



ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА» —  
ЦЕ ЖУРНАЛИ НОВОГО ПОКОЛІННЯ

# Математика в школі



**2'2005**

ІНДЕКС 74326

ВСТУПНІ ІСПИТИ ДО  
КНУ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ПРИКЛАДНА  
СПРЯМОВАНІСТЬ ЗМІСТУ  
ТЕМИ «ПІРАМІДА»

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ПРИ  
ПОГЛИБЛЕНОМУ ВИВЧЕННІ

СТОРІНКИ ІСТОРІЇ



# МАТЕМАТИКА в школі

НАУКОВО-  
МЕТОДИЧНИЙ  
ЖУРНАЛ

2/2005

**ЗАСНОВНИКИ:**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ,  
АКАДЕМІЯ ПЕДАГОГІЧНИХ НАУК УКРАЇНИ,  
ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

*Заснований у 1997 році  
Виходить десять разів на рік*

Свідчення про державну реєстрацію  
серія КВ № 2760 від 21.08.1997 р.  
Передплатний індекс 74326

№ 2(48) 2005

БЕРЕЗЕНЬ

Схвалено вченою радою Інституту  
педагогіки АПН України  
(протокол від 21.02.2005 р. № 2)

**Головний редактор**

Тамара ХМАРА

**Заступник головного редактора**

Валентина БЕВЗ

**Редакційна колегія:**

Михайло БУРДА, Григорій БЕВЗ,  
Ніна ВІРЧЕНКО, Мирослав ЖАЛДАК,  
Микола ІГНАТЕНКО,  
Григорій ЛИТВИНЕНКО,  
Юрій МАЛЬОВАННИЙ,  
Вілен МИХАЙЛОВСЬКИЙ,  
Микола ПЕРЕСТЮК, Василь ПЕТЕЧУК,  
Наталія ПРОКОПЕНКО,  
Зінаїда СЛІПКАНЬ, Василь ТАДЕЄВ,  
Ярослав ХОЛЯВКА, Василь ШВЕЦЬ,  
Микола ШКІЛЬ, Никифір ШУНДА,  
Василь ЯСІНСЬКИЙ

Над номером працювали: Олена ПОПОВИЧ

(старший науковий редактор,  
відповідальна за випуск)

Володимир ЛИТВИНЕНКО (художник-дизайнер)

Лариса АЛЕНІНА (технічний редактор)

Марина КОЛМАГОРОВА (комп'ютерний набір)

Ірина КОСОНОЦЬКА, Ольга ДІРЕНКО (коректори)

ВИДАВНИЦТВО «ПЕДАГОГІЧНА ПРЕСА»

Директор видавництва

Юрій КУЗНЕЦОВ, тел. 234-41-87

Головний редактор видавництва

Олег КОСТЕНКО, тел. 246-71-45

Заступник головного редактора

Василь СМОЛЯНЕЦЬ, тел. 227-00-92

Заступник директора з виробництва

Валентина МАКСИМОВСЬКА, тел. 246-71-45

Головний художник

Володимир ЛИТВИНЕНКО, тел. 246-70-83

Завідувач відділу реалізації, збуту та реклами

Роман КОСТЕНКО, тел. 235-50-53

Адреса видавництва та редакції:

01004, Київ-4, вул. Басейна, 1/2

журнал «Математика в школі», тел. 234-23-20

Видруковано СМП «АВЕРС».

04214, Київ, пр. Оболонський, 36

Свідчення про державну реєстрацію

серія ДК № 586 від 05.09.2001 р.

Задано до набору 26.01.2005. Підписано до друку  
04.03.2005. Формат 60x84 $\frac{1}{2}$ . Папір офсет. Друк офсет.  
Умов. друк. арк. 6,51. Обл.-вид. арк. 7,2.  
Наклад 3065 пр. Зам. 05-025.

За достовірність фактів, дат, назв тощо відповідають автори. Редакція не завжди поділяє їхні погляди. Листування ведеться на сторінках журналу. Рукописи не повертаються. У разі використання матеріалів посилання на журнал є обов'язковим.

