

ЕВОЛЮЦІЯ ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

На основі аналізу програм з математики, шкільних підручників і навчальних посібників із стереометрії визначено особливості вивчення геометричних тіл у різні періоди, виділено основні типи структури вивчення розділу "Геометричні тіла", подано табличну систематизацію основних тем.

Повсякденне життя людини, побут, професійна діяльність і вся навколишня природа пов'язані з просторовими геометричними об'єктами: призмами, пірамідами, конусами, циліндрами, кулями та їх комбінаціями. Часто виникає практична необхідність визначити об'єм чи поверхню об'єктів природи та побуту, дослідити їх взаємне розташування та визначити оптимальні розміри. Дослідження геометричних тіл є первинним видом інтелектуальної діяльності людства. Геометрія вивчає просторові форми та їх відношення і тому використовується скрізь, де потрібна найменша точність у визначенні форми і розмірів. Встановлено, що кожний десятий винахід робиться із застосуванням геометрії за рахунок вибору зручної форми, вдалого розташування, тощо. Інженерам, архітекторам, будівельникам, дизайнерам, модельєрам, вченим, дослідникам у найрізноманітніших галузях науки необхідні ґрунтовні знання геометрії, зокрема знання про геометричні тіла.

Геометрія є одним із засобів інтелектуального розвитку людини, має велике розвиваюче значення, стимулює розвиток творчих здібностей. Цей предмет природно пов'язує можливості гармонійного розвитку образного та логічного мислення учнів. А курс стереометрії в рамках дедуктивної структури оперує уявленнями візуального просторового характеру. Людину оточують геометричні тіла найрізноманітніших форм. Багату колекцію геометричних тіл дають нам геологічні і біологічні об'єкти. Просторові геометричні фігури є предметом вивчення стереометрії. Тому потрібно розглядати процес навчання стереометрії ще і як надбання учнями необхідних загальнолюдських знань і цінностей. Для забезпечення засвоєння знань з цього розділу необхідно здійснити орієнтацію на особистість учня і використати специфіку програмного матеріалу про геометричні тіла, які вивчаються в 11 класі.

Різні аспекти проблеми вивчення геометричних тіл знайшли своє відображення в історії розвитку передових ідей в методиці геометрії (С.О. Гур'єв, М.В. Остроградський, А.Ю. Давидов, Н.А. Извольський, М. Кравчук, О.М. Астряб, І.Є. Шиманський, І.Ф. Тесленко) та розробляються у багатьох напрямках на сучасному етапі.

Розробкою змісту, форм і методів вивчення геометрії, зокрема стереометрії, займалися М.І. Антоненко, Г.П. Бевз, Н.В. Гібалова, Н.А. Глаголев, Я.М. Жовнір, С.В. Іванова, А.П. Кисельов, А.Л. Пікус, О.В. Погорелов, В. Тадеєв, В. Д. Чайковський, Л.Г. Філон. Науково-методичне забезпечення процесу навчання геометрії розробляли Л.С. Атанасян, В.Г. Бевз, М.І. Бурда, В.Ф. Бутузов, Т.В. Гришина, С.Б. Кадомцев, Л.С. Кисельова, В.М. Клопський, Г.М. Литвиненко, Е.Г. Позняк, З. А. Скопєць, Ж. Султанов, Н.А. Тарасєнкова, Б.Л. Фуртак, Т.М. Хмара, М.І. Ягдовський.

Навчання учнів розв'язанню стереометричних задач присвячені праці Г.П. Бевза, А.В. Горохольської, Е.Е. Жумаєва, В.Г. Коровіної, І.А. Кушніра, М.І. Лисової, Н.М. Пономаревої, Р.П. Ушакова, А. Халікова, В.П. Хмеля. Методикою впровадження діагностики навчальних досягнень, організацією тематичного контролю, використанням нових інформаційних технологій займаються Я.С. Бродський, О.В. Вітюк, Б.П. Ерднієв, Н.В. Кульчицька, О.Л. Павлов, О. Рудик, З.І. Слєпкань, В.О. Швець. Формування геометричних уявлень і розвиток просторової уяви досліджували С.Б. Верчено, І.Г. Вьяльцева, Г.Д. Глейзер, Б.М. Зозуляк, Г.І. Лернер, Н.В. Кульчицька, Н.Д. Мацько, М. Мухаммедов, І.С. Якиманська.

