

РОЗДІЛ V. ОСОБЛИВОСТІ РОБОТИ НАД ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНИМ ЗАВДАННЯМ З КУРСУ «МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ У ПСИХОЛОГІЇ» (В.О. Климчук)

5.1. БАЗОВІ МЕТОДИКИ ДО КУРСУ «МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ПСИХОЛОГІЇ»

U-КРИТЕРІЙ МАННА-УІТНІ

| Повна назва та автор | Вихідне джерело | Джерела з описом та прикладами застосування |
|-------------------------------|--|---|
| U-критерій Манна-Уїтні | <p>Wilcoxon, F. (1945). «<i>Individual comparisons by ranking methods</i>». <i>Biometrics Bulletin</i>, 1, 80–83.</p> <p>Mann, H. B., & Whitney, D. R. (1947). «<i>On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other</i>». <i>Annals of Mathematical Statistics</i>, 18, 50–60.</p> | <p>Климчук В.О. <i>Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей</i>. К.: Освіта України, 2009. – С. 85-88.</p> <p>Наследов А.Д. <i>Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных</i>. – СПб.: Речь, 2004. – С. 173-176.</p> <p>Сидоренко Е.В. <i>Методы математической обработки в психологии</i>. – СПб.: ООО «Речь», 2000. – С. 49-55.</p> |

Теоретичні засади та історія виникнення

U-критерій вперше був запропонований Ф. Вілкоксоном (1945) для аналізу значимості відмінностей між двома *однаковими за обсягом* незалежними вибірками. Дослідники Г.Б. Манн та Д.Р. Уїтні (1947) модифікували його для вибірок *різного обсягу*. О.В. Сидоренко зазначає, що існує кілька способів обчислення U-критерія і, відповідно, кілька варіантів таблиць статистичної значимості, тож працюючи за формулою із одного джерела, варто користуватися саме тією таблицею статистичної значимості, яка у цьому ж джерелі наводиться. Також можна зустріти різні назви цього критерію: критерій Манна-Уїтні-Вілкоксона (скорочено – MWW), критерій Вілкоксона-Манна-Уїтні, критерій рангових сум Вілкоксона.

Сфера застосування

U-критерій Манна-Уїтні використовується для порівняння між собою результатів досліджень у *двох незалежних вибірках*. Формальним критерієм незалежності вибірок є відсутність кореляції між ними. З точки зору змісту незалежними є ті вибірки, між якими не можна виявити жодних зв'язків. Прикладом незалежних вибірок можуть бути рандомізовані (сформовані випадковим чином) контрольна та експериментальна група, два класи у школі, дві студентські групи тощо.

Застосувавши критерій Манна-Уїтні ми дізнаємося, наскільки *статистично значимі відмінності* між двома незалежними вибірками і, відповідно, наскільки впевнено можна робити висновки про ці відмінності. Також за допомогою цього критерію можна робити висновок про незначимість відмінностей між вибірками – це необхідно, наприклад, коли ми хочемо переконатися, що показники контрольної та експериментальної групи до експерименту не відрізняються, або хочемо довести, що середні показники IQ учнів 10-А і 10-Г класу однакові.

Опис методики (обчислення без використання комп'ютера)

Застосовувати критерій Манна-Уїтні варто за таким алгоритмом:

1. Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок (\bar{X}_1 та \bar{X}_2);
2. Сформулюйте нульову і альтернативну статистичні гіпотези (H_0 та H_1):

H_0 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 випадкові (або їх взагалі не існує).

H_1 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 достовірні, значимі на рівні $p \leq 0,05$.

3. Дані обох груп об'єднайте у один ряд, розташувавши їх у порядку зростання. Щоб не заплутатися, де яка група, дані однієї групи кодують 1, а другої групи – 2 (або, якщо зручніше, X та Y відповідно).
4. Значення об'єднаного ряду прорангуйте (присвойте кожному числу його ранг).
5. Знайдіть суми рангів для обох груп (R_1 та R_2).
6. Обчисліть два значення (U_1 та U_2) за формулами:

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - R_1 \quad (1)$$

$$U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - R_2 \quad (2)$$

де n_1 – кількість досліджуваних у 1 групі;

n_2 – кількість досліджуваних у 2 групі;

R_1, R_2 – суми рангів для першої та другої групи.

7. Після обчислень порівняйте U_1 та U_2 і оберіть *найменше* значення ($U_{\text{емп}}$).
8. Зверніться до таблиці критичних значень. У комірці, що відповідає обсягам першої та другої вибірок (n_1 та n_2), знайдіть критичне значення U-критерія ($U_{\text{крит}}$):

Таблиця 1.

Критичні значення U-критерію ($p \leq 0,05$)¹

| n_1 | n_2 | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 |
| 4 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 6 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 18 | 17 | 19 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 |
| 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 |
| 8 | 10 | 13 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 26 | 23 | 31 | 34 | 36 | 38 | 41 |
| 9 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 28 | 28 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | 45 | 48 |
| 10 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 52 | 55 |
| 11 | 16 | 19 | 23 | 26 | 30 | 33 | 37 | 40 | 44 | 47 | 51 | 55 | 53 | 62 |
| 12 | 18 | 22 | 26 | 29 | 33 | 37 | 41 | 45 | 49 | 53 | 57 | 61 | 65 | 69 |
| 13 | 20 | 24 | 28 | 33 | 37 | 41 | 45 | 50 | 54 | 59 | 63 | 67 | 72 | 76 |
| 14 | 22 | 26 | 31 | 36 | 40 | 45 | 50 | 55 | 59 | 64 | 67 | 74 | 78 | 83 |
| 15 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
| 16 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 59 | 64 | 70 | 75 | 81 | 86 | 92 | 98 |
| 17 | 28 | 34 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 67 | 75 | 81 | 87 | 93 | 99 | 105 |
| 18 | 30 | 36 | 42 | 48 | 55 | 61 | 67 | 74 | 80 | 86 | 93 | 99 | 106 | 112 |
| 19 | 32 | 38 | 45 | 52 | 58 | 65 | 72 | 78 | 85 | 92 | 99 | 106 | 113 | 119 |
| 20 | 34 | 41 | 48 | 55 | 62 | 69 | 78 | 83 | 90 | 96 | 105 | 112 | 118 | 127 |

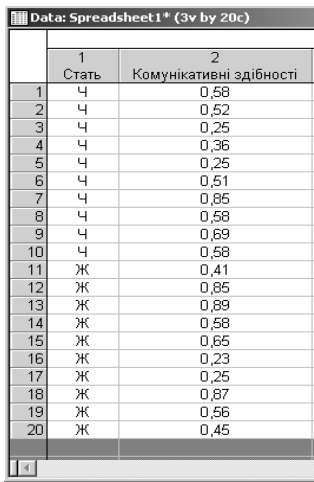
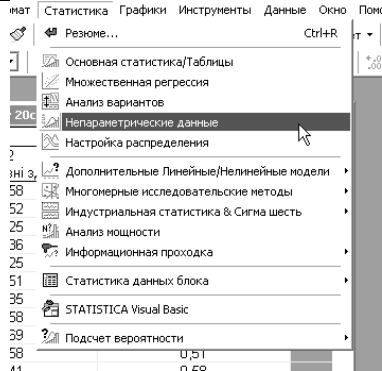
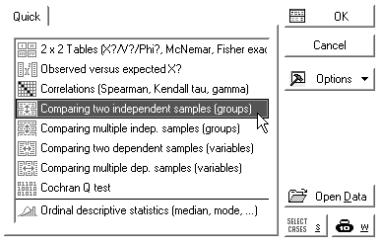
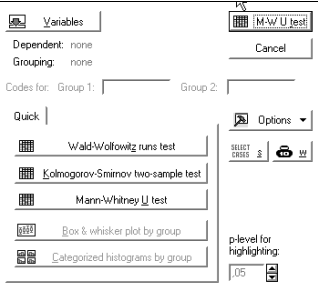
9. Порівняйте обчислене вами $U_{\text{емп}}$ та знайдене у таблиці $U_{\text{крит}}$. Якщо $U_{\text{емп}} \leq U_{\text{крит}}$ – приймається гіпотеза H_1 на рівні $p \leq 0,05$; якщо $U_{\text{емп}} > U_{\text{крит}}$ – приймається гіпотеза H_0 .