Усі права захищені. Жодна частина, елемент, ідея, композиційний підхід цього видання не можуть бути копіюваними чи відтвореними у будь-якій формі і будь-якими засобами — як електронними, так і фотомеханічними, зокрема через сканування, записи комп'ютерне архівування — без письмового дозволу видавця.

**НОВІ ТЕХНОЛОГІЇ**

Наталія ВАРУЩИК, Сергій ВОЙТЕНКО

Використання СІТ на уроках геометрії \_\_\_\_\_ 2

**МЕТОДИКА, ДОСВІД, ПОШУК**

Ніна ТАРАСЕНКОВА, Ірина АКУЛЕНКО

Оцінювання навчальних досягнень студентів при вивченні  
дисципліни «Методика навчання математики» \_\_\_\_\_ 5

Алла ПРУС

Піраміди в контексті прикладної спрямованості  
шкільного курсу стереометрії \_\_\_\_\_ 11

Іван ЛЕНЧУК

Дві реалізації метричної задачі стереометрії \_\_\_\_\_ 15

Марк ВАЙНТРАУБ, Михайло КАГАН, Леонід КАГАН

Застосування інтегрального обчислення  
в задачах шкільного курсу \_\_\_\_\_ 20

Галина ДЯЧЕНКО

Математична індукція \_\_\_\_\_ 22

Анатолій ХАЗІН

Здійснення міжпредметних зв'язків між алгеброю  
та геометрією \_\_\_\_\_ 25**ВСТУПНІ ІСПИТИ**

Ігор ПАРАСЮК, Володимир ПЛАХОТНИК

Про вступні іспити на механіко-математичний факультет  
Київського національного університету імені Тараса Шевченка  
у 2004 р. \_\_\_\_\_ 29**ПРОФІЛЬНЕ НАВЧАННЯ**

Микола БІЛОЦЬКИЙ

Міжтемні зв'язки як засіб внутрішньопредметних зв'язків \_\_\_\_\_ 35

Олена ТРУНОВА

Про вивчення початків теорії ймовірностей  
та елементів статистики в ліцеях і класах  
з поглибленим вивченням математики \_\_\_\_\_ 40**КЕРІВНИКАМ МАТЕМАТИЧНИХ ГУРТКІВ**

Іван КОНЕТ, Володимир МОЙКО

Прямі  $(n, m, k)$  в геометрії трикутника \_\_\_\_\_ 48

Григорій ФІЛІППОВСЬКИЙ

Лема про трапецію розв'язує задачу \_\_\_\_\_ 50

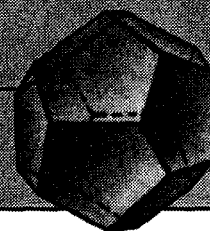
**СТОРІНКИ ІСТОРІЇ**

Микола ШМИГЕВСЬКИЙ

Проблеми математики \_\_\_\_\_ 52

НАШІ АВТОРИ \_\_\_\_\_ 56





Закінчення табл. 6

Національна шкала оцінювання (4-бальна)	Оцінка за шкалою ECTS (7-бальна)	Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів з курсу «Методика навчання математики»
Задовільно (3)	E	Студент володіє понятійним і фактичним апаратом ШКМ на підвищеному рівні, може відтворити особливості реалізації основних змістових ліній ШКМ, частково усвідомлює зміст прийомів, які застосовує вчитель з метою прийняття учнями цілей навчання математики, може відтворити перелік методів, засобів та організаційних форм навчання математики і методів математики, які вивчаються в ШКМ. Має уявлення про специфіку навчальних, математичних та методичних задач. Виконання методичних дій при розв'язуванні методичних задач частково усвідомлюється, здійснюється частково правильно
Незадовільно (2)	Fx	Студент володіє понятійним і фактичним апаратом ШКМ на елементарному рівні, має уявлення про логічну будову ШКМ, його змістові лінії, про цілі, методи і прийоми, організаційні форми і засоби

