

Ложкова Аліна

*студентка VII курсу, спеціальність «Математика»
Науковий керівник – Севостьянов Є.О.
доктор фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник,
професор кафедри матем. аналізу*

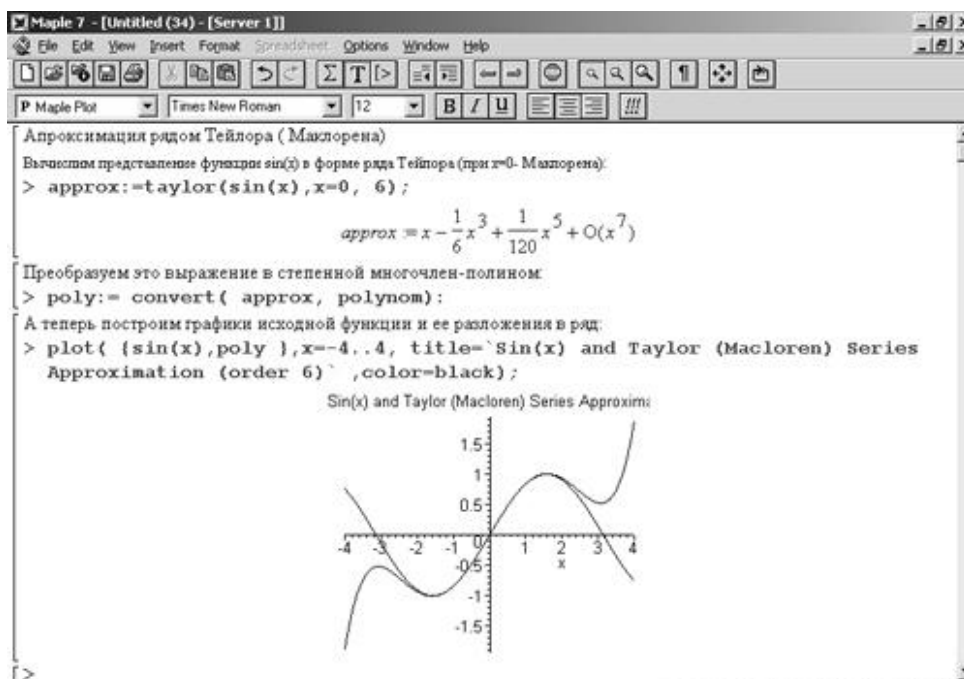
ВИКОРИСТАННЯ ІКТ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ГОЛОМОРФНИХ ФУНКЦІЙ

Нові інформаційні технології докорінно змінили порядок вирішення математичних завдань. Тепер рішення завдань і виконання математичних перетворень доцільно проводити за допомогою спеціальних програм.

За функціональністю сучасні математичні системи діляться в цілому на дві категорії: пакети, призначені в основному для чисельних розрахунків (MatLab, S-PLUS) і системи комп'ютерної алгебри (Derive, Mathematica, Maple, Macsyma, частково, MathCad) – вони також називаються системами символьних чи аналітичних обчислень (Symbolic Manipulation Program). Це найбільш універсальні математичні програми, здатні вирішувати найрізноманітніші задачі, причому як чисельно, так і точно – аналітично.

