Тищук Олена,
студентка IV курсу, напрям підготовки «Математика»
Науковий керівник – ***Франовський А. Ц.,***
кандидат фізико-математичних наук, доцент

ГЕОМЕТРИЧНІ ПОБУДОВИ ЛИШЕ ЗА ДОПОМОГОЮ ЦИРКУЛЯ

З метою поліпшення прикладного застосування одних з найпростіших креслярських приладів, таких як лінійка та циркуль, навчальний процес активно проваджується факультативні курси, на яких ґрунтовно вивчаються поглиблені питання геометрії.

Геометричні побудови привернули увагу давньогрецьких математиків ще у 6-5 століттях до нашої ери. Ними займалися майже всі великі грецькі геометри. У багатьох випадках побудови зроблені за допомогою циркуля, є точнішими, ніж побудови, зроблені із залученням лінійки. Це давно було виявлено при практичних вимірах і побудовах (наприклад, у технологічному кресленні, при розмітці ділильних кіл астрономічних інструментів тощо). Італійський геометр Лоренцо Маскероні (1750 – 1800) зайнявся у свій час, дослідженням конструктивних можливостей циркуля. Мор (у 1672 р.), а потім Маскероні (1797 р.) прийшли до висновку, що всі геометричні задачі на побудову, які розв’язуються при вільному користуванні циркуля і лінійки, можуть бути розв’язані включно циркулем. Щоб уникнути непорозумінь, які часто виникають на ґрунті того, що циркулем не можна будувати прямі і відрізки, формулюємо теорему Мора-Маскероні: будь-яка геометрична задача на побудову фігури з скінченного числа точок,яка вирішується за наявності циркуля і лінійки, може бути вирішена за наявності тільки циркуля. При цьому мається на увазі, що дана фігура складається тільки з скінченного числа точок, кіл та їх дуг, прямих, відрізків і променів [1].

Зараз на прикладі ми розглянемо як можна розв’язати задачу лише за допомогою циркуля.

Задача. Побудувати пряму, перпендикулярну до заданого відрізка AB і яка проходить через один з його кінців [2].

Дано: AB . Побудувати: $AE \perp AB$.

Зараз ми розглянемо цю задачу за допомогою наступних побудов:

Побудова (1-й спосіб). Зберігаючи розхил циркуля незмінним і рівним довільному значенні r, креслимо кола A, r і B, r , в перетині яких отримаємо точку O. (З двох точок перетину цих кіл беремо будь-яку з них.) Будуємо коло O, r і будуємо на ньому точку E, діаметрально протилежну точці B. Пряма AE - шукана (рис. 1), тобто $AE \perp AB$ 2 .

Справедливість побудови випливає з того, що $\angle BAE$ вписаний в коло (O, r)спирається на її діаметр.

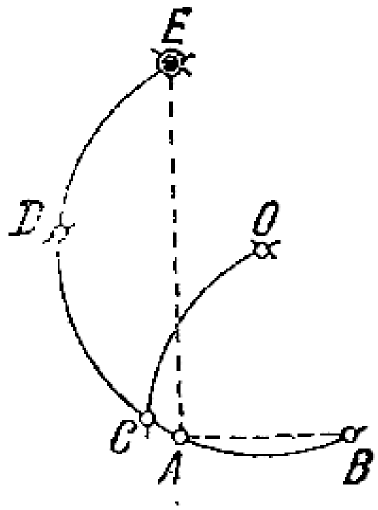

Рис. 1. Побудова прямої AE

Побудова (2-й спосіб). Будуємо коло B, AB (рис. 2), беремо на ньому довільну точку C і описуємо коло C, AC. Нехай D –точка перетину цих кіл. Якщо тепер провести третє коло A, AD до перетину його з колом C, AC в точці E, то отримаємо $AE \perp AB$, тобто (AE) – шукана пряма [2].

Доведення. Відрізок AC з’єднує центри кіл (A, |AD|) і (C, |AC|), DE – їх спільна хорда. Значить, $AC \perp DE$ і$\angle CAD = \angle CAE$ (трикутник ADE - рівнобедрений).

З іншого боку,$\angle CAD = \angle ADC = \frac{1}{2}AB$.

З останніх рівностей випливає:

$$\angle CAE = \frac{1}{2}AC,$$

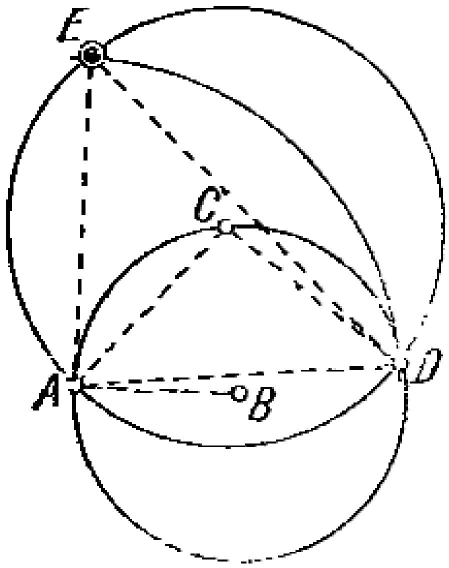

Рис. 2. Побудова прямої AE

Тобто пряма AE є дотичною до кола B, AB в точці A, і, значить $AE \perp AB$ [3].

Ми можемо переконатися в тому, що всі геометричні задачі можуть бути розв'язані за допомогою лише одного циркуля. Але існують методи розв'язання геометричних задач за справжнім методом, який дозволяє слідувати крок за кроком того прийому, який зазвичай застосовується, коли можна користуватися двома інструментами - циркулем і лінійкою. Загалом, підсумовуючи, можна зробити висновок: розв'язання повинно бути якомога простим, зручним і зрозумілим при використаних допоміжних засобах.

Література

1. Адлер А. Теория геометрических построений / перевод с немецкого Г. М. Фихтенгольца. – Л. : Учпедгиз, 1940. – 232 с.
2. Александров И. И. Сборник геометрических задач на построение. – М. : Учпедгиз, 1950. – 176 с.
3. Аргунов Б. И. Геометрические построения на плоскости : пособие для студентов педагогических институтов / Б. И. Аргунов, М. Б. Балк. – Издание второе. – М. : Учпедгиз, 1957. – 268 с.
4. Воронец А. М. Геометрия циркуля / А. М. Воронец – М.-Л. : ОНТИ, 1934. – 40 с.
5. Гейлер В. А. Неразрешимые задачи на построение / В. А. Гейлер // СОЖ. – 1999. – № 12. – С. 115–118.