Прокопчук Альона,
студентка III курсу, напрям підготовки «Математика».
Науковий керівник – ***Королюк О. М.,***
кандидат педагогічних наук, доцент

ДЕЯКІ ЦІКАВІ ЗАДАЧІ ТОПОЛОГІЇ

Топологія – найбільш абстрактна галузь сучасної математики, яка вивчає ідеї неперервності. У XXI столітті – столітті бурхливого розвитку науки та техніки, впровадженні нових технологій у всі сфери суспільного життя, дедалі більшої популярності набувають люди, які мають схильність до нестандартного мислення, вміють ставити нові, логічні і складні задачі та вирішувати їх. Розв’язування таких задач має позитивний вплив на особистість і сприяє розвитку світогляду. Топологія – це найбільш успішний напрямок для такого розвитку. Ця галузь математики відкриває широкі можливості для розв’язування прикладних задач, задач творчих, нестандартних.

Найпростіші ідеї топології виникли безпосередньо в результаті спостережень за навколишнім світом. Перші важливі і точні топологічні співвідношення були знайдені ще Л. Ейлером, К.Ф. Гауссом та Г. Ріманом.

У своїй статті ми визначаємо за мету розглянути окремі топологічні задачі, їх розв’язання та роль цих задач у розвитку топології як науки, а також застосування ідей, як в них закладені, у людський практиці.

Топологія – це розділ математики, що займається вивченням властивостей фігур (або просторів), які зберігаються за неперервних деформацій, таких, наприклад, як розтягування, стискування або вигинання. Предметом топології є дослідження властивостей фігур і їх взаємного розташування, які зберігаються гомеоморфізмами, тобто взаємно однозначними і неперервними в обох напрямках відображеннями. Основні об'єкти вивчення в топології називаються топологічними просторами. Головним завданням топології є вивчення топологічних властивостей просторів, або топологічних інваріантів. До числа найважливіших топологічних інваріантів відносяться, наприклад, відокремлюваність, зв'язність, компактність [1].

Для прикладу, розглянемо декілька топологічних задач.

Задача про сім мостів Кенігсберга. Місто Кенігсберг було розташоване на берегах річки Преголя. Необхідно було знайти такий маршрут через місто, щоб кожним мостом проходити тільки один раз.

На острів не можна було потрапити інакше як через міст, і кожен з мостів мав бути пройденим за один раз.

Сім мостів Кеніґсберґа – відома історична задача. Доведення неможливості її розв'язання Леонардом Ейлером у 1736 році призвело до створення теорії графів і передувало ідеї топології.

Л. Ейлер кожну з ділянок суходолу замінив на абстрактну «вершину», а кожен міст на абстрактне «ребро», яке слугувало лише для відображення факту сполучення пари вершин (ділянок суходолу) цим мостом. Отримана математична структура називається графом (рис. 1).

Ейлер показав, що можливість пройти через граф, пройшовши кожне ребро рівно один раз, залежить від степенів вершин. Степінь вершини це кількість ребер, що торкаються її. Аргументи Ейлера показали, що необхідною умовою прогулянки бажаного виду через граф є зв'язність графа і відсутність або наявність рівно двох вершин непарного степеня. Далі, якщо присутні дві вершини непарного степеня, тоді Ейлерів шлях почнеться з однієї з них і закінчиться в іншій. Через наявність чотирьох вершин непарного степеня, історична задача не має розв'язку [3].

Саме розв’язання досить популярної задачі про сім мостів Кеніґсберґа поклало початок розвитку теорії графів, і відповідно – топології як науки.

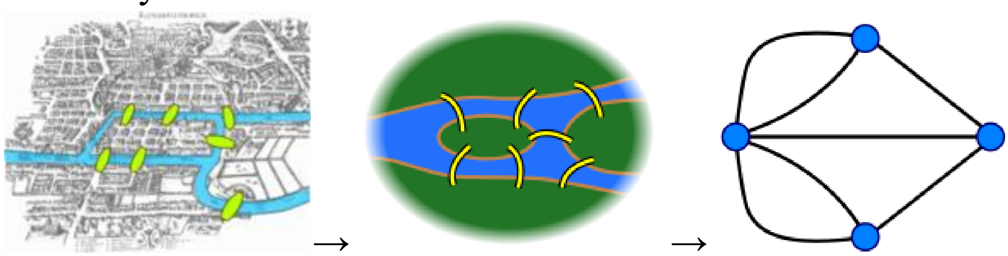

Рис.1. Кенігсберські мости та граф

Задача «Олівець в петлиці піджака». Візьміть олівець, зробіть у ньому жолобок біля одного з кінців. Потім зав’яжіть із мотузки петлю так, щоб довжина мотузки на петлі була меншою подвійної відстані від жолобка до другого кінця олівця. Прив’яжіть тими кінцями мотузки, що залишилися, петлю до олівця, захоплюючи олівець по жолобку, попередньо пропустивши петлю в петлицю піджака, а олівець в петлю. Жолобок потрібен для того, щоб петля була міцно прикріплена до олівця (рис. 2).

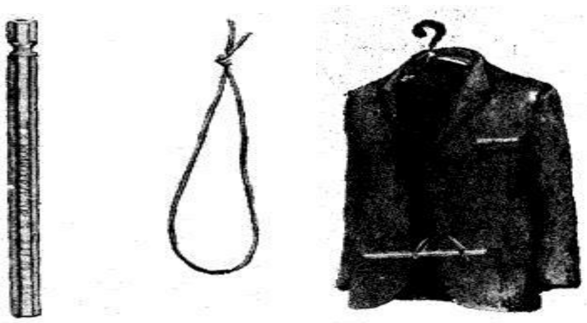

Рис. 2.

А тепер спробуйте, не розв’язуючи мотузку, не розриваючи її, не ламаючи олівець, зняти олівець із вашого піджака.

Якби мотузка могла розтягуватись, то можна було б звільнитися від олівця іншим способом. Але ж мотузка не розтягнеться, а піджак завеликий? Проте піджак може чудово згинатися, і замість того, щоб обводити петлю навколо піджака, можна протягнути піджак через петлю (досить лише втягнути в петлю шматок піджака розміром з довжину олівця і в цьому легко переконатися експериментально) [3, с. 53].

Описана задача є ще однією цікавою топологічною задачею, розв’язок якої пов'язаний із топологічною властивістю фігури зберігатися при будь-яких деформаціях.

Саме такі задачі, які мають певне історичне походження, лежать в основі розвитку топології. Їх розв'язання – це велика наукова подія. Більшість топологічних задач пов’язані із вирішенням практичних проблем, що виникають у різних сферах науки й практичній діяльності людини.

Література

1. Болтянський В.Г. Наглядна топологія / Болтянський В. Г., Єфремович В. А. – М. : Наука, 1982. – 148 с.

2. Емеличев В. А. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев., О. И. Мельников, В. И. Сарванов, Р. И. Тышкевич. – М. : Наука, 1990. – 384 с.

4. Зайчиков Ю. В. Карандаш в петлице пиджака / Ю. В. Зайчиков // Квант : науч.-популяр. физико-математ. журнал. – М. : Наука. – 1970. – № 6. – С. 53.