Опис методики (обчислення за допомогою програми Statistica 6.0)

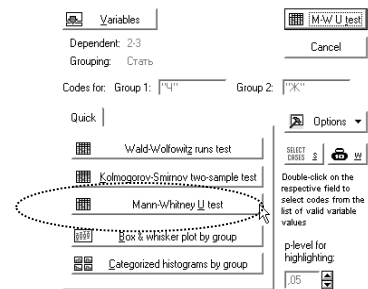
¹ Мартин Д. Психологические эксперименты: Секреты механизмов психики. – СПб.: прайм-ЕВРОЗНАК, 2002. – С. 453.

Таблиця 2.

Обчислення U-критерія Манна-Уїтні

| | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок (\bar{X}_1 та \bar{X}_2); Сформулюйте нульову і альтернативну статистичні гіпотези (H_0 та H_1): H_0 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 випадкові (або їх взагалі не існує). H_1 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 достовірні, значимі на рівні $p \leq 0,05$. Дані обох груп об'єднайте у один ряд, розташувавши їх у порядку зростання. Щоб не заплутатися, де яка група, дані однієї групи позначте кодують 1, а другої групи – 2 (або буквами Ч (чоловіки) і Ж (жінки)). |  |
| <ol style="list-style-type: none"> Оберіть в головному меню пункт Статистики, підпункт Непараметрические данные, адже U-критерій є непараметричним. |  |
| <ol style="list-style-type: none"> У новому вікні слід обрати пункт Comparing two independent samples (groups) – Порівняння двох незалежних вибірок (групами). |  |
| <ol style="list-style-type: none"> У наступному вікні слід обрати змінні, натиснувши кнопку Variables. |  |

7. Після вибору змінних натисніть кнопку **Mann-Whitney U test**.



8. На рис. 1. показано, як будуть виглядати результати Ваших обчислень. Значення критерію **U** представлено у відповідній колонці **U**, а статистична значимість – у колонці **p-level**.

| variable | Rank Sum | Rank Sum | U | Z | p-level | Z | p-level | Valid N | Valid N | 2*1-sided |
|---------------------------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|-----------|
| | Ч | Ж | | | | adjusted | | Ч | Ж | exact p |
| Комунікативні здібності | 99,000000 | 111,0000 | 44,00000 | -0,45358 | 0,650148 | -0,45614 | 0,648292 | 10 | 10 | 0,684211 |
| Організаторські здібності | 82,500000 | 127,5000 | 27,50000 | -1,70084 | 0,088974 | -1,70212 | 0,088734 | 10 | 10 | 0,089210 |

Рис. 1. Результати обчислення U-критерія за допомогою програми Statistica 6.0

Особливості обчислення та інтерпретації

При обчисленні U-критерія ми зіштовхуємося із необхідністю рангування. Якщо жодне число у наборі даних не повторюється, рангування здійснюється без особливих проблем. Однак може статися, що 2 і більше досліджуваних матимуть однакові показники. Тоді цим досліджуваним уявно проставляються їх ранги (наприклад, 4 та 5), а потім знаходиться їх середнє арифметичне (4,5), і тоді обом уже реально присвоюють ранги, тотожні цьому числу (4,5 та 4,5). Далі рангування продовжують з того рангу, на якому закінчилося уявне рангування (тобто наступному досліджуваному буде присвоєно ранг 6). Такі ранги називають *зв'язаними*.

Прийняття гіпотези H_0 дає підстави стверджувати, що значимих відмінностей між вибірками (за параметром, що досліджувався) не виявлено. Прийняття гіпотези H_1 на рівні $p \leq 0,05$ дає підстави для такого висновку: за параметром, що досліджувався, між групами виявлено відмінності, статистично значимі на рівні $p \leq 0,05$. Зі статистичної точки зору це означає, що у 5% випадків ми можемо помилитися і виявлені нами відмінності не проявляться. Інакше кажучи, якщо ми повторно проведемо дослідження із вибіркою 100 осіб, то 5 із них не підпадут під виявлену закономірність.

Розроблені також таблиці критичних значень для рівнів $p \leq 0,01$; $p \leq 0,001$, а також для вибірок обсягом до 60 осіб (див. Сидоренко Е.В., с. 316).

Обмеження застосування

Критерій Манна-Уїтні є непараметричним, тобто при його застосуванні знімається вимога нормальності розподілу і вимога рівності дисперсій. В цьому плані критерій менш вимогливий, ніж його параметричний аналог – t-критерій Стюдента для незалежних вибірок, застосування якого вимагає і перевірки нормальності розподілу, і порівняння дисперсій за додатковими статистичними критеріями. Водночас U-критерій менш чутливий, ніж t-критерій.

Застосовуючи критерій Манна-Уїтні, слід також знати деякі обмеження, які стосуються обсягів вибірок. По-перше, мінімальний обсяг вибірок – по 3 особи. Якщо в одній вибірці 2 особи, у іншій має бути мінімум 5. Максимальний обсяг вибірок – по 60 осіб. Однак, як зазначає О.В. Сидоренко, коли обсяги вибірок наближаються до 20, рангування стає доволі громіздким – варто подумати про статистичні програми (Statistica, SPSS).

Ще однією проблемою є зв'язані ранги, які впливають на результат обчислень. Якщо зв'язаних рангів небагато, їх вплив незначний і просто ігнорується. Якщо ж доля зв'язаних рангів є великою (більше половини), результати можуть бути суттєво спотворені. У цьому випадку буде доцільним або звернутися до обчислення у статистичній програмі (Statistica, SPSS), або подумати про t-критерій Стюдента для незалежних вибірок.

КРИТЕРІЙ ЗНАКІВ

| Повна назва та автор | Вихідне джерело | Джерела з описом та прикладами застосування |
|------------------------|--|--|
| Критерій знаків | Сидоренко Е.В. Критерий знаков // В кн.: Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь», 2000. – С. 77-86. | Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных. – СПб.: Речь, 2004. – С. 178. Музика О.Л. Курсові роботи з психології. Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007 – С. 54-55. Климчук В.О. Математичні методи у психології. Навчальний посібник для студентів психологічних спеціальностей. К.: Освіта України, 2009. – С. 79-80. |

Теоретичні засади та історія виникнення

Критерій знаків вперше було описано фізиком, математиком, публіцистом і сатириком Дж. Арбетнотом у роботі «Аргументи щодо Божественного Провидіння, отримані на основі регулярності народження людей обох статей» (1710), у якій він перевіряв, чи перевищує 50% доля народження хлопчиків у Лондоні. Пізніше виявилось, що критерій знаків є частинним випадком іншого критерію – біноміального – тому, як зазначає О.В. Сидоренко, інколи критерій знаків називають критерієм Мак-Немара.

Сфера застосування

Критерій знаків використовується для порівняння між собою результатів досліджень у двох залежних вибірках. Формальним критерієм залежності вибірок є наявність кореляції між ними. З точки зору змісту залежними є ті вибірки, між членами яких можна встановити однозначну відповідність. Прикладом залежних вибірок може бути експериментальна група до та після експериментального впливу. До певної міри залежними можна вважати вибірки, одна з яких сформована із чоловіків, а друга – з їх дружин, або одна вибірка – брати, друга – їх сестри.