Національна шкала оцінювання (4-бальна)	Оцінка за шкалою ECTS (7-бальна)	Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів з курсу «Методика навчання математики»
Незадовільно (2)	Fx	навчання математики в ЗОШ, має інтуїтивні уявлення про прийоми прийняття учнями цілей навчання математики, специфіку методів математики і методів навчання математики, може їх розрізняти. Виконання окремих методичних дій відбувається не усвідомлено, однак переважно правильно, навчально-пізнавальна активність мотивується ситуативно-прагматичним інтересом
Незадовільно (2)	F	Студент володіє понятійним і фактичним апаратом ШКМ на елементарному рівні, має уявлення про логічну будову ШКМ, його змістові лінії, про цілі, методи і прийоми, організаційні форми і засоби навчання математики в ЗОШ. Виконання окремих методичних дій відбувається неусвідомлено, у більшості випадків неправильно, навчально-пізнавальна активність проявляється лише у ситуаціях зовнішнього примусу

Алла ПРУС

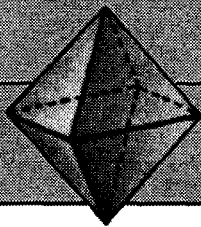
## Піраміда в контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії

Звернення до особистості дитини, її інтересів та потреб є наразі головним піклуванням суспільства. Тому провідну мету навчання математики ми вбачаємо в тому, щоб зробити навчання та його результат корисними для учня в його нинішньому та майбутньому. Тобто йдеться про реалізацію прикладної спрямованості шкільного курсу математики. Про важливість цього свідчать численні науково-методичні публікації. Це праці А. Адигозалова, Г. Бєвза, І. Бєбєвє, С. Варданяна, Г. Глейзера, Б. Гнеденка, А. Колмогорова, Ю. Колягіна, А. Файзуллаєва, А. Фетисова, В. Фірсова та ін. Незважаючи на ґрунтовний характер перелічених праць та ко-

рисні методичні розробки щодо прикладної спрямованості, нові суспільні умови та, відповідно, нові завдання освітньої галузі «Математика» [1] потребують корекції існуючих шляхів розв'язування зазначеної проблеми шкільного курсу математики. Особливо це стосується стереометрії.

Отже, завданнями даної статті є: 1) сформулювати загальну концепцію реалізації прикладної спрямованості систематичного курсу стереометрії у школі; 2) запропонувати втілення цієї моделі на прикладі вивчення піраміди.

Під поняттям **прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії** ми розумітимемо



орієнтацію цілей, змісту та засобів навчання стереометрії в напрямі здобуття учнями у процесі математичного моделювання знань, умінь і навичок, які використовуватимуться ними в різних сферах життя.

Виходячи з означення, ми вважаємо, що важливою складовою вирішення питання реалізації прикладної спрямованості є вивчення стереометричного матеріалу в процесі математичного моделювання. Для досягнення вказаної мети використаємо для стереометрії системно-структурний підхід, запропонований З. Хаметовою [2]. Шкільний курс стереометрії умовно розб'ємо на учбово-математичні теорії. Окрема учбово-математична теорія (надалі УМТ) — це дидактично оброблений модуль матеріалу, який забезпечує розв'язування певного кола задач і має властивості наукової математичної теорії (є зв'язним, відносно завершеним, автономним і самодостатнім щодо інформації, яка в ньому міститься). Кожну УМТ необхідно об'єднує математична модель або моделі (поняття або їх сукупність). Ми виділили в шкільному курсі стереометрії такі УМТ.

1. Базова. 2. Перетворення у просторі. 3. Декартові координати і вектори у просторі. 4. Геометричні тіла. 5. Призма. 6. Піраміда. 7. Циліндр. 8. Конус. 9. Куля.

У кожній УМТ доцільно вирізнити пізнавальні ступені, що фактично відповідають етапам математичного способу пізнання дійсності.

На прикладі УМТ «Піраміда» це виглядає таким чином.

