Проботюк А.О.,

студент I курсу факультету інформаційно-обчислювальних технологій,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського»

Кузьменко О.В.,

старший викладач кафедри програмного забезпечення систем
факультету інформаційно-комп'ютерних технологій,
Житомирський державний технологічний університет

Проботюк О.Д.,

заступник директора з науково-методичної роботи,
загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів № 8,
м. Житомир

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЧИСЕЛ З ОДНІЄЇ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ В ІНШУ

Сучасний світ стрімко розвивається. Постійно, з року в рік з'являються нові пристрої, що вже давно зробили нас незалежними від домашнього персонального комп'ютера. Важливим інструментом, що дозволяє нам використовувати багато пристроїв без втрати цілісності інформації, є системи числення. Вони оточують нас практично у всіх сферах діяльності. Люди з давніх давен використовували системи числення для обрахунків різної складності.

Система числення (або нумерація) – сукупність правил і знаків, за допомогою яких можна відобразити (кодувати) будь-яке невід'ємне число. До систем числення висуваються певні вимоги, серед яких найбільш важливими є вимоги однозначного кодування невід'ємних чисел *0, 1,…* з деякої їх скінченної множини – діапазону P – за скінченне число кроків і можливості виконання щодо чисел арифметичних і логічних операцій. Крім того, системи числення розв'язують задачу нумерації, тобто ефективного переходу від зображень чисел до номерів, які в даному випадку повинні мати мінімальну кількість цифр. Від вдалого чи невдалого вибору системи числення залежить ефективність розв'язання зазначених задач і її використання на практиці [1].

У процесі вивчення систем числення у нас виникла ідея проаналізувати різні системи числення, які існують у сучасному світі (позиційні, непозиційні та змішані), та розробити комп’ютерну програму для поглиблення знань про ці системи. Отже, об’єктом нашого дослідження стали різноманітні системи числення, а предметом – обробка, аналіз та переведення чисел між розглянутими системами. Особливо нашу увагу привернули двійкова та Фібоначієва системи, які ми спробували порівняти (що, по суті, є новим у математиці та інформатиці) та довести, що алгоритм переведення в систему Фібоначчі працює швидше, ніж у двійкову. У процесі дослідження нами використані методи аналізу та моделювання. Робота має прикладний характер.

У позиційних системах числення одна і та ж цифра (числовий знак) у записі числа набуває різних значень, залежно від своєї позиції. Таким чином, позиція цифри має вагу в числі. Здебільшого, вага кожної позиції кратна деякому натуральному числу b, $b > 1$, яке називається основою системи числення.

Основа системи числення – число, яке означає, у скільки разів одиниця наступного розрядку більше за одиницю попереднього.

Наприклад, якщо b – натуральне число ($b > 1$), то для представлення числа x у системі числення з основою b його подають у вигляді лінійної комбінації степенів числа b:

$$x = \sum_{k=0}^{n} a_k b^k,$$

де a_k— цілі, $0 \le a_k < b$.

Іншими словами, основа – це кількість символів, що використовуються при записуванні чисел.

Наприклад, число «двісті чотири» представляється у десятковій системі числення у вигляді:

$$204 = 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

Використовуючи позиційний принцип, можна зобразити будь-яке дійсне число за допомогою лише десяти цифр у їх різних комбінаціях [2].

Винахід позиційної системи числення, заснованої на помісному значенні цифр, приписують шумерам і вавилонцям. Її було розвинуто індусами, і вона отримала неоціненні наслідки для історії людства.

Для запису чисел системи числення з основою до *36* включно у якості цифр використовуються арабські цифри (*0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9*), а потім букви латинського алфавіту (*a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z*). При цьому, *a = 10, b = 11* і т. д.

Загальноприйнятою в сучасному світі є десяткова позиційна система числення, яка з Індії через арабські країни прийшла в Європу. Араби взяли за основу число *10*, тому що в якості обчислювального пристрою вони використовували десять пальців рук. В десятковій системі для запису числа використовується десять цифр від *0* до *9*. Число *10* тут є основою системи числення, а показник степеня – це номер позиції цифри в записі числа (нумерація ведеться зліва направо, починаючи з нуля). Арифметичні операції у цій системі виконують за правилами, запропонованими ще в середньовіччі. Наприклад, додаючи два багатозначних числа, застосовуємо правило додавання стовпчиком. При цьому все зводиться до додавання однозначних чисел, для яких необхідним є знання таблиці додавання [5].