Застосовувавши критерій знаків, ми дізнаємося, наскільки *статистично значимі відмінності* між двома залежними вибірками і, відповідно, наскільки впевнено можна робити висновки про ці відмінності. Наприклад, можна зробити висновок про ефективність тренінгової роботи – слід перевірити статистичну значимість відмінностей середніх показників до та після тренінгу в експериментальній та контрольній групах.

Важливою перевагою критерія знаків є можливість його застосування не лише до кількісних, але й до якісних показників.

Опис методики (обчислення без використання комп'ютера)

Застосовувати критерій знаків варто за таким алгоритмом:

1. Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок (\bar{X}_1 та \bar{X}_2);
2. Сформулюйте нульову і альтернативну статистичні гіпотези (H_0 та H_1):
 H_0 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 випадкові (або їх взагалі не існує).
 H_1 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 достовірні, значимі на рівні $p \leq 0,05$.
3. Дані обох груп записуємо поруч, щоб кожному досліджуваному відповідала його пара значень.
4. Порівнюємо пару значень кожного досліджуваного. Якщо спостерігається зростання показника – ставимо знак «+», якщо спадання – знак «-», показник не змінився – знак «=».

- Підраховуємо кількість тих знаків, які нас цікавлять (якщо нас цікавить зростання показників – це будуть знаки «+», а якщо спадання – знаки «-»). Отримана кількість знаків і буде емпіричним значенням критерія знаків ($G_{\text{емп}}$)
- Зверніться до таблиці критичних значень. У комірці, що відповідає обсягу вибірки (n), знайдіть критичне значення ($G_{\text{крит}}$):

Таблиця 1.

Критичні значення критерію знаків ($p \leq 0,05$)²

| n | $G_{\text{кр}}$ | n | $G_{\text{кр}}$ | n | $G_{\text{кр}}$ |
|----|-----------------|----|-----------------|----|-----------------|
| 6 | 6 | 16 | 13 | 26 | 19 |
| 7 | 7 | 17 | 13 | 27 | 20 |
| 8 | 8 | 18 | 14 | 28 | 20 |
| 9 | 8 | 19 | 15 | 29 | 21 |
| 10 | 9 | 20 | 15 | 30 | 21 |
| 11 | 10 | 21 | 16 | 31 | 22 |
| 12 | 10 | 22 | 17 | 32 | 23 |
| 13 | 11 | 23 | 17 | 33 | 23 |
| 14 | 12 | 24 | 18 | 34 | 24 |
| 15 | 12 | 25 | 18 | 35 | 24 |

- Порівняйте обчислене вами $G_{\text{емп}}$ та знайдене у таблиці $G_{\text{крит}}$. Якщо $G_{\text{емп}} < G_{\text{крит}}$ – приймається гіпотеза H_0 ; якщо $G_{\text{емп}} \geq G_{\text{крит}}$ – приймається гіпотеза H_1 на рівні $p \leq 0,05$

Опис методики (обчислення за допомогою програми Statistica 6.0)

Таблиця 2.

Обчислення критерію знаків

- Обчисліть середні арифметичні для обох вибірок (\bar{X}_1 та \bar{X}_2);
- Сформулюйте нульову і альтернативну статистичні гіпотези (H_0 та H_1):
 H_0 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 випадкові (або їх взагалі не існує).
 H_1 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 достовірні, значимі на рівні $p \leq 0,05$.
- Дані обох груп внесіть до таблиці у програмі Statistica, щоб кожному досліджуваному відповідали його пара значень.
- Оберіть в головному меню пункт **Статистики**, підпункт **Непараметрические данные**.

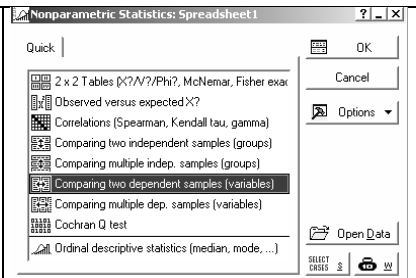
The screenshot shows the Statistica 6.0 interface. At the top, there's a window titled 'Data: Spreadsheet1 * (2v by 10c)'. Below it, a table with 10 rows and 2 columns is visible. The columns are labeled '1' and '2'. The data in the table is as follows:

| | 1 | 2 |
|----|---|---|
| 1 | 2 | 4 |
| 2 | 3 | 5 |
| 3 | 4 | 6 |
| 4 | 5 | 7 |
| 5 | 6 | 8 |
| 6 | 5 | 8 |
| 7 | 4 | 7 |
| 8 | 5 | 8 |
| 9 | 6 | 8 |
| 10 | 7 | 9 |

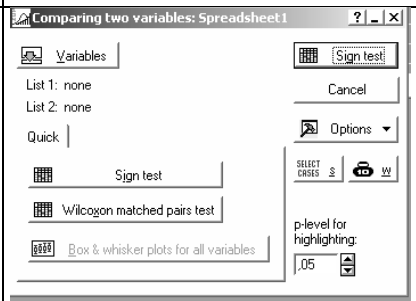
Below the table, the 'Stat' menu is open, showing various statistical analysis options. The option 'Непараметрические данные' (Nonparametric data) is highlighted.

² Музика О.Л. Курсові роботи з психології. Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007 – С. 55.

5. У вікні, що з'явилося, оберіть пункт **Порівняння двох залежних вибірок (Comparing two dependent samples)**.



6. В наступному вікні слід обрати змінні, натиснувши кнопку **Variables**, а після вибору змінних – кнопку **Критерій знаків (Sign test)**.



7. На рис. 2. показано, як будуть виглядати результати Ваших обчислень. Значення критерію представлено відповідній колонці **Z**, а статистична значимість – у колонці **p-level**.

| Sign Test (Spreadsheet1) | | | | |
|--|-----------------|-----------------|----------|----------|
| Marked tests are significant at p < .05000 | | | | |
| Pair of Variables | No. of Non-ties | Percent $v < V$ | Z | p-level |
| До експерименту & Після експерименту | 9 | 100,0000 | 2,666667 | 0,007661 |

Рис. 2. Результати обчислення критерію знаків за допомогою програми Statistica

Особливості обчислення та інтерпретації

Прийняття гіпотези H_0 дає підстави стверджувати, що значимих відмінностей між вибірками (за параметром, що досліджувався) не виявлено. Прийняття гіпотези H_1 на рівні $p \leq 0,05$ дає підстави для такого висновку: за параметром, що досліджувався, між групами виявлено відмінності, статистично значимі на рівні $p \leq 0,05$. Зі статистичної точки зору це означає, що у 5% випадків ми можемо помилитися і виявлені нами відмінності не проявляться.

Розроблені також таблиці критичних значень для рівня $p \leq 0,01$ та для вибірок обсягом до 300 осіб (див. Сидоренко Е.В., с. 323).

Обмеження застосування

Критерій знаків є непараметричним, тобто при його застосуванні знімається вимога нормальності розподілу і вимога рівності дисперсій. В цьому плані критерій менш вимогливий, ніж його параметричний аналог – t-критерій Стюдента для залежних вибірок, застосування якого вимагає і перевірки нормальності розподілу, і порівняння дисперсій за додатковими статистичними критеріями. Водночас критерій знаків менш чутливий, ніж t-критерій. Існує непараметричний аналог критерія знаків – Т-критерій Вілкоксона, однак його використання обмежене вибірками, в яких розподіл даних симетричний відносно медіани, а така умова не завжди виконується.

Вимоги до вибірок: мінімальний обсяг вибірок – 5 осіб, максимальний – 300.