Проте тільки деякі автори докладно розглядають вивчення розділу "Геометричні тіла", в той час коли він вимагає специфічного підходу і має вирішальне значення для розвитку особистості. Актуальність нашого дослідження зумовлена тим, що довгі роки (майже 20 років) вивчення геометрії велося за підручником О.В. Погорєлова, тим часом з'явилися нові підручники з геометрії інших авторів: Г.П. Бевза, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірової; М.І. Бурди, О.С. Дубинчук, Ю.І. Мальованого; Я.С. Бродського, О.П. Павлова, А.К. Слєпченка; І.М. Смирнової, В.О. Смирнової. Крім того, з'явився ряд посібників для учнів і вчителів, написаних на основі досвіду викладання авторами в загальноосвітніх школах та ліцеях, утворених при вищих навчальних закладах.

Вказані підручники мають відмінності у структурі подання матеріалу, що дає можливість здійснити різні підходи до вивчення геометричних тіл. В даній статті на основі проведеного аналізу ряду підручників, посібників із стереометрії та вивчення особливостей навчальних програм з геометрії нами виділено чотири типи структури вивчення розділу "Геометричні тіла", для яких пропонується таблична систематизація основних тем, яка дає уявлення про головні змістові лінії цього розділу.

Вибравши той чи інший підхід, вчитель повинен спиратися на діючу програму з математики, яка визначає зміст цього розділу. Тим часом програми з математики з 1958 по 2003 рік кардинально змінювалися 7 разів. Ці зміни можна простежити за складеною нами таблицею. Вивчення особливостей цих змін дає можливість зробити висновок, що розділ "Геометричні тіла" є найбільш стабільним розділом стереометрії, але підходи до вивчення тем змінювалися. Нами виділено таких сім основних етапів: 1958-1960 рр., коли вивчення цієї теми відбувалося за двома змістовими лініями (многогранники і тіла обертання); 1961-1965 рр. – перехідний період; 1966-1981 рр., коли залишилися ті ж дві змістові лінії, але теоретичні основи вивчення розділу змінилися (програма А.М. Колмогорова); 1982-1985 рр. – повернення до традиційних підходів у вивченні геометричних тіл (програма Л.С. Понтрягіна). Суттєві зміни в програмі відбулися у 1986 році, і період 1987-1990 рр. характеризу-

ється тим, що вивчення об'ємів тіл і поверхонь тіл обертання було виділено окремими змістовими лініями. Така послідовність викладу матеріалу розділу здійснюється в підручнику О.В. Погорелова. Наступні періоди: 1991-2000 рр., коли вивчення геометричних тіл передбачалося за програмами 11 класу, які містили як і у попередній період чотири розділи (властивості і поверхні многогранників, властивості тіл обертання, об'єми тіл, площі поверхонь тіл обертання); 2001-2003 рр., коли з'явився новий розділ "Комбінації геометричних тіл". Зрозуміло, що не можна залишати однаковими програми протягом кількох десятиріч, але при внесенні змін слід враховувати попередній досвід і старі програми.

Основна мета статті – на основі проведеного аналізу методичної літератури, підручників з геометрії різних авторів, відповідності їх до діючих програм виділити основні типи структури вивчення розділу "Геометричні тіла", подати табличну систематизацію основних тем і на цій основі визначити переваги того чи іншого підходу.

Зміст і обсяг розділу стереометрії "Геометричні тіла" визначаються навчальними програмами. Тому, щоб дізнатися, як вивчали геометричні тіла в шкільному курсі стереометрії, зробимо огляд програм, простежимо, як вони змінювалися та вдосконалювалися у різні періоди розвитку школи.

За програмами, що діяли до 1917 року в школах та гімназіях, вивчалися призма, паралелепіпед, піраміда, поняття про правильні многогранники, рівність і подібність призм і пірамід, циліндр, конус, куля та її частини.

Геометричний розділ першої програми для шкіл України, яку було надруковано у 1921 році, включав поняття про геометричні тіла: куб, паралелепіпед, призму, циліндр, конус; обчислення поверхонь і об'ємів цих тіл. За програмою не передбачалося точних доведень, досить було уявляти розглядувані властивості фігур і вміти застосовувати на практиці.

З 1924 року, коли в Україні було запроваджено комплекси, вивчення різних програмних питань слід було пов'язувати з фізичними явищами та іншими подіями. Математика не вивчалася як окремий предмет. Геометричні тіла, їх поверхні, об'єми включалися питаннями до загальних тем. Задачі вчитель повинен був складати сам з учнями на основі науково-популярної літератури.

У зв'язку з поверненням до класно-урочної системи з обов'язковою програмою і стабільними підручниками в 1932 році вийшли нові предметні програми з математики. Після внесення в них незначних змін у 1938 році програми стабілізувалися і майже не змінювалися до 1954 року. Геометричні тіла вивчалися в такій послідовності: призма, циліндр, піраміда, конус, куля.

