

# ЗАДАЧНИЙ ПІДХІД ДО ФОРМУВАННЯ НАВЧАЛЬНО-МАТЕМАТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ТА РОЗВИТКУ МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ

**Сергій СЕМЕНЕЦЬ** — завідувач кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики Житомирського державного університету ім. Івана Франка, доктор педагогічних наук, професор

**Анотація.** У контексті діяльнісної теорії навчання розкрито зміст задачного підходу до формування навчально-математичної діяльності та розвитку математичних здібностей учнів, представлено задачну систему розвивального навчання математики, на основі якої встановлено зони найближчого математичного розвитку школярів.

**Ключові слова:** задачна система, навчально-математична діяльність, математичні здібності, зони найближчого математичного розвитку учнів.

**Сергей СЕМЕНЕЦ.** Задачный подход к формированию учебно-математической деятельности и развитию математических способностей учащихся

**Аннотация.** В контексте деятельностной теории обучения раскрыто содержание задачного подхода к формированию учебно-математической деятельности и развитию математических способностей учащихся, представлена задачная система развивающего обучения математике, на основании которой установлены зоны ближайшего математического развития школьников.

**Ключевые слова:** задачная система, учебно-математическая деятельность, математические способности, зоны ближайшего математического развития школьников.

**Sergij SEMENETS.** A Task Approach to Formation of Educational Mathematical Activity and the Development of Mathematical Abilities of Students

**Summary.** In the context of activity-learning theory reveals the content of a task approach to formation of educational and mathematical activity and the development of mathematical abilities of students, presented a task of developing a system of teaching mathematics, on the basis of which the established zone nearest the mathematical development of pupils.

**Keywords:** tasking system, educational mathematical activity, mathematical ability, mathematical development zone nearest school.

У попередніх наших роботах реалізовувалася наукова ідея про те, що розвивальне навчання математики актуалізує математичні здібності та структурно-математичне мислення, забезпечує формування навчально-математичної діяльності, а також створює умови для особистісного розвитку учнів як суб'єктів цієї діяльності. Провідна ідея та набуті знання, опосередковані досвідом науково-педагогічної діяльності, знайшли своє втілення у загальній гіпотезі дослідження: розвивальне навчання учнів математики забезпечується, якщо: ідея розвитку (саморозвитку) особистості учнів пов'язується з відмовою від традиційної установки на «готові знання», з організацією процесу учіння математики як суб'єктної діяльності, його рефлексією в умовах міжособистісних відносин. Доведено, що вчитель математики в розвивальному навчанні, окрім професійної кваліфікації, володіє низкою професійно-особистісних якостей, які забезпечують інноваційну педагогічну діяльність з метою розвитку особистісних утворень учнів на трьох вимірах: соціально-психологічно-індивідуальному, діяльнісному і генетичному [6].

**Мета статті** — з огляду на діяльнісну теорію навчання розкрити зміст задачного підходу до формування навчально-математичної діяльності та розвитку математичних здібностей учнів,  
© Семенець С. П., 2016

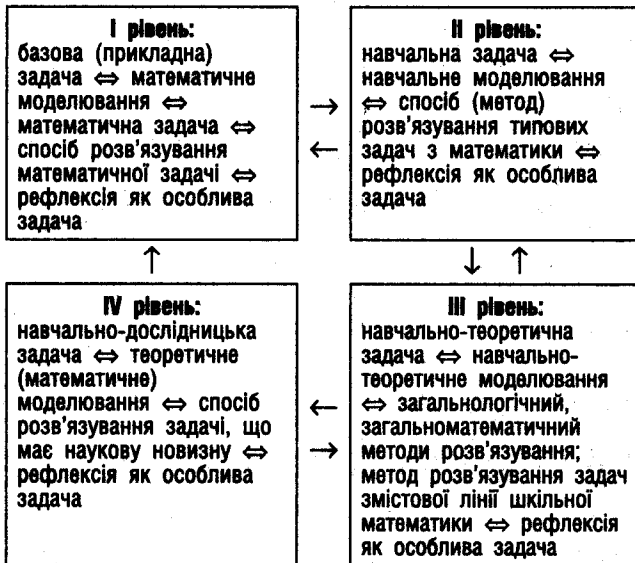
класифікувати та охарактеризувати основні типи задач розвивального навчання математики, а також окреслити зони найближчого математичного розвитку школярів.