Пізнавальний ступінь	Зміст
Емпірична основа (ЕО)	Історія та піраміди. Єгипетські піраміди. Таємниці, пов'язані з пірамідами. Доцільність та естетика пірамідальних форм. Пірамідальні форми в техніці, побуті та будівництві
Створення математичної моделі (СММ)	Поняття про піраміду. Види пірамід. Поняття про зрізану піраміду. Поняття про основу піраміди, вершину, бічні ребра та висоту
Результати дослідження математичної моделі (РДММ)	Зображення піраміди на площині. Площа поверхні. Перерізи піраміди. Поняття діагонального перерізу піраміди. Об'єм піраміди. Об'єм зрізаної піраміди. Розв'язування суто стереометричних задач
Прикладання математичної моделі (ПММ)	Прикладні задачі

Вивчення даної УМТ, згідно з чинною програмою, розраховане на два часові інтервали по 1 год, що поділяють її на два блоки. Проте цей поділ не порушує структури та послідовності вивчення УМТ. Важливо, що в реальному про-

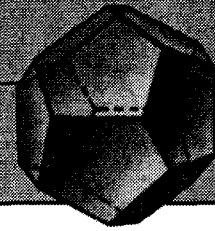
цесі відбувається змішування матеріалів окремих пізнавальних ступенів, і вивчення однієї УМТ може бути розтягнуто в часі.

Обсяг та зміст матеріалу для *другого та третього* ступенів цілком визначаються відповідно до *профільної* диференціації програмою та чинними підручниками. *Рівневу* диференціацію може здійснити вчитель, якщо доповнить відповідні ступені УМТ стереометричним матеріалом або задачами (у тому числі й прикладними), які необхідно опрацювати кожному учневі.

**Звертаємо увагу на змістове наповнення першого та четвертого ступенів. До матеріалів першого ступеня (емпірична основа) пропонуємо такий матеріал.** Його можна подавати як у формі монорозповіді вчителя, так і у формі бесіди з учнями. У разі бесіди доцільно поданий матеріал розмежовувати запитаннями типу: «Вам з дев'ятого класу знайоме поняття «піраміда». Що означає цей термін?»; «З чим асоціюється у вас піраміда?»; «Як часто спостерігаємо тіла пірамідальної форми у навколишньому світі, наприклад природі, побуті, архітектурі? Чим це зумовлено?». Використання матеріалів емпіричної основи матиме мотивацію вивчення всього наступного матеріалу, який міститься в чинних підручниках і найчастіше не виходить за межі математичної моделі.

За свідченням деяких дослідників, слово «піраміда» походить від єгипетського «перемус» — діагональ основи. Форму правильних чотирикутних пірамід мають легендарні єгипетські піраміди, які видатний французький архітектор Ле Корбюзьє назвав «німим трактатом з геометрії». З Єгипту, можливо, походить і сам термін «піраміда». За однією з гіпотез, відповідне грецьке слово «пурамис» утворилося від давньоєгипетського «перо», що означало «великий будинок» — саме так називали єгиптяни усипальниці своїх фараонів. Інша гіпотеза виникла за середніх віків. Середньовічні вчені, услід за Платоном, пов'язували з пірамідою форму найактивнішої стихії — вогню. Вони вважали, що термін «пурамис» утворився від грецького слова «пор», тобто «вогню». У деяких середньовічних підручниках піраміду навіть називали «вогненним тілом» (за матеріалами підручника [3:102]).

Де ми стикаємося з реальними прообразами геометричних пірамід? Тіла пірамідальної форми досить поширені, зокрема в архітектурі. Ось деякі приклади. *Шатер* — завершення центричних споруд (дзвіниць, храмів, башт) у вигляді високої чотири- або багатогранної піраміди. *Боробудур* — буддійське святилище на півдні острова Ява, яке було задумано як грандіозний символ Всесвіту. Побудовано наприкінці VIII ст. — початку IX ст. із блоків каменю андезиту. Має вигляд ступінчастої десятиярусної піраміди, зав-



вишки 31,5 м, довжина квадратної основи — 123 м. *Гирка* — фігурна деталь у вигляді піраміди з цегли або каменю. Слугує опорою для декоративних арок, використовувалася в російській архітектурі XVI—XVII ст. для декору воріт, вікон. *Зіккурат* — в архітектурі Стародавньої Месопотамії це — культова ярусна башта, яка складається з 3—7 ярусів у формі зрізаних пірамід або паралелепіпедів із цегли-сирцю. *Обеліск* (від грецького слова «невеликий вертел») — меморіальна споруда, що вперше з'явилася в Стародавньому Єгипті. Має вигляд гранованого (у перерізі найчастіше — квадрат) кам'яного стовпа, що звужується, і вгорі завершується загостреною пірамідальною верхівкою. Форму правильних пірамід мають гостроконечні дахи на баштах Московського Кремля. Пам'ятник Вічної Слави в місті Києві — це обеліск, верхня частина якого має форму правильної чотирикутної піраміди, а нижня — правильної зрізаної чотирикутної піраміди.