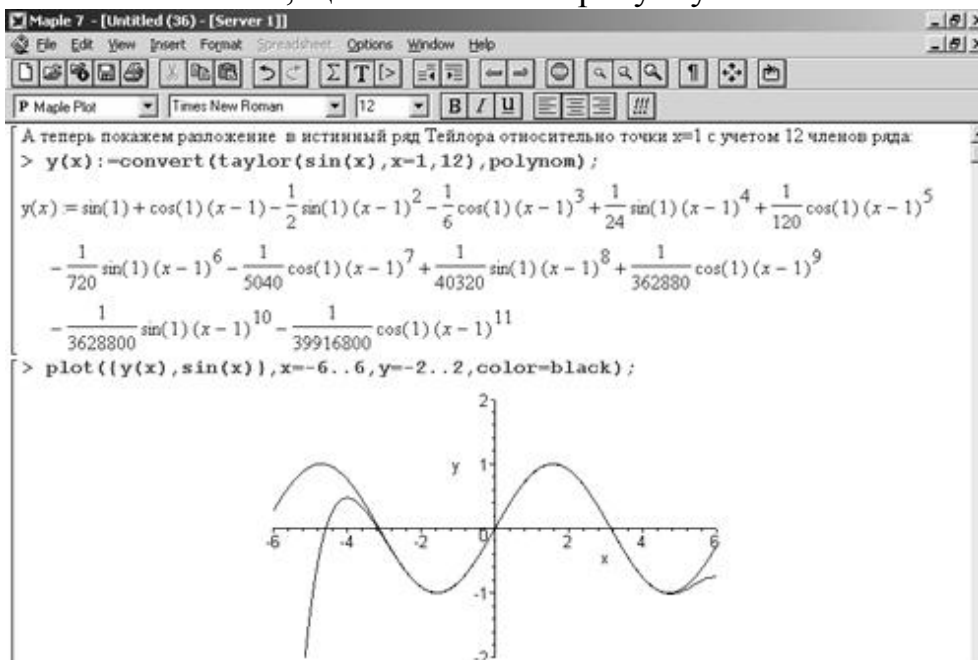
Студенти, вивчаючи навчальну дисципліну «Теорія функцій комплексної змінної», із самого початку стикаються з голоморфними функціями. Термін «голоморфна функція» була введена трьома ученими Коші, Бріо і Буке, і походить від грецьких слів *ὄλος* (холос), що означає «цілий», і *μορφή* (морфе) - форма, образ. Таку назву підкреслює те, що значення функції може бути отримано аналітично, тобто за допомогою конкретних обчислень. У більш ранніх посібниках з комплексного аналізу, кажучи про функції цього класу, їх називали "моногенними", "регулярними" і т.п.

Приклад розкладу синуса в ряд. Корисно поєднувати розкладання виразів (функцій) в ряд Тейлора з графічною візуалізацією такого розкладу. Розглянемо представлення функції рядами Тейлора і Маклорена. Тут наочно видно, що при малих значеннях x графік ряду практично повторює розкладання функції, але потім починає сильно від неї відходити.



Розклад функції $\sin(x)$ в ряд Маклорена 6-го порядку і побудова її графіка

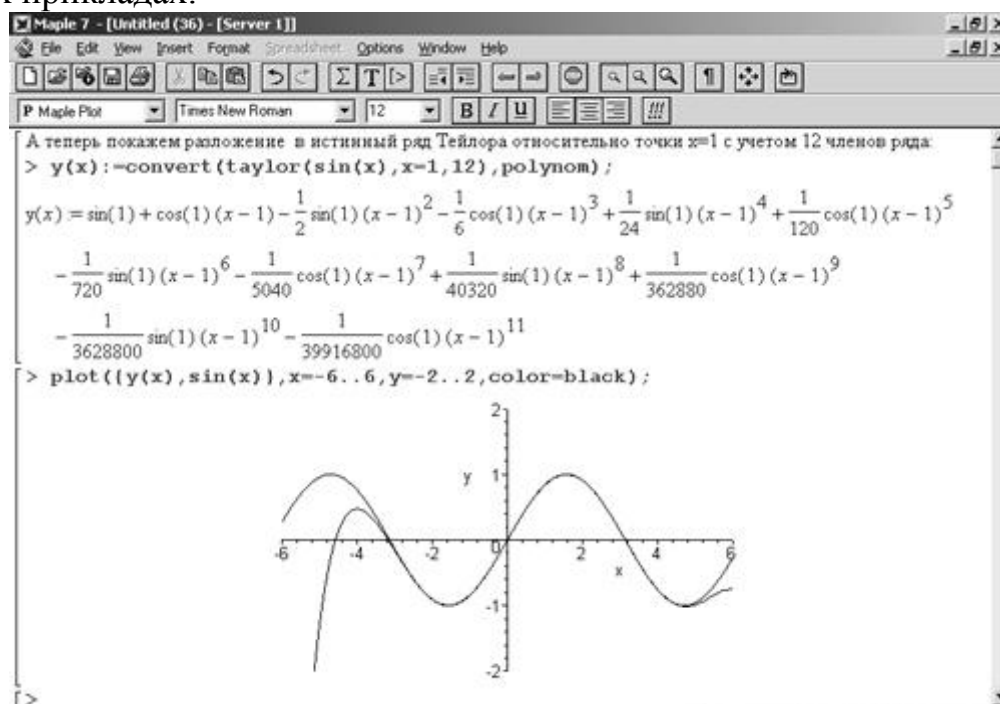
Зверніть увагу, не дивлячись на те що ми задали шостий порядок ряду, останній член має лише п'ятий порядок. Це пов'язано зі специфікою даного розкладання - в ньому просто відсутні члени парного порядку. Можна буквально в лічені секунди спробувати змінити число членів ряду або діапазон зміни змінної x , що і показано на рисунку.