Т-КРИТЕРІЙ СТЬЮДЕНТА

| Повна назва та автор | Вихідне джерело | Джерела з описом та прикладами застосування |
|-----------------------------|---|---|
| t-критерій Стьюдента | Gosset, W.S. («Student») <i>The probable error of a mean. Biometrika</i> , 6 (1908), pp. 1-25. | Климчук В.О. <i>Математичні методи у психології</i> . – К.: Освіта України, 2009. – С. 83-106. Наследов А.Д. <i>Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных</i> . – СПб.: Речь, 2004. – С. 162-171. |

Теоретичні засади та історія виникнення

t-критерій розроблений англійським математиком Вільямом С. Госсетом (1876-1937). «Стьюдент» – це псевдонім, під яким В. Госсет друкував свої роботи, працюючи в Дубліні на пивоварні Артура Гіннеса. Інший дослідник, який свого часу працював на Гіннеса, опублікував статтю, що містила конфіденційну комерційну інформацію, – з того часу працівникам підприємства було заборонено публікуватися (незалежно від змісту публікації). Тож В. Госсет, щоб уникнути розголосу і обійти заборону, друкував свої роботи під псевдонімом.

В. Госсет тісно співпрацював із К. Пірсоном (багато його робіт надруковано у Пірсоновському журналі «Біометрика»), і саме К. Пірсон відправив його роботу «*The probable error of a mean*», у якій власне і дається опис t-статистики Р.Фішера. Завдяки пропозиціям Р. Фішера t-критерій набув сучасного вигляду.

У вітчизняній традиції прийнято говорити про t-критерій Стьюдента. В англійській літературі і в статистичних програмах вживають термін «Т-тест».

Сфера застосування

T-критерій Стьюдента використовується у трьох випадках: 1) порівняння середніх показників двох залежних вибірок (t-критерій для залежних вибірок); 2) порівняння середніх показників двох незалежних вибірок (t-критерій для незалежних вибірок); 3) порівняння середнього показника однієї вибірки із певною заданою величиною (t-критерій для однієї вибірки). Розглянутий нами U-критерій Манна-Уїтні є непараметричним аналогом t-критерію для незалежних вибірок, а критерій знаків – аналогом t-критерію для залежних вибірок.

Застосовувавши критерій Стьюдента, ми дізнаємося, наскільки *статистично значимі відмінності* між двома вибірками і, відповідно, наскільки впевнено можна робити висновки про ці відмінності. Ситуації застосування критерію Стьюдента за змістом не відрізняються від ситуацій застосування критерію Манна-Уїтні чи критерію знаків – основна відмінність лежить у царині формальних характеристик числових даних. Зокрема, критерій Стьюдента значно потужніший за свої непараметричні аналоги, але вимагає дотримання двох вимог: 1) відповідності числових даних параметрам нормального розподілу; 2) рівності дисперсій двох вибірок, які порівнюються між собою.

Загальний алгоритм застосування t-критерію Стьюдента

Застосовувати t-критерій слід за такою схемою:

1. Перевірка нормальності розподілу даних у вибірках, що порівнюються.
2. Перевірка рівності (гомогенності) дисперсій незалежних вибірок або перевірка наявності прямого кореляційного зв'язку між залежними вибірками.
3. Власне обчислення t-критерію (схема обчислення критерію різниться залежно від того, порівнюються залежні чи незалежні вибірки; однаковий чи різний обсяг вибірок).
4. Порівняння отриманого емпіричного значення t-критерію із критичним табличним значенням і висновок про підтвердження чи спростування нульової гіпотези про відсутність відмінностей.

Обчислення t-критерію Стьюдента (без застосування комп'ютера)

Перевірка нормальності розподілу даних у вибірках, що порівнюються

На нормальність перевіряють обидві вибірки. Для цього розраховують для кожної вибірки емпіричні значення асиметрії та ексцесу та порівнюють їх із критичними значеннями. Емпіричне значення асиметрії розраховується за такою формулою:

$$A = \frac{\sum_i z_i^3}{n} \quad (1)$$

Формула для емпіричної величини ексцесу має такий вигляд:

$$E = \frac{\sum_i z_i^4}{n} - 3 \quad (2)$$

Для обчислення величин z слід знайти середнє арифметичне (\bar{X}) та стандартне відхилення (σ) і потім розрахувати значення z_i за формулою (3):

$$z_i = \frac{x_i - \bar{X}}{\sigma} \quad (3)$$

Розрахунок стандартного відхилення роблять за формулою (4):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (4)$$

Для розрахунків критичних значень асиметрії та ексцесу користуються формулами (5) та (6):

$$A_{\text{крит}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot (n-1)}{(n+1) \cdot (n+3)}} \quad (5)$$

$$E_{\text{крит}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{24 \cdot n \cdot (n-2) \cdot (n-3)}{(n+1)^2 \cdot (n+3) \cdot (n+5)}} \quad (6)$$

У всіх випадках n – обсяг вибірки.

Далі емпіричні значення асиметрії та ексцесу порівнюють із критичними значеннями. Рішення про нормальність розподілу даних приймають, якщо отримані емпіричні значення менші за критичні.

Перевірка рівності (гомогенності) дисперсій незалежних вибірок

Для перевірки гомогенності дисперсій А.Д. Наследов пропонує використовувати критерій F-Фішера (який теж є параметричним). Перш за все слід сформулювати дві статистичні гіпотези:

Но: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (дисперсії обох вибірок рівні)

Н1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (дисперсії обох вибірок нерівні)

Для проведення обчислень необхідно скористатися формулою F-критерію Фішера (7):

$$F_{\text{емп}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}; df_{\text{чис}} = n_1 - 1; df_{\text{знам}} = n_2 - 1 \quad (7)$$

Нагадаємо, що для отримання величин дисперсій слід стандартні відхилення відповідних вибірок (формула 4) піднести до квадрату.

Критичні значення F-критерію ($F_{\text{крит}}$) шукають у таблиці критичних значень (табл. 1)

Якщо $F_{\text{емп}} \geq F_{\text{крит}}$ – приймають рішення про підтвердження гіпотези про нерівність дисперсій на рівні $p \leq 0,05$ і, відповідно, слід застосовувати не критерій Стьюдента у стандартній формі, а критерій Велша (модифікований критерій Стьюдента для незалежних вибірок із негомогенними дисперсіями).

Таблиця 1.

Критичні значення F-критерію Фішера для перевірки ненаправлених альтернатив
(А.Д. Наследов, 2004, с. 366)