Дахи пірамідальної форми прикрашають різні кіоски, альтанки, «грибки» на пляжі тощо. Намети (циркові, туристичні) часто ставлять у вигляді пірамід. Форму правильної шестикутної піраміди (повної та зрізаної) мають бетонні стовпчики, які ставлять уздовж проїзної частини шляху в небезпечних для транспорту місцях — на поворотах з крутими схилами, поблизу ярів. У формі правильної чотирикутної піраміди роблять ковпаки над димовими трубами (такі ковпаки потрібні для того, щоб атмосферні опади не потрапляли всередину труби). Урни, тачки, бункери для піску або розчину, які застосовують на будівництві і в промисловості, часто виготовляють у вигляді правильної зрізаної чотирикутної піраміди (вибір такої форми зумовлений потребами зручного завантаження та вивантаження матеріалів). Узагалі *доцільність* певної форми для тих чи інших предметів неодмінно обговорювати на уроках стереометрії.

У природі тіла пірамідальної форми трапляються рідко. Нам вдалося знайти лише дані про грушу пірамідальної форми. Це груша-кайон із Західного Паміру. Її плоди схожі на трикутні пірамідки, вони досягають за масою 700 г.

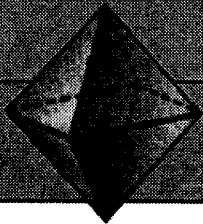
Тисячоліттями піраміди гордо зберігають мовчання про своє походження і призначення. Але інтерес людей до них не послаблюється. За кількістю пірамід, що припадають на одиницю площі, безперечно лідирує Єгипет. Але піраміди та їх залишки є в Індії, Пакистані, на Мальдівських та Канарських островах, у Китаї, Південній та Латинській Америці. Більшість пірамід має ступінчасту форму. Правильні, як Великі піраміди в Гізі (Хеопса, Хефрена, Мікеріна), будували рідко. Крім того, більшість правильних пірамід є зрізаними, тобто не мають гостроконечної верхівки, вони ніби недобудо-

вані. Не обійшлися без піраміди і засновники США. Щоправда, до побудови справа не дійшла. Вони обмежилися лише прийняттям Конгресом у 1776 р. ескізу державної печатки із зрізаною пірамідою. Якщо подивитися на американську купюру вартістю 1 долар, то на звороті і нині можна побачити цю печатку. На ній зображено зрізану піраміду, а над нею — трикутник із оком посередині.

Мабуть, найбільше таємниць пов'язано з єгипетськими пірамідами. Численна кількість учених намагалися довести, що в пропорціях Великої піраміди (Хеопса) закладено наукові відомості та пророцтва. Зокрема, королівський астроном шотландець Чарльз Сміт у 1860 р. ретельно дослідив цю піраміду. Наприклад, периметр піраміди вказує на тривалість сонячного року; відношення периметра до висоти основи дорівнює  $\pi$ ; висота, помножена на  $10^9$ , є відстанню від Сонця до Землі. Ці відомості справили велике враження на сучасників, проте під час перевірки було виявлено деякі неточності.

Такими ж суперечливими були повідомлення про силу пірамід. Все почалося з того, що в 1930 р. турист із Франції Антуан Бовіс звернув увагу на те, що тіла дрібних тварин, які померли всередині пірамід, не розклалися, незважаючи на високу вологість. Повернувшись додому, він у результаті експериментів виявив, що овочі краще зберігаються в картонних коробках пірамідальної форми. Радіоінженер із Чехії Карел Дрбал пішов іншим шляхом. Він поклав усередину пірамідальних коробок використані бритвені леза. Через деякий час леза знову стали гострими. В 1959 р., після ретельних перевірок, він одержав патент за винахід для заточення лез! І тепер у Чехії продають пірамідки для заточування лез. Причому для кращого результату поздовжня вісь леза має бути направлена вздовж магнітного поля Землі. Схожі повідомлення про силу піраміди опубліковували різні автори. Зазначимо, що пропорції цих пірамід повторювали пропорції Великої піраміди. Механізм подібних явищ не вивчений, хоча існує припущення, що піраміда може утворювати власне магнітне поле, яке і спричиняє ріст кристалів по краю леза.