При вивченні геометрії за новою програмою 1954 року, в основу якої був покладений принцип політехнічного навчання, зверталась увага на розвиток просторових уявлень та конструктивних умінь учнів. Систематичний курс вивчення геометричних тіл передбачався в X класі ("Многогранники" – 30 год., "Тіла обертання" – 26 год., повторення курсу – 14 год.). Такий розподіл годин зберігався до 1960 року. У 1961 – 1965 роках відбувався перехід на 11-річне навчання. Тому, наприклад, у 1961 р. вивчення геометричних тіл почалося у X класі, у 1962 році продовжувалося в XI класі. У 1965 році одночасно закінчували вивчення розділу X і XI класи. З 1966 року школа повернулася до 10-річного навчання, вивчення геометричних тіл відбувалося в X класі. Вивчення елементів стереометрії в VIII класі (16 годин) було передбачено за програмами в 1974 – 1980 рр. У 1986 році вивчення многогранників почалося у IX класі. З 1990 року відбувся перехід на 11-річне навчання, геометричні тіла вивчаються в XI класі. У 2001 – 2002 навчальному році в IX класі введено розділ "Початкові відомості із стереометрії" (12 год.).

Аналіз програм різних часів дає змогу стверджувати, що зміст розділу стереометрії "Геометричні тіла" – один із найбільш стабільних в курсі шкільної математики. Але з часом необхідно удосконалювати підходи до структури розділу, методів введення понять, вибору методів доведення теорем, враховуючи вимоги до математичної освіти та досвід попередніх років.

Ми виділили чотири основних підходи до побудови структури вивчення розділу "Геометричні тіла". З цією метою проведено аналіз послідовності вивчення понять розділу, методів доведень в підручниках різних часів.

Із деякими відмінностями цій схемі відповідають підручники: А.П. Кисельов. Елементарна геометрія. Стереометрія [1]; Н.А. Глаголев. Елементарна геометрія. Стереометрія [2]; В.М. Клопський, З.А. Скопеч, М.І. Ягодовський. Геометрія 9 – 10 [3]. У названих підручниках окремими змістовими лініями виділені теми: "Многогранники" і "Тіла обертання". Спочатку повністю вивчаються властивості, виводяться формули для обчислення площ поверхонь і об'ємів многогранників, потім за таким же планом ведеться виклад теми "Тіла обертання".

Другий тип структури вивчення розділу "Геометричні тіла" подамо за допомогою схеми 2. Така послідовність викладу матеріалу розділу характерна для підручників: О.В. Погорелов. Геометрія 10-11 [4]; І.Ф. Шаригін. Геометрія 10-11 [5]. Особливістю такої послідовності є те, що об'єми многогранників і тіл обертання розглядаються після знайомлення з властивостями цих тіл. Вивчення тіл обертання на початку обмежується тільки розглядом властивостей циліндра, конуса, кулі і сфери, а поверхні тіл обертання розглядаються тільки після вивчення об'ємів тіл. Така послідовність дозволяє вибудувати чітку логічну послідовність викладу теми, забезпечує науковий підхід до побудови теорії.

Третій тип структури вивчення тем про геометричні тіла розглянемо за схемою 3. За такою схемою будуть підручники: Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. Геометрія 10-11 [6]; Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Кисельова, Е.Г. Позняк. Геометрія 10-11 [7]. При такій послідовності спочатку вивчаються властивості і поверхні призм, паралелепіпеда, піраміди, зрізаної піраміди, потім властивості циліндра, конуса, зрізаного конуса, площі їх поверхонь, що даються через розгортки, і властивості кулі. Об'єми розглядаються послідовно для всіх тіл, а після цього дається строге означення площі поверхні як границі відношення приросту

об'єму шару до його товщини, на основі якого доводиться формула для площі сфери. Така послідовність дозволяє спростити сприймання властивостей тіл обертання, коли паралельно розглядаються і їх поверхні, що дає змогу значно розширити коло задач і вправ цієї теми.

Четвертий тип структури вивчення розділу "Геометричні тіла" подамо за схемою 1.