| | | $df_{\text{чис}}$ | | | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 12 | 24 | ... |
| $df_{\text{знам}}$ | 3 | 17,443 | 16,044 | 15,439 | 15,101 | 14,885 | 14,735 | 14,624 | 14,540 | 14,419 | 14,337 | 14,124 | 13,903 |
| | 5 | 10,007 | 8,434 | 7,764 | 7,388 | 7,146 | 6,978 | 6,853 | 6,757 | 6,619 | 6,525 | 6,278 | 6,017 |
| | 7 | 8,073 | 6,542 | 5,890 | 5,523 | 5,285 | 5,119 | 4,995 | 4,899 | 4,761 | 4,666 | 4,415 | 4,144 |
| | 10 | 6,937 | 5,456 | 4,826 | 4,468 | 4,236 | 4,072 | 3,950 | 3,855 | 3,717 | 3,621 | 3,365 | 3,081 |
| | 11 | 6,724 | 5,256 | 4,630 | 4,275 | 4,044 | 3,881 | 3,759 | 3,664 | 3,526 | 3,430 | 3,173 | 2,884 |
| | 12 | 6,554 | 5,096 | 4,474 | 4,121 | 3,891 | 3,728 | 3,607 | 3,512 | 3,374 | 3,277 | 3,019 | 2,726 |
| | 13 | 6,414 | 4,965 | 4,347 | 3,996 | 3,767 | 3,604 | 3,483 | 3,388 | 3,250 | 3,153 | 2,893 | 2,597 |
| | 14 | 6,298 | 4,857 | 4,242 | 3,892 | 3,663 | 3,501 | 3,380 | 3,285 | 3,147 | 3,050 | 2,789 | 2,489 |
| | 15 | 6,200 | 4,765 | 4,153 | 3,804 | 3,576 | 3,415 | 3,293 | 3,199 | 3,060 | 2,963 | 2,701 | 2,397 |
| | 16 | 6,115 | 4,687 | 4,077 | 3,729 | 3,502 | 3,341 | 3,219 | 3,125 | 2,986 | 2,889 | 2,625 | 2,318 |
| | 18 | 5,978 | 4,560 | 3,954 | 3,608 | 3,382 | 3,221 | 3,100 | 3,005 | 2,866 | 2,769 | 2,503 | 2,189 |
| | 20 | 5,871 | 4,461 | 3,859 | 3,515 | 3,289 | 3,128 | 3,007 | 2,913 | 2,774 | 2,676 | 2,408 | 2,087 |
| | 30 | 5,568 | 4,182 | 3,589 | 3,250 | 3,026 | 2,867 | 2,746 | 2,651 | 2,511 | 2,412 | 2,136 | 1,789 |
| | 40 | 5,424 | 4,051 | 3,463 | 3,126 | 2,904 | 2,744 | 2,624 | 2,529 | 2,388 | 2,288 | 2,007 | 1,639 |
| | 50 | 5,340 | 3,975 | 3,390 | 3,054 | 2,833 | 2,674 | 2,553 | 2,458 | 2,317 | 2,216 | 1,931 | 1,548 |
| | 70 | 5,247 | 3,890 | 3,309 | 2,975 | 2,754 | 2,595 | 2,474 | 2,379 | 2,237 | 2,136 | 1,847 | 1,438 |
| | 100 | 5,179 | 3,828 | 3,250 | 2,917 | 2,696 | 2,537 | 2,417 | 2,321 | 2,179 | 2,077 | 1,784 | 1,351 |
| | 200 | 5,100 | 3,758 | 3,182 | 2,850 | 2,630 | 2,472 | 2,351 | 2,256 | 2,113 | 2,010 | 1,712 | 1,233 |
| | ... | 5,027 | 3,692 | 3,119 | 2,788 | 2,569 | 2,411 | 2,290 | 2,194 | 2,051 | 1,947 | 1,643 | |

Перевірка кореляції даних у залежних вибірках

Для обчислення коефіцієнта кореляції доцільно користуватися г-Пірсона (який теж є параметричним критерієм і вимагає перевірки нормальності розподілу даних, але ми ж таку перевірку вже зробили ☺).

Передусім сформулюємо дві статистичні гіпотези:

H_0 : $r=0$ (кореляційний зв'язок між даними відсутній);

H_1 : $r>0$; $p<0,05$ (існує прямий кореляційний зв'язок між даними, який значимий на рівні 0,05).

Для обчислення коефіцієнта кореляції Пірсона варто скористатися розрахунковою формулою (8) та таблицею критичних значень коефіцієнта кореляції Пірсона (табл. 2).

$$r = \frac{n \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - \left(\sum x_i \right) \left(\sum y_i \right)}{\sqrt{\left(n \cdot \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2 \right) \cdot \left(n \cdot \sum y_i^2 - \left(\sum y_i \right)^2 \right)}} \quad (8)$$

де:

n – обсяг вибірки;

Отриманий коефіцієнт r порівнюють із критичним значенням (табл. 2), і якщо $r < r_{\text{крит}}$ – приймають гіпотезу H_0 про відсутність кореляції, а якщо $r \geq r_{\text{крит}}$ – приймають гіпотезу H_1 про те, що існує прямий кореляційний зв'язок між даними, який значимий на рівні $p<0,05$.

Таблиця 2.

Критичні значення коефіцієнта кореляції Пірсона
(А.Д. Наследов, 2004, с. 363)

| n | 0,05 | 0,01 | n | 0,05 | 0,01 | n | 0,05 | 0,01 |
|----|------|------|----|------|------|----|------|------|
| 5 | 0,89 | 0,96 | 16 | 0,50 | 0,62 | 27 | 0,38 | 0,49 |
| 6 | 0,81 | 0,92 | 17 | 0,48 | 0,61 | 28 | 0,37 | 0,48 |
| 7 | 0,75 | 0,88 | 18 | 0,47 | 0,59 | 29 | 0,37 | 0,47 |
| 8 | 0,71 | 0,83 | 19 | 0,46 | 0,58 | 30 | 0,36 | 0,46 |
| 9 | 0,67 | 0,80 | 20 | 0,44 | 0,56 | 31 | 0,36 | 0,46 |
| 10 | 0,63 | 0,77 | 21 | 0,43 | 0,55 | 32 | 0,35 | 0,45 |
| 11 | 0,60 | 0,74 | 22 | 0,42 | 0,54 | 33 | 0,34 | 0,44 |
| 12 | 0,58 | 0,71 | 23 | 0,41 | 0,53 | 34 | 0,34 | 0,44 |
| 13 | 0,55 | 0,68 | 24 | 0,40 | 0,52 | 35 | 0,33 | 0,43 |
| 14 | 0,53 | 0,66 | 25 | 0,40 | 0,51 | 36 | 0,33 | 0,42 |
| 15 | 0,51 | 0,64 | 26 | 0,39 | 0,50 | 37 | 0,32 | 0,42 |

Обчислення t-критерію Стьюдента для однієї вибірки

1. Сформулюйте статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності між \bar{X} та A випадкові і незначимі.

H_1 – відмінності між \bar{X} та A достовірні, значимі.

2. Обчисліть емпіричне значення t-критерію ($t_{\text{емп}}$) за формулою (9):

$$t_{\text{емп}} = \frac{|\bar{X} - A|}{\sigma / \sqrt{n}}; df = n - 1 \quad (9)$$

де:

\bar{X} – середнє арифметичне;

A – величина, з якою середнє арифметичне порівнюється;

σ – стандартне відхилення (див. формулу 4);

n – обсяг вибірки;

df – число ступенів свободи.

3. Врахувавши число ступенів свободи (df) у таблиці критичних значень (табл. 3), знайдіть $t_{\text{крит}}$ і порівняйте отримані значення:

– якщо $t_{\text{емп}} \geq t_{\text{табл}}$ – приймають гіпотезу H_1 ;

– якщо $t_{\text{емп}} < t_{\text{табл}}$ – приймають гіпотезу H_0 .

Обчислення t-критерію Стьюдента для незалежних вибірок (гомогенні дисперсії)

1. Сформулюйте статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 випадкові і незначимі.

H_1 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 достовірні, значимі.

2. Обчисліть емпіричне значення t-критерію ($t_{\text{емп}}$) за формулою (10), якщо обсяги вибірок однакові, або за формулою (11), якщо обсяги вибірок різні:

$$t_{\text{емп}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{n}}}; df = 2n - 2 \quad (10)$$

$$t_{\text{емп}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)\sigma_1^2 + (n_2-1)\sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}; df = n_1 + n_2 - 2 \quad (11)$$

де:

\bar{X}_1, \bar{X}_2 – середні арифметичні;

σ_1^2, σ_2^2 – дисперсії відповідних вибірок;

n, n_1, n_2 – обсяги вибірок;

df – число ступенів свободи.