Засновник теорії розвивального навчання В. В. Давидов зазначав, що діяльнісною називають таку теорію навчання, яка спирається на поняття *дія* і *задача*. Дія передбачає перетворення суб'єктом того чи іншого об'єкта, а задача включає мету, представлену в конкретних умовах її досягнення [3, 257]. Навчально-математична діяльність, як і будь-яка інша, має задачну структуру, тобто вона розгортається в процесі розв'язування специфічних для такої діяльності задач. З іншого боку, розвиток математичних здібностей і цілісне формування навчально-математичної діяльності учнів передбачає постановку та розв'язування відповідних задач.

Концептуальною ідеєю розроблення теорії задач розвивального навчання математики слугує введений нами *принцип розвивальної наступності*, згідно з яким кожен наступний тип задач вирізняється від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення. Власне кажучи, сформульований принцип запроваджує в навчальний процес думку В. А. Крутецького про те, що математичні здібності формуються на основі генетичної здібності — індивідуально-

психологічної властивості суб'єкта навчання *узагальнювати* зміст математичної освіти [4, 375].

З огляду на вищезазначене, розвивальне навчання математики ґрунтується на чотирирівневій задачній системі — ієрархічно організованій структурі задач як *програми навчально-математичної діяльності та розвитку математичних здібностей учнів* (мал. 1).



Мал. 1. Задачна система розвивального навчання математики

До базових задач належать прикладні задачі, змістовий аналіз яких дає змогу виділити деяке загальне відношення, що виявляється в часткових випадках і використовується в процесі розв'язування певного типу задач. Фіксація знайденого відношення за допомогою деякого символу створює умови для формування змістових абстракцій і узагальнень, побудови математичної моделі та розв'язування базової математичної задачі. Згідно з діяльнісною теорією визначимо ієрархію дій, що виконуються в процесі розв'язування задач на першому рівні задачної системи:

- постановка базової (прикладної) задачі, її змістовий аналіз;
- моделювання (інтерпретація) задачної ситуації, побудова математичної моделі (створення знако-символьної математичної форми);
- постановка базової математичної задачі, її змістовий аналіз, знаходження відношень між математичними величинами;
- перетворення математичної задачної ситуації, формування змістових абстракцій та узагальнень (формулювання евристики);
- створення способу розв'язування базової математичної задачі як ієрархії дій і операцій;
- контроль і корекція виконаних дій і операцій;
- оцінка засвоєння способу розв'язування базової задачі.

Резюмуючи вищезазначене, доходимо висновку про роль базових задач у розвивальному навчанні математики: вони слугують підґрунтям для організації навчально-математичної діяльності у формі постановки та розв'язування навчальних задач. Реалізація такої логіки відповідає дворівневій моделі діяльності в методі «креативного поля» (Д. Б. Богоявленська). *Перший (поверхневий) рівень* — виконується діяльність з метою розв'язування поставленої задачі; *другий (глибинний) рівень* — діяльність із виявлення характерних для типових задач прихованих закономірностей, знаходження яких не передбачено умовою розв'язаної задачі [2, 95].