Також поширені системи числення з основами: *2* – двійкова (у дискретній математиці, інформатиці, програмуванні); *8* – вісімкова (у програмуванні); 16 – шістнадцятерична (поширена у програмуванні, а також для кодування шрифтів).

Змішана система числення є узагальненням системи числення з основою b, і її часто відносять до позиційних систем числення. Основою змішаної системи є послідовність чисел, що зростає, $\{b_k\}_{k=0}^{\infty}$, і кожне число xпредставляється як лінійна комбінація:

$$x = \sum_{k=0}^{n} a_k b_k ,$$

де на коефіцієнти a_k (цифри) накладаються деякі обмеження.

Якщо $b_k = b^k$ для деякого b, то змішана система збігається з b - основною системою числення.

Найвідомішим прикладом змішаної системи числення є представлення часу у вигляді кількості діб, годин, хвилин і секунд. При цьому величина «*d* днів *h* годин *m* хвилин *s* секунд» відповідає значенню $d \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + \; + h \cdot 60 \cdot 60 + m \cdot 60 + s$ секунд [1].

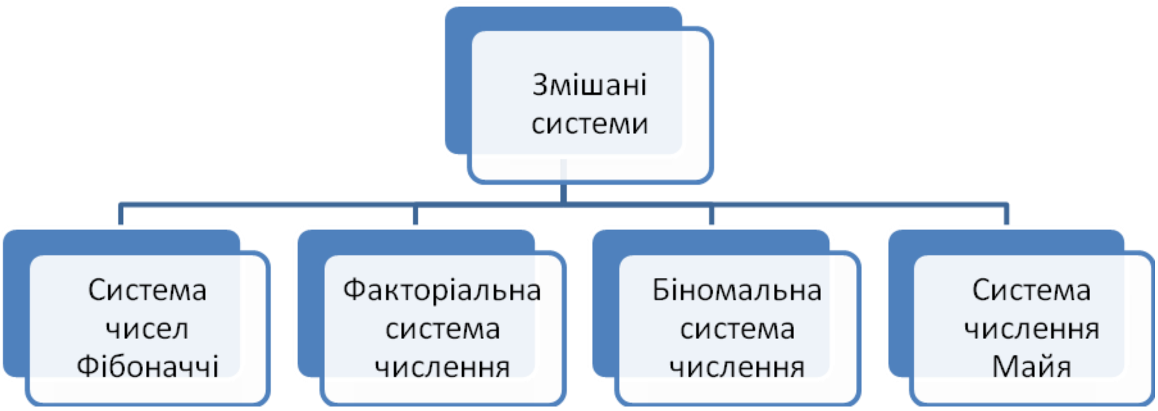

Рис. 1. Змішані системи числення

Система числення Фібоначчі зацікавила нас найбільше. Представлення значень у цій системі засновується на числах Фібоначчі:

$$x = \sum_{k=0}^{n} f_k F_k ,$$

де F_k— числа Фібоначчі, $f_k \in \{0; 1\}$, при цьому у записі $f_n f_{n-1} \dots f_0$ не зустрічаються дві одиниці підряд.

Теорема Цекендорфа стверджує, що будь-яке натуральне число n можна подати у вигляді суми чисел Фібоначчі:

$$N = F_{k_1} + F_{k_2} + \cdots + F_{k_r} ,$$

де $k_1 \geq k_2 + 2, k_2 \geq k_3 + 2, \dots , k_r \geq 2$ (тобто в записі не можна використовувати два сусідніх числа Фібоначчі).

З цього випливає, що будь-яке число можна однозначно записати в системі числення Фібоначчі, наприклад [3]:

$$9 = 8 + 1 = F_6 + F_1 = (10001)_F$$

$$6 = 5 + 1 = F_5 + F_1 = (1001)_F$$

$$19 = 13 + 5 + 1 = F_7 + F_5 + F_1 = (101001)_F$$

Переведення числа в Фібоначчієву систему числення здійснюється простим «жадібним» алгоритмом: просто перебираємо числа Фібоначчі від більших до менших і, якщо деякий $F_k \leq n$, то F_k входить в запис числа n, ми забираємо F_k від n і продовжуємо пошук [3].