Для **четвертого ступеня (прикладання математичної моделі)** пропонуємо задачі, які підібрано зі збірників задач попередніх років видання, зокрема виданих ще на початку XX ст. (з деякими змінами формулювання умов з урахуванням вимог сучасної мови). Для частини задач збережено мову оригіналу та «старі» одиниці вимірювання величин. Значною мірою це зумовлено прагненням ознайомити учнів з тими мірами, які використовувалися раніше (до речі, у Великій Британії, Новій Зеландії, Австралії, США тощо і донині вимірюють, наприклад, дов-



жину в ярдах, футах, дюймах тощо), вміти з ними оперувати та вчити ставитися до стереометрії як до елемента загальнолюдської культури в усі історичні часи.

Подані задачі доцільно використовувати як дидактичні матеріали для розв'язування (групового чи індивідуального) в аудиторії, для домашніх завдань, а також як доповнення до суто стереометричних задач у самостійних чи контрольних роботах. Кількість однотипних задач (для різних варіантів) можна збільшити, якщо розділити їх за випадками а), б), які є у частини з них. Корисно, щоб учні і самі, використовуючи вже готові зразки прикладних задач, склали аналогічні. Оскільки це поєднує категорії «цікаво» та «корисно».

Зауважимо, що в підручнику О. В. Погорелова [4] прикладні задачі, пов'язані з пірамідою, відсутні, а в підручнику Г. П. Бевза [5] їх близько 6 %.

## Задачі, пов'язані з обчисленням площі поверхні піраміди

1. Купол дзвіниці має форму правильної восьмикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 8 футів, апофема — 7 сажнів 5 футів. За скільки днів зможуть покрити цей купол 4 робітники, якщо на покриття 27 квадратних футів поверхні даху один робітник витрачає чверть дня? *Міри:* 1 м = 0,47 сажня = 3,28 фута. **Відповідь:** 4 дні.

2. Відома піраміда Хеопса спочатку мала висоту 147 м і займала площу 34 300 м<sup>2</sup>. Скільки тонн вапна потрібно було для облицювання цієї споруди, якщо прийняти, що на кожний квадратний метр використовували 10 пудів вапна? *Міри:* 1 т = 61 пуд. **Відповідь:** 10 300 т.

## Задачі, пов'язані з обчисленням об'єму піраміди

1. Менша із Гізахських пірамід — піраміда Мікереніуса, має висоту біля 30 сажнів, а основу квадрат, сторона якого близько 58 сажнів. Визначте, скільки глб, кожна по 40 кубічних футів, пішло на спорудження піраміди, якщо рахувати її суцільною? *Міри:* 1 м = 0,47 сажня = 3,28 фута. **Відповідь:** 270 000 штук.

2. Найвища єгипетська піраміда — піраміда Хеопса — має висоту 144 м; сторона її квадратної основи дорівнює 230 м. Внутрішні ходи та кімнати займають 30 % її об'єму. Визначити масу каменю, який пішов на її спорудження. Маса 1 м<sup>3</sup> каменю дорівнює 2,5 т. **Відповідь:** 4 400 000 т.

3. Намет, обтягнутий парусиною, складається із 4 жердин, що утворюють правильну чотирикутну піраміду. Скільки повітря містить намет і скільки метрів парусини потрібно використати на намет, якщо: а) висота намету 2,4 м, а відстань між основами кожних двох найближ-

чих жердин дорівнює 2 м; б) довжина жердини 3,6 м, а площа, яку займає намет, дорівнює 4,41 м<sup>2</sup>. Врахувати, що ширина парусини 70 см і на дно намету її не використовували. **Відповідь:** а) 3,2 м<sup>3</sup>; 15 м; б) 4,7 м<sup>3</sup>; 20 м.