3. Врахувавши число ступенів свободи (df) у таблиці критичних значень (табл. 3) знайдіть $t_{\text{крит}}$ і порівняйте отримані значення:

– якщо $t_{\text{емп}} \geq t_{\text{табл}}$ – приймають гіпотезу H_1 ;

– якщо $t_{\text{емп}} < t_{\text{табл}}$ – приймають гіпотезу H_0 .

Обчислення t-критерію Велша для незалежних вибірок (модифікований t-критерій Стьюдента для вибірок із негомогенними дисперсіями)

Процедура обчислення критерію Велша відрізняється лише формулою для обчислення величини t та числа ступенів свободи (12 та 13):

$$t_{\text{емп}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad (12)$$

$$df = \frac{(\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2)^2}{(\sigma_1^2/n_1)^2/(n_1-1) + (\sigma_2^2/n_2)^2/(n_2-1)} \quad (13)$$

де:

\bar{X}_1, \bar{X}_2 – середні арифметичні

σ_1^2, σ_2^2 – дисперсії відповідних вибірок;

n_1, n_2 – обсяги вибірок;

Обчислення t-критерію Стьюдента для залежних вибірок

1. Сформулюйте статистичні гіпотези:

H_0 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 випадкові і незначимі.

H_1 – відмінності між \bar{X}_1 та \bar{X}_2 достовірні, значимі.

2. Оскільки тут ми маємо справу із залежними вибірками, фактично – із парами значень, то одиницею аналізу є різниця між цими парами значень. Саме тому спершу слід обчислити величини d_i – різниці між усіма парами значень.

3. Обчисліть емпіричне значення t-критерію ($t_{\text{емп}}$) за формулою (14):

$$t_{\text{емп}} = \frac{|\bar{X}_d|}{\sigma_d / \sqrt{n}}; df = n - 1 \quad (14)$$

де:

\bar{X}_d – середнє арифметичне різниць пар значень;

σ_d – стандартне відхилення різниць пар значень;

n – обсяг вибірки;

df – число ступенів свободи.

3. Врахувавши число ступенів свободи (df) у таблиці критичних значень (табл. 3), знайдіть $t_{крит}$ і порівняйте отримані значення:

- якщо $t_{емп} \geq t_{табл}$ – приймають гіпотезу H_1 ;
- якщо $t_{емп} < t_{табл}$ – приймають гіпотезу H_0 .

Таблиця 3.

Критичні значення t –критерію Стьюдента³

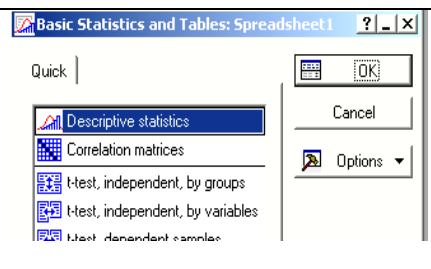
| df | Рівні значимості | | | df | Рівні значимості | | |
|------|------------------|-------|-------|----------|------------------|------|-------|
| | 0,05 | 0,01 | 0,001 | | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
| 1 | 12,71 | 63,60 | | 21 | 2,08 | 2,83 | 3,82 |
| 2 | 4,30 | 9,93 | 31,60 | 22 | 2,07 | 2,82 | 3,79 |
| 3 | 3,18 | 5,84 | 12,94 | 23 | 2,07 | 2,81 | 3,77 |
| 4 | 2,78 | 4,60 | 8,61 | 24 | 2,06 | 2,80 | 3,75 |
| 5 | 2,57 | 4,03 | 6,86 | 25 | 2,06 | 2,79 | 3,73 |
| 6 | 2,45 | 3,71 | 5,96 | 26 | 2,06 | 2,78 | 3,71 |
| 7 | 2,37 | 3,50 | 5,41 | 27 | 2,05 | 2,77 | 3,69 |
| 8 | 2,31 | 3,36 | 5,04 | 28 | 2,05 | 2,76 | 3,67 |
| 9 | 2,26 | 3,25 | 4,78 | 29 | 2,04 | 2,76 | 3,66 |
| 10 | 2,23 | 3,17 | 4,59 | 30 | 2,04 | 2,75 | 3,65 |
| 11 | 2,20 | 3,11 | 4,44 | 40 | 2,02 | 2,70 | 3,55 |
| 12 | 2,18 | 3,06 | 4,32 | 50 | 2,01 | 2,68 | 3,50 |
| 13 | 2,16 | 3,01 | 4,22 | 60 | 2,00 | 2,66 | 3,46 |
| 14 | 2,15 | 2,98 | 4,14 | 80 | 1,99 | 2,64 | 3,42 |
| 15 | 2,13 | 2,95 | 4,07 | 100 | 1,98 | 2,63 | 3,39 |
| 16 | 2,12 | 2,92 | 4,02 | 120 | 1,98 | 2,62 | 3,37 |
| 17 | 2,11 | 2,90 | 3,97 | 200 | 1,97 | 2,60 | 3,34 |
| 18 | 2,10 | 2,88 | 3,92 | 500 | 1,96 | 2,59 | 3,31 |
| 19 | 2,09 | 2,86 | 3,88 | ∞ | 1,96 | 2,58 | 3,29 |
| 20 | 2,09 | 2,85 | 3,85 | | | | |

Обчислення t-критерію Стьюдента за допомогою програми Statistica 6.0

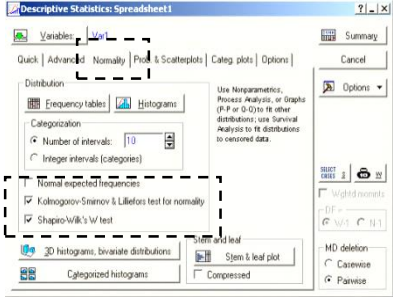
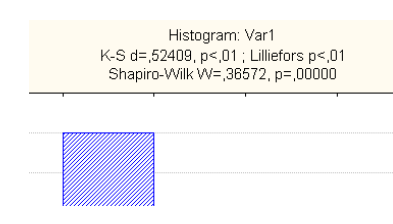
Перевірка нормальності розподілу даних

У разі використання комп'ютера для перевірки нормальності розподілу даних доцільно користуватися критерієм Колмогорова-Смірнова, критерієм Лілліфорса або W-критерієм Шапіро-Вілکا:

- Після введення даних до програми у її головному меню виберіть **Основні статистики і таблиці (Basic Statistics and tables)**. У вікні, що з'явилось, оберіть пункт **Описові статистики (Descriptive statistics)**.



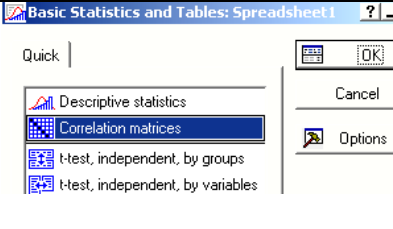
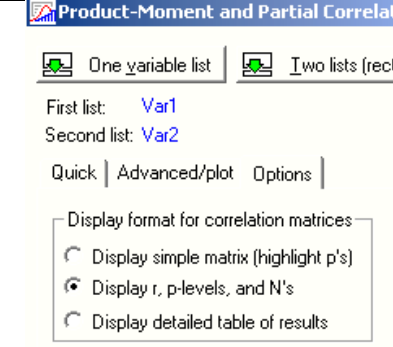
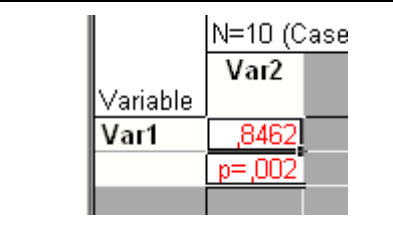
³ Музика О.Л. Курсові роботи з психології: навчально-методичний посібник. – Житомир, 1999.

| | |
|---|--|
| <p>2. У вікні Описові статистики виберіть закладку Normality і в ній поставте галочки навпроти пунктів Kolmogorov-Smirnov & Lilliefors test for normality та Shapiro-Wilk's W test.</p> <p>3. Після цього натисніть кнопку Histograms і ви отримаєте частотний розподіл ваших даних.</p> |  |
| <p>4. Результати обчислень за обраними критеріями будуть знаходитися у верхній частині гістограми і інтерпретуються у такий спосіб: якщо статистична значимість хоча б одного критерію менше 0,05 ($p \leq 0,05$), то ваші дані розподілені ненормально.</p> |  |

Перевірка рівності (гомогенності) дисперсій незалежних вибірок

Для перевірки гомогенності дисперсій незалежних вибірок у програмі Statistica є два критерії: критерій Левена та критерій Брауна-Форсайта. Ці критерії доступні в діалоговому вікні обчислення критерію Стюдента. Зауважимо, що критерій Брауна-Форсайта рекомендують використовувати для порівняння дисперсій вибірок різного обсягу.

