

**Довбня П.І.**

*кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики, інформатики  
та методики навчання,  
Переяслав-Хмельницький державний педагогічний університет імені  
Григорія Сковороди*

## **СКМ “GEOGEBRA” ЯК ЗАСІБ ІНТЕГРАЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ**

Сучасна педагогічна наука стверджує, що для продуктивного засвоєння знань та інтелектуального розвитку засобами різних предметів надзвичайно важливо розкривати зв'язки як між різними розділами досліджуваних курсів, так і між різними предметами в цілому (внутрішньопредметна й міжпредметна інтеграція). Особливо цінними є

зв'язки не лише із близькими за змістом дисциплінами, а й міжпредметні зв'язки. Важливість інтеграції для розвитку інтелектуальних здібностей студентів пояснюється тим, що в сучасній науці все більше посилюється тенденція до синтезу знань, до усвідомлення й розкриття спільності об'єктів пізнання. При цьому вчені стверджують, що ця тенденція в майбутньому посилюватиметься.

Одним із варіантів розв'язання зазначеної проблеми є широке використання систем комп'ютерної математики (СКМ) у навчальному процесі – інтегровального засобу математичних знань.

Технології використання середовищ динамічної математики розглядали у своїх роботах М. Жалдак, Т. Крамаренко, В. Швець, Л. Швець, О. Зеленька, Г. Горр, Е. Щетініна., В. Ракута, В. Верховод, М. Друшляк та ін., однак методи використання комп'ютерних технологій при викладанні математики у вищій та середній школі, застосовуються ще не повною мірою.

Метою статті є аналіз можливостей застосування системи динамічної математики «GeoGebra» в геометрії (аналітичній, диференціальній, фрактальній, комп'ютерній) та висвітлення окремих авторських підходів до нього.

СКМ «GeoGebra» – безкоштовна мультиплатформена динамічна математична програма для всіх рівнів освіти, що включає в себе геометрію, алгебру, таблиці, графи, статистику та арифметику в одному зручному для використання пакеті. Базові можливості СКМ «GeoGebra» охоплюють: побудову інтерактивних фігур планіметрії та інтерактивних графіків функцій; обчислення математичних функцій, створення JAVA-апплетів для вставки в Веб-сторінки сайтів, інтеграцію з системою дистанційного навчання Moodle [3].

Цю програму також можна використовувати як віртуальну лабораторію для розробки інтерактивних дослідницьких моделей математичних об'єктів, як середовище для розробки тестів, тренажерів, інтерактивних завдань, створення ілюстративного матеріалу.

Для викладача та вчителя математики СКМ «GeoGebra» забезпечує: наочність навчального матеріалу від створення якісних малюнків, графіків, схем для вставки в друковані тексти до розробки інтерактивних моделей-ілюстрацій для пояснення теорії і моделей-завдань; введення елементів проектування, конструювання й дослідження; індивідуалізацію навчання; підтримку дистанційного навчання; інтеграцію з фізикою та інформатикою, а також з іншими предметами (моделювання)

Великою перевагою системи «GeoGebra» є можливість анімації геометричних об'єктів фактично без програмування. Зауважимо, що анімація в «GeoGebra» виконується навіть простіше, ніж в програмах Excel і Mathcad. Перевага GeoGebra порівняно з іншими потужними математичними пакетами, як Mathcad, Matlab, Mapl, Matematica та ін., полягає в тому, що «GeoGebra» поєднує в собі функціональні можливості й

інструменти, переважна більшість із яких затребувані саме у процесі вивчення математики у загальноосвітніх навчальних закладах (чого не можна сказати про вище названі СКМ, тільки незначна частина їхнього функціоналу може знайти своє застосування у шкільній математиці), з одного боку, а з іншого, – одним із головних принципів у концепції подальшого розвитку «GeoGebra» є збереження простого у використанні й інтуїтивно зрозумілого інтерфейсу та подальшого його вдосконалення в цьому напрямі [4].

Зазначений пакет динамічної математики є надзвичайно популярним, про що свідчить його переклад 58-ма мовами світу, включаючи українську, та стрімке зростання кількості публікацій щодо його використання. Робота із програмою «GeoGebra» не вимагає значних затрат часу: можна створювати моделі геометричних об'єктів на заняттях, на очах у студентів, та користуватися нею онлайн – як веб-сервісом.

