H-x)^2 \cdot x$ . Що тоді записано під знаком границі в дужках?

**Учень.** Інтегральна сума цієї функції, границя якої за означенням є інтегралом. Отже,

$E = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2}{H^2} \cdot \int_0^H (H-x)^2 \cdot x dx$ .

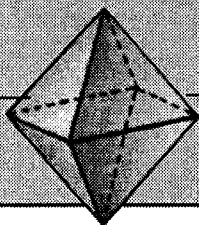
**Учитель.** Обчисліть одержаний інтеграл, використовуючи формулу Ньютона—Лейбніца, і дайте остаточну відповідь на запитання, поставлене в умові задачі.

**Учень.**

$\int_0^H (H-x)^2 \cdot x dx = \int_0^H (H^2 x - 2Hx^2 + x^3) dx =$

$= \left( \frac{H^2 x^2}{2} - \frac{2Hx^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^H$

$= \frac{H^4}{2} - \frac{2}{3} \cdot H^4 + \frac{1}{4} H^4 = \frac{1}{12} \cdot H^4$ .



$$\text{Отже, } A = E = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2}{H^2} \cdot \frac{H^4}{12} = \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot H^2}{12}.$$

**Учитель.** Проаналізуємо хід розв'язання задачі. Виділимо ті етапи, які виявились суттєвими під час її розв'язання.

1. З'ясування фізичної сутності задачі.
2. Усвідомлення того, що розв'язати задачу, базуючись лише на знання з фізики, не можна.
3. Обґрунтування того, що для обчислення шуканої фізичної величини доцільне і можливе розбиття її на  $n$  величин, які при досить великому  $n$  можна вважати незмінними.
4. Наближене обчислення шуканої фізичної величини через інтегральну суму.
5. Знаходження шуканої фізичної величини як границі інтегральної суми, тобто як визначеного інтеграла.

Результатом такого колективного змістового аналізу має стати побудована вище модель методу інтегрального числення (формування відповідних змістових абстракцій та узагальнень). Це надасть змогу школярам планувати навчальні дії в процесі розв'язування інших задач такого ж типу, реалізовувати в індивідуальній навчальній діяльності загальнонауковий метод пізнання і мислення — сходження від абстрактного (загального) до конкретного. Таким чином, організова-

ний навчальний процес розвиває теоретичне мислення, створює умови для формування учнів як суб'єктів навчальної діяльності, а отже, є прикладом реалізації на практиці системи розвивального навчання.

У рамках концепції розвивальної освіти проведення досліджень потребують способи здійснення рефлексії навчальної діяльності школярів у процесі навчання методами доведення та розв'язування задач.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Методика навчання і наукових досліджень у вищій школі: Навчальний посібник / С. У. Гончаренко, П. М. Олійник, В. К. Федорченко та ін. / За ред. С. У. Гончаренка, П. М. Олійника. — К.: Вища шк., 2003.
2. Рыбников К. А. Введение в методологию математики. — М.: МГУ, 1979.
3. Давыдов В. В. Виды обобщения в обучении. — М.: Педагогика, 1972.
4. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физ.-мат. специальностей пединститутів / Е. И. Ляшенко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко и др. / Под ред. Е. И. Ляшенко. — М.: Просвещение, 1988.
5. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів. — К.: Зодіак-ЕКО, 2000.

Тамара ГАВРИЛЬЧЕНКО

## Реалізація актуальних завдань особистісно орієнтованого навчання у 5 класі (вісім уроків з теми «Десяткові дробі»)\*

### Розвиток особистісно орієнтованого навчання на уроках математики

Стратегічною метою сучасної школи є життя і соціальна компетентність учнів, що передбачає розвиток і саморозвиток школярів на основі повного використання внутрішнього потенціалу особистості.

Забезпечувати розвиток особистості у процесі навчання математики важче, ніж вчити розв'язувати задачі, доводити математичні твердження. Але завданням особистісно орієнтованої освіти є включення до змісту освіти не тільки предметного змісту, що задається освітніми стандартами, а й особистісних компонентів.

Особистісно орієнтована освіта полягає не у формуванні особистості із заданими властивос-

тями, а у створенні умов для вивчення і розвитку особистісних функцій. Важливо, щоб цілі навчання предмета чи теми були не лише сформульовані вчителем, а й сприйняті учнями. Особливого значення набувають задачі, які розв'язуються математичними методами, але перебувають за межами математики, тобто задачі, які виникають у життєвій практиці в різних галузях науки або виробництва. Тому змістом математичної освіти є цілісне орієнтування учнів у світі з позиції інтересів людини, вміння використовувати математичні знання для стосунків учня з іншими людьми, з технікою, природою і всім навколишнім світом.

В умовах особистісно орієнтованої математичної освіти вчителям потрібно поєднувати різні типи навчання: індивідуального і колективного, діалогового і контекстного, створювати всі умови для творчої діяльності, застосовувати активні

\* За підручником «Математика» авторів Г. П. Бевз, В. Г. Бевз.