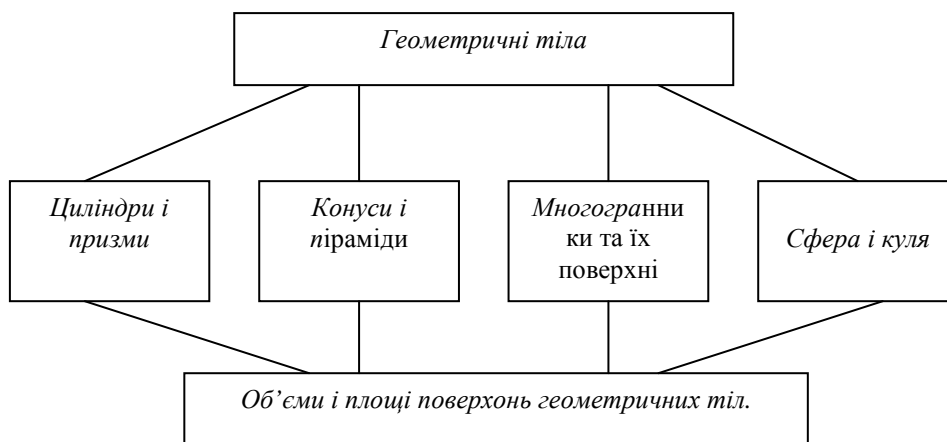


Схема 1

Цій схемі відповідають підручники: О.Д. Александров, О.Л. Вернер, В.І. Рижик. Геометрія 10 – 11 [8] та О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський, О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко. Геометрія 10 – 11 [9]. Характерною рисою цього підходу є розгляд з єдиних позицій призм і циліндрів, пірамід і конусів. Така ідея була використана деякими авторами дореволюційних підручників, зокрема, Ф. Мочніком та О. Долговим. На відміну від підходу сучасних авторів, вони починають з означення призми, а циліндр – це призма, в основі якої лежить круг. Аналогічно починаються піраміда і конус. Підхід, здійснений авторами підручників [8], [9], не використовує граничного переходу і тому більш сприятливий з наукової точки зору. Означення циліндра дається, як тіла, основою якого може бути довільна плоска фігура, а після цього виділяються кругові циліндри і призми, як частинний випадок. Аналогічно вводяться поняття конуса та піраміди. Крім загального розгляду це має застосування далі при вимірюванні об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл. Вивчення об'ємів тіл і площ їх поверхонь виділено окремою змістовою лінією.

Розглянувши різні підходи до вивчення розділу "Геометричні тіла", зробимо висновки. На наш погляд, потрібно вибирати таку послідовність розгляду, яка краще забезпечує доступність для учнів, науковість і логічність при введенні понять та доведенні тверджень, дає змогу розв'язувати широке коло задач. Тому ми вважаємо за необхідне розглядати властивості тіл обертання одночасно з вивченням формул площ їх поверхонь, що дозволяє спростити сприймання учнями цієї теми, розширює коло вправ і задач, які можуть бути використані вчителем. Для забезпечення науковості і логічної послідовності викладу матеріалу вивчати об'єми геометричних тіл окремим розділом.

Підходи до обґрунтувань об'ємів геометричних тіл в різних підручниках є дуже різноманітні, але, на нашу думку, недоцільним є використання різних підходів до доведення формул об'ємів різних геометричних тіл. Вдалими є такий виклад теорії про об'єми, що використовує як можна менше різних підходів. Наприклад, застосування інтегралу, принципу Кавальєрі. Це дає змогу уникнути формулювань і доведень багатьох допоміжних тверджень, необхідних для різних підходів до доведень. З іншими способами доведення формул об'ємів потрібно знайомити учнів, що цікавляться математикою.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. А.П. Киселев. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1980. – 286 с.
2. Н.А. Глаголев. Элементарная геометрия (стереометрия). – М.: Учпедгиз, 1954. – 128 с.
3. В.М. Клопський, З.А. Скопец, М.І. Ягодовський. Геометрія 9–10.–К.: Рад. школа, 1978.–248 с.
4. О.В. Погорелов. Геометрія 10 – 11. – К.: Освіта, 2000. – 128 с.
5. И.Ф. Шарыгин. Геометрия 10 – 11. – М.: Дрофа, 1999. – 208 с.
6. Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владімірова. Геометрія: Підруч. для 10 – 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – К.: Вежа, 2002. – 224 с.
7. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Киселева, Е.Г. Позняк. Геометрия 10 – 11. – М.: Просвещение, 2002. – 206 с.
8. А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. Геометрия 10–11.–М.: Просвещение, 1998.–271 с.
9. О.М. Афанасьєва, Я.С. Бродський, О.Л. Павлов, А.К. Сліпенко. Геометрія 10 – 11. – Донецьк: Дон НУ, 2001. – 235 с.

Матеріал надійшов до редакції 15.09.03 р.

Сверчевская И.А. Эволюция изучения геометрических тел в школьном курсе стереометрии.

На основе анализа программ по математике, школьных учебников, учебных пособий по стереометрии определены особенности изучения геометрических тел в разные периоды, выделены основные типы структуры изучения раздела "Геометрические тела", дана табличная систематизация основных тем.

Sverchevska I.A. The Evolution of Study of Geometric Solids in the School Course of Stereometry.

On the basis of the analysis of the mathematical programmes, school textbooks and stereometry training appliances it has been defined the peculiarities of study of geometric solids during different periods. The main types of the structure of study of the section "Geometric Solids" are shown. The systematic table of the basic themes is represented.