Перевірка наявності прямого кореляційного зв'язку між залежними вибірками

| | |
|---|--|
| <p>1. Після введення даних до програми у її головному меню виберіть Основні статистики і таблиці (Basic Statistics and tables). У вікні, що з'явилося, оберіть пункт Correlation matrices.</p> |  |
| <p>2. У вікні виберіть закладку Options і в ній поставте крапку навпроти пункту Display, p-levels, and N's (це необхідно для того, щоб потім у вікні результатів отримати інформацію про статистичну значимість коефіцієнта кореляції).</p> <p>3. Після цього натисніть кнопку Two lists та оберіть змінні, кореляцію між якими ви шукаєте.</p> <p>4. Натисніть кнопку Summary.</p> |  |
| <p>5. Результати обчислень ви отримаєте у вигляді таблиці, в якій у верхній комірці стоятиме значення коефіцієнта кореляції Пірсона, а у нижній – його статистична значимість. Якщо статистична значимість менше 0,05 ($p \leq 0,05$), то коефіцієнт кореляції є статистично значимим.</p> |  |

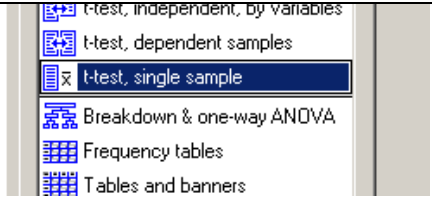
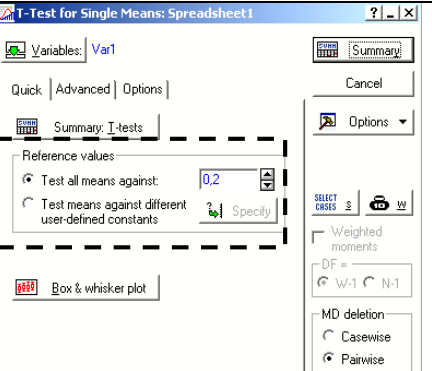
Обчислення t-критерію Стьюдента для однієї вибірки

1. Після введення даних до програми у її головному меню виберіть **Основні статистики і таблиці (Basic Statistics and tables)**. У вікні, що з'явилося, оберіть пункт **t-test, single samples**.

2. Натиснувши кнопку **Variables**, оберіть змінну для аналізу, після чого навпроти пункту **Test all means against** поставте число, із яким ви порівнюєте середнє арифметичне.

3. Після цього натисніть кнопку **Summary**.

4. У вікні результатів зверніть увагу на комірку **t-value** (це величина t-критерію) та **p** (це статистична значимість).

| Test of means against reference constant (value) (Spreadsheet1) | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----|----------|--------------------|----------|----|----------|
| Variable | Mean | Std.Dev. | N | Std.Err. | Reference Constant | t-value | df | p |
| Var1 | 1,700000 | 0,483046 | 10 | 0,152753 | 0,200000 | 9,819805 | 9 | 0,000004 |

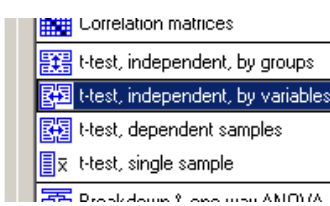
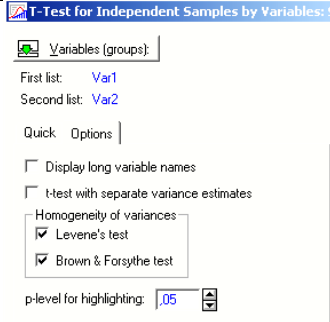
Якщо $p \leq 0,05$ – відмінності між середнім арифметичним вашого ряду даних та заданого числа статистично значимі.

Обчислення t-критерію Стьюдента для незалежних вибірок

1. Після введення даних до програми у її головному меню виберіть **Основні статистики і таблиці (Basic Statistics and tables)**. У вікні, що з'явилося, оберіть пункт **t-test, independent, by variables**.

2. Натиснувши кнопку **Variables**, оберіть змінну для аналізу, після чого оберіть закладку **Options**, і у ній поставте галочки навпроти **Levene's test** та/або **Brown & Forsythe test**.

3. Після цього натисніть кнопку **Summary**.

4. У вікні результатів зверніть увагу на комірку **t-value** (це величина t-критерію), **p** (це статистична значимість) та **p Levene** (та/або **p Brn-Fors**).

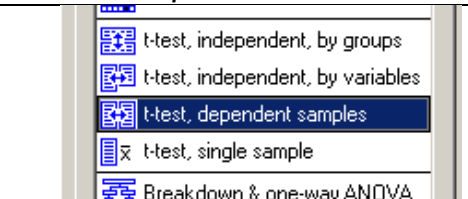
Note: Variables not treated as independent samples

| Mean Group 1 | Mean Group 2 | t-value | df | p | Valid N Group 1 | Valid N Group 2 | Std.Dev. Group 1 | Std.Dev. Group 2 | F-ratio Variances | Valid N |
|--------------|--------------|----------|----|----------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-------------------|---------|
| 1,700000 | 13,33333 | -1,13538 | 17 | 0,271973 | 10 | 9 | 0,483046 | 32,50385 | 4527,857 | 0 |

Якщо $p \leq 0,05$ – відмінності між середніми арифметичними незалежних вибірок статистично значимі. Якщо $p \text{ Levene} \leq 0,05$ (або $p \text{ Brn-Fors} \leq 0,05$) – дисперсії вибірок нехомогенні (суттєво відрізняються), а тому результату обчислень t-критерію довіряти не варто.

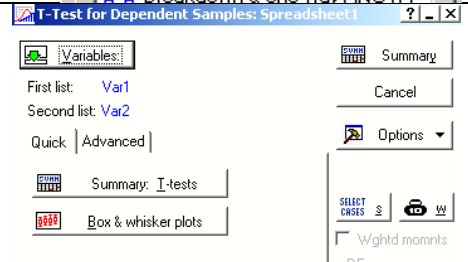
Обчислення t-критерію Стьюдента для залежних вибірок

1. Після введення даних до програми у її головному меню виберіть **Основні статистики і таблиці (Basic Statistics and tables)**. У вікні, що з'явилася, оберіть пункт **t-test, dependent samples**.



2. Натиснувши кнопку **Variables**, оберіть змінну для аналізу, після чого оберіть закладку **Options** і у ній поставте галочки навпроти **Levene's test** та/або **Brown & Forsythe test**.

3. Після цього натисніть кнопку **Summary**.



4. У вікні результатів зверніть увагу на комірку **t** (це величина t-критерію) та **p** (це статистична значимість).