Визначення базових задач теми чи розділу є одним із ключових методичних завдань, яке, як правило, розв'язує вчитель. Укажемо на їх основні характеристики:

- наявність практичної (прикладної) потреби в розв'язуванні задачі (задача має бути достатньо значуща для подальшої навчально-математичної діяльності чи безпосередньо пов'язана з потребами практичної діяльності людини);
- постановка задачі відомим математиком з метою вирішення теоретичної чи практичної проблеми (задача має глибокі культурно-історичні джерела);
- значна кількість математичних задач, які можуть бути створені та розв'язані на основі базової;
- задача належить до категорії альтернативних;
- можливість інтерпретації задачної ситуації засобами алгебри, аналізу, геометрії (базові задачі з алгебри та аналізу мають визначний геометричний зміст, геометричні базові задачі достатньо просто моделюються й розв'язуються засобами алгебри та аналізу);
- у результаті розв'язування базових задач встановлюються залежності між фундаментальними математичними поняттями, що дозволяє називати їх теоремами;
- задача дає змогу ввести (означити) нове теоретичне поняття.

Вибір базових задач зумовлюється тематикою, кількістю годин на її вивчення, профілем класу, математичною підготовкою учнів, а також готовністю вчителя до впровадження методу математичного моделювання.

Ми апелюємо до думки українського психолога Г. О. Балла про те, що неправомірно ототожнювати навчальну задачу з тією математичною задачею, на якій вона ґрунтується. Формулювання математичної задачі — це лише матеріал навчальної задачі, що розв'язується в процесі навчання математики [1, 155].

**Навчальні задачі з математики.** Для того щоб формувати навчальну діяльність, потрібно

розв'язувати навчальні задачі. Д. Б. Ельконін зазначав, що основна відмінність навчальної задачі від усіх інших полягає в тому, що її метою і результатом є зміна самого суб'єкта пізнання, що виявляється в оволодінні певним способом дій, а не в зміні предметів, над якими суб'єкт виконує дії [7]. Ураховуючи визначену в теорії розвивального навчання систему навчальних дій [3, 159 — 160], конкретизуємо дії, які виконуються в процесі розв'язування навчальних задач із математики:

- постановка навчальної задачі на основі базової (прикладної, математичної);
- змістовий аналіз навчальної задачі з метою знаходження деякого загального відношення, що характерне для типових математичних задач;
- моделювання виділеного загального відношення, формування змістових абстракцій і узагальнень для типових задачних ситуацій за допомогою логічних схем і знако-символьних форм;
- створення навчальної моделі способу розв'язування типових задач як ієрархії логіко-математичних дій і операцій;
- конструювання системи часткових задач, змістове планування їх розв'язування в контексті створеного загального способу;
- контроль, аналіз і корекція виконаних навчальних дій;
- оцінка рівня засвоєння загального способу розв'язування навчальної задачі (змістова, процесуальна, референтна, ціннісна).

Таким чином, постановка навчальної задачі з математики передбачає:

- теоретичне узагальнення типових математичних задач;
- одержання способу (методу) розв'язування математичних задач певного типу, який задається системою специфічних математичних і навчально-пізнавальних дій, що допомагає оволодіти загальним способом розв'язання часткових задач.

Результатом виконання визначеної системи дій стає, за визначенням В. В. Давидова, система понять, яка задається не як спосіб описання об'єкта вивчення, а як основа його перетворення, що можливо за умови генетичного обґрунтування системи знань та реалізації принципу сходження від абстрактного до конкретного [3, 180]. У традиційній математичній освіті навчальні дії або зовсім не розглядаються, або їх виключено як особливі вміння, що не пов'язані з предметними знаннями.

**Навчально-теоретичні задачі з математики** мають вищий рівень змістово-теоретичного узагальнення й передбачають засвоєння загальнологічних і загальноматематичних методів розв'язування задач, що, зрештою, забезпечує формування цілісної системи

знань і вмінь на рівні методології математики. Результатом розв'язування таких задач є формування узагальнених способів дій під час вивчення змістових математичних ліній і загальних методів, до яких належать методи:

- математичного моделювання;
- побудови математичних теорій (аксіоматичний і конструктивний);
- розв'язування задач і доведення, що мають загальнологічну основу (аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний, від супротивного, повної індукції);
- доведення й дослідження, що належать до загальноматематичних (математичної індукції, векторний, координатний, геометричних перетворень, алгебричний, границь, диференціального та інтегрального числення);
- розв'язування задач, що застосовуються в змістовій математичній лінії (розкладання на множники, інтервалів, рівносильних перетворень, заміни, координатний, векторний, алгебричний, геометричних перетворень, на основі властивостей функцій).