Важливим є те, що малюнок у СКМ «GeoGebra» – це модель, яка зберігає не лише результат побудови, а також її алгоритм з усіма кроками, вихідними даними, залежностями між базовими об'єктами. Усі поточні побудови фіксуються й за необхідності легко редагуються. Будь-які зміни в необхідному масштабі й динаміці відображаються на дисплеї. Отже, роль малюнка зростає суттєво. Він стає не лише ілюстрацією у процесі розв'язання, а його важливою й невід'ємною частиною. Крім того, при цьому розвиваються навички програмування [1; 2].

Розглянемо задачі на побудову й вивчення властивостей різних геометричних об'єктів, що вивчаються в курсах аналітичної, диференціальної і фрактальної геометрії за допомогою СКМ «GeoGebra». Так, наприклад, у курсі аналітичної геометрії розв'язуються задачі на побудову різними способами кривих і поверхонь та досліджуються їх властивості (рис.3), у розділі «Диференціальна теорія кривих» це можуть бути задачі на побудову й дослідження репера Френе, супроводжувального тригранника, натуральних рівнянь кривих (відновлення кривої за її кривизною і скрутом), стичне коло, еволюта й евольвента (рис.5), локальна побудова кривої, обвідна, каустики, у розділі «Диференціальна теорія поверхонь» – натуральний репер, криві на поверхні, кривизни, головні напрямки, геодезичні, у курсі фрактальної геометрії – ітерації та побудова трикутника Серпінського, сніжинки Коха та ін., у курсі комп'ютерної геометрії – побудова та дослідження властивостей кривих Безье (рис.6).

Диференціальна геометрія традиційно вважається одним із найскладніших предметів при підготовці вчителів математики в педагогічних вищих навчальних закладах, адже при дослідженні геометричних об'єктів студент повинен мати інтегровані знання з лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, диференціальних рівнянь, а також уміти робити складні обчислювальні процедури. З іншого боку, методи диференціальної геометрії кривих і поверхонь мають багато застосувань у різноаспектних галузях прикладної математики, теорії поля,

механіки, оптики тощо.

Спочатку зупинимося на використанні СКМ «GeoGebra» при проведенні лекцій. На нашу думку, класичний виклад теоретичного матеріалу, доцільно доповнити такими візуально-демонстраційними опціями, що включають:

- демонстрацію комп'ютерного конструювання кривих на площині та в просторі і поверхонь у динаміці на основі гомеоморфних перетворень (рис. 1, рис. 2);

- демонстрацію методу рухомого репера в процесі динамічного перетворення тригранника Френе (рис. 4);

- візуалізацію поняття координатних ліній на поверхні, лінії на поверхні, основних видів ліній на поверхні: геодезичних ліній, ліній кривизни, асимптотичних ліній.

Використання СКМ «GeoGebra» при навчанні диференціальної геометрії не зводиться виключно до створення ілюстрацій та анімацій.

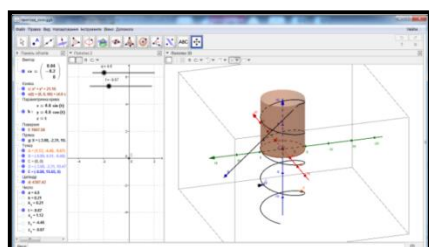


Рис. 1. Гвинтова лінія

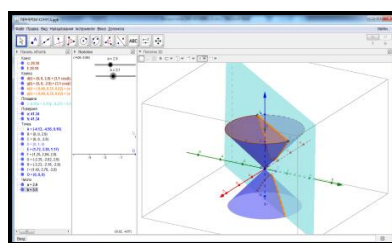


Рис. 2. Гіпербола як лінія перетину поверхонь

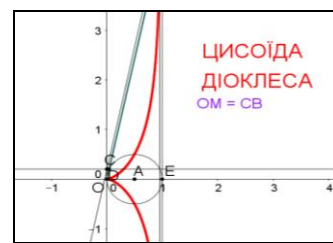


Рис.3.Цисоїда Діоклеса

На початкових етапах освоєння системи доцільно розв'язувати прості задачі, зокрема: обчислення похідних та інтегралів, довжини лінії, її кривизни та скруту, побудова кривих і поверхонь, заданих у різних формах. Згодом доцільно запропонувати студентам складніші завдання: на побудову дотичної прямої та площини, одиничних векторів триєдра, побудову еквідистант для кривих і поверхонь.