4. Визначити місткість намету, який має форму правильної чотирикутної піраміди, якщо: а) його висота — 2,4 м, на намет використано 43 м парусини шириною 70 см; б) кількість парусини, яку використали для намету, складає 33 м<sup>2</sup>, висота намету — 4,3 м. На дно намету парусину не використовували. **Відповідь:** а) 16 м<sup>3</sup>; б) 18 м<sup>3</sup>.

5. Фільтр виготовлено у вигляді правильної піраміди, бічне ребро якої дорівнює 17,5 см, а ребро основи — на 40 % менше. Скільки води може вмістити фільтр, якщо: він має форму а) шестикутної піраміди; б) трикутної піраміди; в) п'ятикутної піраміди. **Відповідь:** а) 1310 см<sup>3</sup>; б) 256 см<sup>3</sup>; в) 950 см<sup>3</sup>.

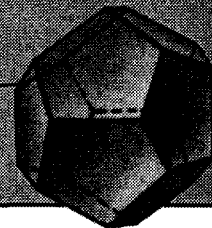
6. Десяток корабельних цвяхів має масу 2 кг 304 г. Визначити: а) довжину кожного цвяха; б) поверхню кожного цвяха, якщо кожний цвях має форму правильної чотирикутної піраміди і периметр цвяха у самій широкій його частині — 8 см. Густина заліза — 7,2 г/см<sup>3</sup>. **Відповідь:** а) 24 см; б) 100 см<sup>2</sup>.

## Задачі, пов'язані з обчисленням площі поверхні або об'єму зрізаної піраміди

1. Поруч із будинками на дитячих майданчиках побудували 5 пісочниць. Кожна з них має форму правильної зрізаної чотирикутної піраміди зі сторонами основ 200 см та 160 см, висота пісочниці на 85 % менша за довжину меншої сторони. Яку масу піску потрібно привезти, щоб їх наповнити? Густина піску 1,5 г/см<sup>3</sup>. **Відповідь:** 1,9 т.

2. Форма для сирної паски (у формі правильної чотирикутної зрізаної піраміди) складається з 4-х бічних дощочок, з'єднаних гачками, дна (меншої основи) і дощечки (вона складає більшу основу) для підкладання її під вагу, якою натискають на сир. Визначити висоту форми, якщо: а) площа бічних дощочок складає 1 700 см<sup>2</sup>; площа всіх дощочок — 2 376 см<sup>2</sup>, а висота бічної дощечки — 25 см; б) сума площ бічних стінок форми — 2 304 см<sup>2</sup>, висота бічної грані дорівнює її середній лінії, а бічне ребро цієї грані — 25 см; в) поверхня всіх граней форми — 954 дм<sup>2</sup>; поверхня бічних стінок — 288 дм<sup>2</sup>. Ребро верхньої дощечки довше за ребро дна на 6 дм. **Відповідь:** а) 24 см; б) 23 см; в) 26 см.

3. Зруб колодязя має форму правильної зрізаної чотирикутної піраміди. Поверхня зрубу всередині колодязя складає 90,5 м<sup>2</sup>, ширина стінки колодязя внизу — на 142 см більша, ніж ширина стінки отвору зрубу зверху. Визначити, на скільки відер води в колодязі менше у липні,



ніж у вересні, якщо у липні вода стоїть на половині висоти колодязя, а у вересні — на 71 см вище. Висота стінки зрубу дорівнює 6,4 м. Врахувати, що відро вміщує 10 л води. **Відповідь.** Менше приблизно на 448 відер.