Окрім цього, до категорії навчально-теоретичних задач із математики належать ті, що передбачають вирішення ще двох ключових завдань:

- засвоєння учнями навчально-евристичних схем пошуку доведень теорем і розв'язання задач;
- оволодіння школярами навчально-теоретичними моделями формулювання й застосування математичних понять і теорем.

У процесі розв'язування названого типу задач виконуються такі дії:

- Постановка навчально-теоретичної задачі на основі навчальної.
- Змістовий аналіз навчально-теоретичної задачі з метою знаходження деякого загального відношення, що характерне для певного типу навчальних задач.
- Формування змістово-теоретичних абстракцій і узагальнень, створення теоретичної моделі знайденого загального відношення.
- Конструювання теоретичної моделі методу розв'язування математичних задач у вигляді етапності (ієрархії) навчально-пізнавальних і математичних дій як результату узагальнення розв'язування навчальних задач.
- Змістове планування та конструювання системи часткових різнотипних математичних задач, що розв'язуються на основі сформованого методу.
- Контроль і корекція навчально-теоретичних дій.
- Самоаналіз і самооцінка (змістова, процесуальна, референтна, ціннісна) засвоєння методу розв'язування різнотипних задач із математики.

**Навчально-дослідницькі задачі з математики.** Залучення учнівської молоді до науки як соціально значущої царини людської діяльності з метою вироблення та використання теоретично систематизованих знань про навколишній світ — таке завдання ставиться вже в старшій школі. Відповідно до розробленої задачної системи на найвищому (четвертому) рівні формулюються та розв'язуються навчально-дослідницькі задачі з математики. Головна відмінність навчально-дослідницьких задач від розглянутих вище в ступені новизни одержаного продукту. Мірою новизни слугує не суб'єктивний, а суспільний досвід, об'єктивно нові знання та способи діяльності. З іншого боку, навчально-дослідницькі задачі з математики вирізняються вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення, оскільки, як правило, передбачають застосування матеріалу математичних курсів ВНЗ (алгебри, геометрії, математичного аналізу, теорії ймовірностей, математичної статистики, математичної логіки). Окрім цього, такі задачі займають найнижчий рівень у ієрархії науково-дослідницьких задач, оскільки за змістом та способом розв'язування передбачають застосування як навчальних (навчально-теоретичних), так і науково-дослідницьких дій.

На четвертому рівні задачної системи виконуються такі дії:

- Постановка навчально-дослідницької задачі на основі розв'язаної навчально-теоретичної. Обґрунтування її актуальності.
- Теоретичний аналіз навчальної та наукової літератури. Визначення суспільно-історичних чинників становлення та розвитку (генези) проблеми дослідження.
- Структурно-математичний аналіз поставленої проблеми.
- Теоретичне моделювання змістових компонентів дослідження (визначення об'єкта, предмета, мети, завдань, методів математичного пізнання та розв'язування задач).
- Математичне моделювання та інтерпретування задачної ситуації. Висунення гіпотези.
- Проектування та розв'язування системи часткових задач, до якої зводиться розв'язання поставленої задачі.
- Інтерпретація одержаного розв'язку (створеної теорії). Перевірка гіпотези.
- Контроль і корекція виконаних дій.
- Змістовий аналіз знайденого способу розв'язування задачі-проблеми.
- Самооцінка виконаної навчально-дослідницької математичної діяльності (змістова, процесуальна, референтна, ціннісна).