При розв'язуванні задач бажано: а) подавати їх у максимально загальному вигляді, щоб можна було легко змінювати вхідні дані і знову обчислювати результат; б) представляти графічне розв'язання і відповіді в найбільш інформативному вигляді, тобто певним чином підбирати точку огляду, розміри об'єктів, відзначати і виділяти на малюнку всі точки й лінії, змінювати колір об'єктів, їх прозорість, забезпечувати графічні об'єкти підписами; в) подавати їх переважно в векторному вигляді, не переходячи безпосередньо до координат; г) попередньо робити схематичні малюнки на папері й виводити відповідні розрахункові формули; д) по можливості, використовуючи динамічне представлення, варіювати параметри задачі.

За допомогою середовища динамічної геометрії «GeoGebra» можна не тільки знаходити кривизну і скрут кривої в конкретній її точці, а й представляти їх як функції від параметра та будувати графіки

трансформаційних змін кривизни та скруту кривої (рис. 4). Важливим є те, що викладач може створювати в СКМ «GeoGebra» власні інструменти побудови геометричних об'єктів та розміщувати їх на панелі інструментів для подальшого використання.

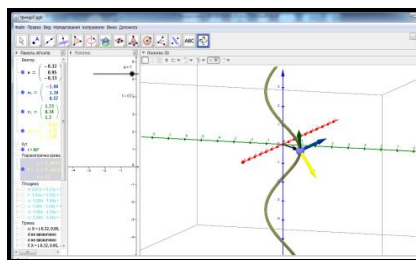


Рис.4. Демонстрація рухомого триедра

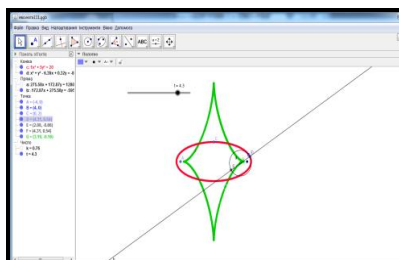


Рис.5. Демонстрація еволюти еліпса

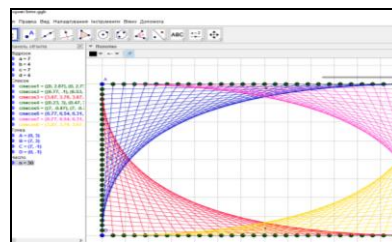


Рис. 6. Криві Безьє

Зазначимо, що не слід пред'являти студентам готову демонстрацію чи динамічну модель, а доцільно із самого початку, давши початкові навички роботи з «GeoGebra», долучати їх до колективного чи самостійного створення графічних образів і анімацій з теми, яка вивчається. Користь від такого роду діяльності буде подвійною: глибше засвоєння навчального матеріалу з геометрії та опанування СКМ «GeoGebra». Останнє буде корисним не тільки як пропедевтика дисципліни «Комп'ютерні технології навчання», «Комп'ютерна геометрія», «Комп'ютерна графіка», а і як вагоме підґрунтя для подальшої професійної діяльності. Окрім того доцільно формувати міжнародну фахову метамовну компетентність студентів шляхом заміни українських команд GeoGebra командами, поширених у науці мов світу, що стане одним з елементарних кроків інтеграції студента в європейський математичний освітній простір.

Серед методичних проблем використання СКМ «GeoGebra», які постають перед викладачем математики, можна виділити: необхідність переосмислення форм і методів навчання, постійний пошук творчих завдань, проблема раціонального вибору середовища для підтримки курсу.

Висновки. Отже, у статті розглянуті конкретні сфери застосування системи комп'ютерної математики «GeoGebra» при викладанні різних курсів геометрії у вищій школі.

### Література

1. Горр Г.В., Щетинина Е.К. Применение методов компьютерной визуализации геометрических объектов в преподавании курсов по геометрии механике /Г.В.Горр, Е.К.Щетинина //Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 34. – Донецьк: Вид-во ДонУ, 2010. – с.34-38. – Режим доступу до журналу:[http://www.nbuv.gov.ua/old\\_jrn/Soc\\_Gum/Dmpd/2010\\_34/\\_34/34\\_2010.PDF](http://www.nbuv.gov.ua/old_jrn/Soc_Gum/Dmpd/2010_34/_34/34_2010.PDF)
2. Зеленьак О.П. Технології застосування середовищ динамічної

геометрії / О. П. Зеленьк. // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2013. – т.36. – №4. – с.40-56.

3. Офіційна сторінка GeoGebra. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.geogebra.org>

4. Ракута В. М. Система динамічної математики GeoGebra як інноваційний засіб для вивчення математики [Електронний Ресурс] / В. М. Ракута. // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2012. – №4 (30). – Режим доступу до журналу: <http://www.journal.iitta.gov.ua>.