Розкладання функції $\sin(x)$ в ряд Маклорена 12-го порядку і побудова її графіка

При цьому легко переконатися в тому, що при великих x поведінка ряду не має нічого спільного з поведінкою розкладання в ряд функції, зокрема немає і натяку на періодичність розкладання, яка властива тригонометричній функції $\sin(x)$. Далі представлено вже істинний розклад

синуса в ряд Тейлора в околі зміщеною від нуля точки $x = 1$. При зміщенні точки, щодо якого ведеться розкладання, вираз для ряду Тейлора істотно змінюється. У ньому, по-перше, з'являються члени парних ступенів, а по-друге, фігурує аргумент виду $(x - 1)^n$. Неважко помітити, що навіть при поданні такої «простої» функції, як $\sin(x)$, прийнятна похибка подання одного періоду досягається при числі членів ряду Тейлора близько 10 і більше. Однак суттєве підвищення порядку ряду недоцільно через різке зростання обчислювальних похибок. Крім того, серйозним недоліком апроксимації рядом Тейлора є непередбачувана поведінка полінома далеко від точки, щодо якої задається уявлення. Це добре видно на всіх трьох наведених прикладах.



Розкладання функції $\sin(x)$ в ряд Тейлора 12-го порядку відносно точки $x = 1$ і побудова її графіка

Крім зазначених вище розкладів в ряд Maple 7 має безліч функцій для інших розкладів.

На сьогоднішній день існує дуже велике різноманіття цих систем на будь-який смак. Починаючи від малих систем для шкільної освіти Derive і MuPAD, продовжуючи універсальними системами «для всіх» класу Mathcad і закінчуючи гігантами комп'ютерної алгебри – системами Mathematica та Maple. Особливе місце займає елітна матрична система MATLAB з пакетами її розширення.

Література:

1. Александров И.А. Комплексный анализ: Комплексные числа. Комплексные функции. Интегральные теоремы. Ряды и произведения. Целые и мероморфные функции: Учеб. пособие. – Ч. 1. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012. – 204 с.

2. Берштейн И. Теория функций комплексного переменного. Том I. Основные понятия и принципы: Пер. с рум. – М.: Изд-во иностр. л-ры, 1962 г. – 358 стр.
3. А. Г. Витушкин. Курс лекций по комплексному анализу. — М.: Изд-во Мех-мата МГУ. — 240 с.
4. Грищенко О.Ю., Охоцький В.В. Курс лекцій з комплексного аналізу. Частина перша. – К., 2015. – 144 с.
5. Евграфов А.М. Аналитические функции. М.: Изд-во «Наука» Главная редакция физ.-мат. л-ры, 1991. – 448 с.
6. Картан А. Элементарная теория аналитических функций одного и нескольких комплексных переменных. М.: Изд-во иностр. л-ры, 1963 г. – 296 стр.
7. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. — М.: Изд-во «Наука», 1969 г. – 571 стр.
8. *Теорія поля. Теорія функцій комплексної змінної.* Навчально-методичний посібник для студентів II-го курсу технічних спеціальностей./ доц. А.Г. Буслаєв, доц. Л.І. Соколов, доц. О.А.Василенко. Одеса – 2008 – 60 стр.
9. Павленко А.В., Кагадій Л.П., Копорулін В.Л. Теорія функцій комплексної змінної: Навч. посібник. - Дніпропетровськ: НМетАУ, 2012. - 188 с.