Marked differences are significant at $p < ,05000$

| able | Mean | Std.Dev. | N | Diff. | Std.Dev. Diff. | t | df | p |
|------|----------|----------|----|----------|----------------|----------|----|----------|
| 1 | 1,70000 | 0,48305 | | | | | | |
| 2 | 12,20000 | 30,85378 | 10 | -10,5000 | 30,75440 | -1,07965 | 9 | 0,308381 |

Якщо $p \leq 0,05$ – відмінності між середніми арифметичними залежних вибірок статистично значимі.

Особливості обчислення та інтерпретації

Перевірка нормальності розподілу є обов'язковою процедурою для t-критерію Стьюдента, оскільки він був розроблений виключно для аналізу даних, розподілених нормально. У випадку проведення обчислень без комп'ютера для перевірки нормальності використовуються обчислення асиметрії та ексцесу. У програмі Statistica є статистичні критерії для перевірки нормальності – критерій Колмогорова-Смирнова, критерій Лілліфорса, W-критерій Шапіро-Вілкса. Останнім часом більшість закордонних дослідників орієнтуються на критерій Лілліфорса, який власне є удосконаленим критерієм Колмогорова-Смирнова, або на критерій Шапіро-Вілкса. Зверніть увагу, що перевірка нормальності полягає у аналізі відмінностей між частотним розподілом, побудованим на основі ваших даних, і нормальним розподілом, тому позитивним результатом є підтвердження нульової гіпотези – отримання

статистично незначимого результату, при якому p більше 0,05 ($p > 0,05$). Якщо перевірка нормальності дала негативний результат ($p \leq 0,05$) – скористайтеся непараметричними критеріями. Непараметричним аналогом t -критерію для залежних вибірок є критерій знаків, а критерію для незалежних вибірок – U -критерій Манна-Уїтні.

Перевірка гомогенності дисперсій необхідна лише у випадку обчислення t -критерію Стюдента для незалежних вибірок. У цьому випадку найпростіший спосіб (у випадку роботи без комп'ютера) – це F -критерій Фішера. Якщо ж використовується програма Statistica, тоді варто скористатися критерієм Левена (якщо вибірки однакові) або критерієм Брауна-Форсайта (якщо вибірки суттєво різняться за обсягом). Як і в випадку з перевіркою нормальності, позитивним є результат, при якому статистична значимість відмінностей між дисперсіями p більше 0,05 ($p > 0,05$). Якщо перевірка гомогенності дисперсій дала негативний результат ($p \leq 0,05$), скористайтеся непараметричним критерієм Манна-Уїтні або ж критерієм Велша.

Перевірка кореляції стосується залежних вибірок. Як для варіанту обчислень без комп'ютера, так і для роботи у програмі Statistica оптимальним є використання коефіцієнта кореляції Пірсона. Позитивним для дослідника є результат, при якому отримується статистично значиме значення r ($p \leq 0,05$). У разі негативного результату (кореляція між залежними вибірками виявилася незначимою, але розподіл даних при цьому нормальний) для обчислень слід використати критерій Стюдента для незалежних вибірок.

Обмеження застосування

Оскільки t -критерій Стюдента є параметричним, його застосування супроводжується рядом обмежень. Загальне обмеження для усіх варіантів критерію Стюдента – нормальність розподілу. Якщо дані розподілені ненормально, застосовувати критерій Стюдента не можна.

Обмеження, яке стосується виключно t -критерію Стюдента для незалежних вибірок, – гомогенність дисперсій обох вибірок. Якщо дисперсії негомогенні, користуватися цим варіантом критерію Стюдента не можна, – слід обрати критерій Велша.

Останнє обмеження стосовно t -критерію Стюдента для залежних вибірок – наявність значимого прямого кореляційного зв'язку між залежними вибірками. Якщо такої прямої кореляції немає, користуватися цим варіантом критерію Стюдента теж не можна.

Стосовно обсягів вибірок, жорстких обмежень немає. Однак дуже важко отримати нормальний розподіл на малих вибірках, тому досить часто дослідники для малих вибірок не проводять перевірки нормальності, а одразу застосовують непараметричні критерії (Манна-Уїтні, знаків тощо). Подібний крок відносно великих вибірок і критерію Стюдента є неправильним, адже великий обсяг вибірки зовсім не є гарантією нормальності розподілу даних.

5.2. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНОГО ЗАВДАННЯ З КУРСУ «МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В ПСИХОЛОГІЇ»

Клієнтський запит

Ви працюєте психологом в одній зі шкіл міста. До вас звернувся директор школи: «Мене непокоїть, що вчителі вважають учнів 5-А класу розумнішими і успішнішими у навчанні, ніж учнів 5-Б класу. Це погано впливає на психологічний клімат у колективі і на розвиток самих дітей. Може, так і є насправді, але мені здається, що це все вигадки, які невідомо звідки з'явилися. Я постійно спілкуюся із цими дітьми – всі нібито нормальні. Можете ви щось зробити, щоб переконати вчителів у цьому? І якось перевірити, чи змінилося щось після вашої роботи?».

Обов'язкова програма при виконанні завдання

1. Сплануйте та проведіть дослідження, у якому ви зможете зібрати інформацію про навчальну успішність дітей 5-А та 5-Б класів, а також про уявлення учителів про їх інтелектуальний розвиток.
2. Для порівняння успішності дітей, а також уявлень учителів про їх розвиток застосуйте U-критерій Манна-Уїтні, а для вивчення динаміки уявлень учителів до та після вашого виступу – критерій знаків.
3. Результати дослідження навчальної успішності дітей представте у вигляді виступу на педраді. У текст виступу включіть результати проведених вами досліджень.
4. Результати дослідження зміни уявлень учителів про учнів після зборів представте у вигляді звіту.

ХІД РОБОТИ НАД ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНИМ ЗАВДАННЯМ

I. ЕТАП ПЕРВИННОГО АНАЛІЗУ ПРОБЛЕМИ

1.1. Категоріально-термінологічне довизначення проблеми, з якою звернулися до психолога

Клієнт. Мене непокоїть, що вчителі вважають учнів 5-А класу розумнішими і успішнішими у навчанні, ніж учнів 5-Б класу. Це погано впливає на психологічний клімат у колективі і на розвиток самих дітей. Може, так і є насправді, але мені здається, що це все вигадки, які невідомо звідки з'явилися. Я постійно спілкуюся із цими дітьми – всі нібито нормальні. Можете ви щось зробити, щоб переконати вчителів у цьому? І якось перевірити, чи змінилося щось після вашої роботи?

Психолог. А чим ці класи різняться?

Клієнт. 5-А клас – це випускники нашої досвідченої Алли Петрівни, вони вже її четвертий випуск. А 5-Б клас спочатку був у Надії Федорівни, потім вона пішла у декретну відпустку, і він перейшов до Вероніки Францівни, нашої нової вчительки. Вони – її перший випуск.

Психолог. Я зрозумів. Ви вважаєте, що ми маємо справу із своєрідним ефектом «ореолу» – явищем, при якому ми сприймаємо особистість через призму наперед сформованого і часто хибного уявлення про її минуле, зовнішність, певні вчинки. Кажуть: «Зустрічають по одягу». І ви б хотіли, щоб цей ефект не заважав учителям об'єктивно сприймати учнів: щоб ми «проводжали за розумом».

1.2. Формування реалістичних очікувань у людини, яка звернулася за допомогою, та визначення напрямків практичної роботи психолога

Опис меж компетенції

Психолог. Перш, ніж ми намітимо план роботи і визначимося із очікуваними результатами, хочу сказати, що людські упередження надзвичайно стійкі. Я можу виступити перед учителями, розповісти про ефект ореолу, але слід реально оцінювати мої можливості.