Навчально-дослідницькі задачі з математики розв'язують, як правило, старшокласники в рамках постійно діючих математичних конкур-

сів, зокрема конкурсу-захисту учнівських робіт Малої академії наук. Підготовка майбутніх учителів математики до такого виду роботи є одним із завдань, включених нами до систематичних курсів «Елементарна математика», «Методика навчання математики» (концепція розвивальної освіти) [5; 7].

Таким чином, згідно з діяльнісним підходом навчання учнів математики здійснюється у формі навчально-математичної діяльності як процесу постановки та розв'язування різнотипних задач (прикладних, математичних, навчальних, навчально-теоретичних, навчально-дослідницьких). Рівень змістово-теоретичного узагальнення задачної системи навчання математики співвідносимо із зоною найближчого математичного розвитку суб'єктів навчально-математичної діяльності. Отже, у навчальному процесі можуть створюватися чотири зони найближчого математичного розвитку учнів:

**базова зона** відповідає першому рівню задачної системи розвивального навчання математики, на якому формуються вміння створювати математичні моделі, формулювати та розв'язувати математичні задачі;

**навчальна зона** співвідноситься з другим рівнем теоретичного узагальнення задач, де розв'язуються навчальні задачі, створюються навчальні моделі;

**навчально-теоретична зона** корелюється з третім рівнем задачної системи, на якому розв'язуються навчально-теоретичні задачі, моделюються загальнологічні та загальноматематичні методи;

**навчально-дослідницька зона** найближчого математичного розвитку створюється в процесі розв'язування задач четвертого рівня змістового теоретичного узагальнення і передбачає виконання учнями математичних досліджень.

Названі зони встановлюються в умовах співпраці (співробітництва) вчителя та учнів, у процесі колективного і колективно розподіленого розв'язування окреслених типів задач. *Перетворення зони найближчого математичного розвитку на зону актуального розвитку (де відповідний тип задач учні розв'язують самостійно) засвідчує про нову інтелектуальну якість, перехід суб'єкта навчально-математичної діяльності (його математичних здібностей) на вищий рівень розвитку.*

Підсумовуючи, зауважимо, що представлена задачна система реалізує принцип розвивальної наступності навчання математики, вона, з одного боку, слугує програмою навчально-математичної діяльності учнів, а з іншого — актуалізує структурні компоненти їхніх математичних здібностей. Специфіка цієї системи полягає в різновиді та різнотипності задач,

інтеграції дедуктивної суті математики та діяльнісної теорії її навчання, а також у співвіднесенні з можливими в навчанні зонами найближчого математичного розвитку учнів. Її цілісна реалізація здійснюється не інакше як через диференційоване навчання математики задля досягнення головної мети – повноцінний розвиток кожного учня на соціально-психолого-індивідуальному, генетичному й діяльнісному вимірах особистості.

Актуальними залишаються питання впровадження розробленої задачної системи в шкільній математичній освіті, що буде висвітлюватися в подальших наших публікаціях.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Балл Г. А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект / Г. А. Балл. — М.: Педагогика, 1990. — 184 с.
2. Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей: [уч. пособ. для студ. высш. учеб. заведений] / Д. Б. Богоявленская. — М.: Академия, 2002. — 320 с.

3. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. — М.: Интор, 1996. — 544 с.

4. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. — М.: Просвещение, 1968. — 432 с.

5. Семенець С. П. Елементарна математика (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти): [навчально-методичний посібник] / С. П. Семенець, Л. М. Семенець. — Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. — 244 с.

6. Семенець С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики: [монографія] / С. П. Семенець. — Житомир: Вид-во О. О. Овенок, 2015. — 236 с.

7. Семенець С. П. Методика навчання математики (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти): [навчальний посібник] / С. П. Семенець. — Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. — 536 с.

8. Эльконин Д. Б. Психологические условия развивающего обучения / Д. Б. Эльконин // Обучение и развитие младших школьников. — М.: Педагогика, 1970. — С. 27 — 38.