Підіб'ємо підсумки. Враховуючи сучасні суспільні умови, задача реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії є актуальною. Її розв'язання значною мірою залежить від знань і вмінь учнів застосовувати метод математичного моделювання для розв'язання спочатку навчальних, а потім і реальних проблем.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Державний стандарт базової і повної середньої освіти. // Матем. в шк. — 2004. — № 2.
2. Хаметова З. Я. Об одном способе усиления прикладной направленности обучения // Эвристика и дидактика точных наук: Сб. науч. работ. — Вып. I. — Донецк: ТЕАН, 1993.
3. Тадеєв В. О. Геометрія. Основи стереометрії. Многогранники: Дворівневий підруч. для 10 кл. загальноосвітніх навч. закладів / За ред. В. І. Михайловського. — Тернопіль: Навчальна книга — Богдан, 2003.
4. Погорелов О. В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10—11 кл. серед. шк. — К.: Освіта, 1997.
5. Бевз Г. П. та ін. Геометрія: Підруч. для 10—11 кл. загальноосвіт. навч. закладів / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. — К.: Вежа, 2002.

Іван ЛЕНЧУК

## Дві реалізації метричної задачі стереометрії

Традиційно у шкільному курсі стереометрії переважають метричні задачі на обчислення. В них малюнку відводиться допоміжна, другорядна роль, хоча формально і має місце думка, що правильно виконане проєкційне креслення є ключем до розв'язання. У процесі розв'язування таких задач аналітичні перетворення і викладки інколи затьмарюють їх геометричну сутність, не додають новизни в міркуваннях. Учень елементарно виділяє стрижневу плоску фігуру і далі працює за правилами планіметрії. Він мало аналізує просторову ситуацію, не вникає у проблеми взаєморозташування різних геометричних фігур. Ігнорує, врешті, *повну загальність (загальногеометричний підхід) в обранні способу розв'язання задачі*. Тому така реалізація стереометричної задачі не на всі сто відсотків відповідає її призначенню: *розвивати просторову уяву і уявлення, формувати навички мислення просторовими образами*. А чи не можна переформулювати умову так, щоб малюнок був найважливішим інструментом творчого пошуку виконавця?

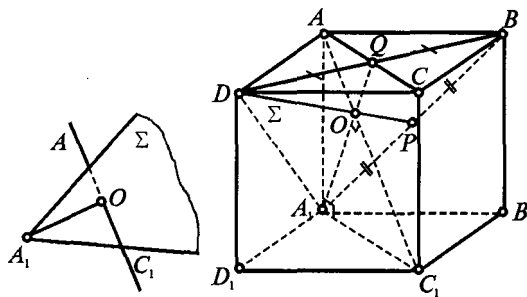
Ще М. Четверухін наголошував на двоякій ролі проєкційних креслень у навчанні стереометрії. Він розрізняв *креслення-картини* і *креслення-моделі*: «Між обома видами креслень — «кресленнями-картинами» і «кресленнями-моделями» — існує суттєва глибоко принципова відмінність. Тоді як «креслення-картини» зобов'язані максимально залишати свободу дій за педагогом, який їх виконує, тобто надавати йому можливість вільного вибору елементів зображення на кресленні, «креслення-моделі» мають слугувати справі ефективного розв'язання стереометричних задач, тобто вони не повинні допускати необгрунтованого вибору шуканого елемента, оскільки останній цілком визначається да-

ним кресленням. Іншими словами, для «креслення-картини» доцільно користуватися «неповними» і «метрично невизначеними» зображеннями, оскільки саме такі зображення більше за інші відповідають меті, що вказана вище. Навпаки, у випадку «креслень-моделей» слід застосовувати «повні» і «метрично визначені» зображення, оскільки на таких кресленнях можна фактично виконувати потрібні для розв'язування задачі побудови».

## ЗАДАЧІ

Розглянемо для прикладу кілька задач з підручника О. Погорелова та збірника задач з математики для вступників до вищих навчальних закладів під редакцією М. Сканаві.

**Задача 1.** Ребро куба дорівнює  $a$ . Знайдіть відстань від вершини куба до його діагоналі, яка з'єднує дві інші вершини (мал. 1).



Мал. 1

Очевидно, що так сформульовану задачу вважати стереометричною можна лише умовно, оскільки вона відразу ж зводиться до планіметричної. Для цього досить вершину куба  $A_1$  і діагональ  $AC_1$  віднести до прямокутного трикутника  $AA_1C_1$  ( $\angle A_1 = 90^\circ$ ), в якому катет  $AA_1 = a$ ,