У разі застосування **факторіальної системи числення** представлення використовує факторіал натуральних чисел:

$$x = \sum_{k=1}^{n} d_k k! ,$$

де $0 \leq d_k \leq k$. [1]

При біноміальній системі числення представлення використовує біноміальні коефіцієнти [1]:

$$x = \sum_{k=1}^{n} \binom{c_k}{k} ,$$

де $0 \leq c_1 < c_2 < \cdots < c_n$.

Якщо ж згадати **систему числення майя**, то майя використовували двадцяткову систему числення, за одним лише винятком: у другому розряді було не *20*, а *18* ступенів, тобто після числа *(17)(19)* відразу йшло число *(1)(0)(0)*. Це було зроблено для полегшення розрахунків календарного циклу, оскільки *(1)(0)(0)* дорівнювало *360*, що приблизно дорівнює кількості днів у сонячному році [1].

У **непозиційних системах числення** величина, яку позначає цифра, не залежить від позиції її у числі. При цьому система може накладати обмеження на позиції цифр, наприклад, щоб вони були розташовані за спаданням чи згруповані за значенням. Проте це не є принциповою умовою для розуміння записаних такими системами чисел.

Типовим прикладом непозиційної системи числення є **римська система** числення, в якій у якості цифр використовують латинські букви:

Таблиця 1.

Римська система числення

Римська цифра	Десяткове значення
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Наприклад, *VII = 5 + 1 + 1 = 7*. Тут символи *V* і *I* означають *5* і *1* відповідно, незалежно від місця їх у числі.

Під час розробки своєї власного програмного додатку для переведення чисел із однієї системи числення до іншої ми обрали мову програмування C#, особливістю якої є повна об’єктна орієнтованість та динамічний характер. При проектуванні мови програми був обраний більш прогресивний метод програмування, заснований на поданні програми у вигляді сукупності взаємодіючих об'єктів, кожен з яких є екземпляром певного класу, на відміну від функціонального програмування.

Програми C# мають значний об’єм інформації для перевірки повноважень та надання доступу до об’єктів під час виконання. Це дозволяє виконувати безпечне і технічно виправдане динамічне зв’язування коду та оновлювати деякі фрагменти коду в діючій системі.

Здійснимо короткий огляд роботи розробленої нами програми для аналізу систем числення – Numeric System PRO 1.1.

При кожному запуску програми з’являється вікно першої версії програми Numeric System PRO 1.1 (Рис. 2).

При старті роботи, користувач може переводити числа з однієї системи числення до іншої з діапазону [2;16], оскільки саме ці системи числення з основами з цього діапазону використовуються найчастіше у сучасному світі.

Якщо користувач натисне на кнопку «Перевести», нічого не ввівши у TextBox, то з’явиться MessageBox з попередженням (Рис. 3).

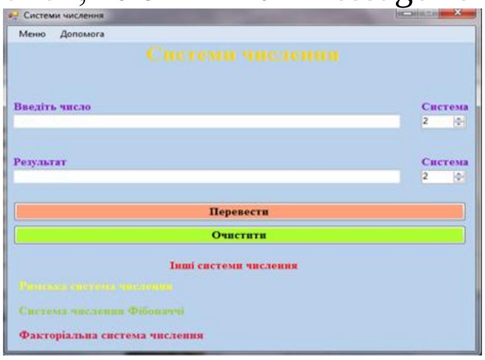

Рис. 2

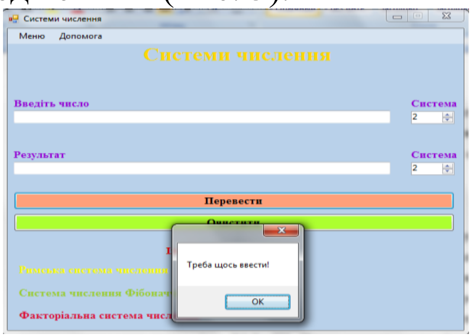

Рис. 3

Також існує MenuStrip, на якому існують такі Випадаючі списки як Меню (Рис. 4) та Допомога (Рис. 5).

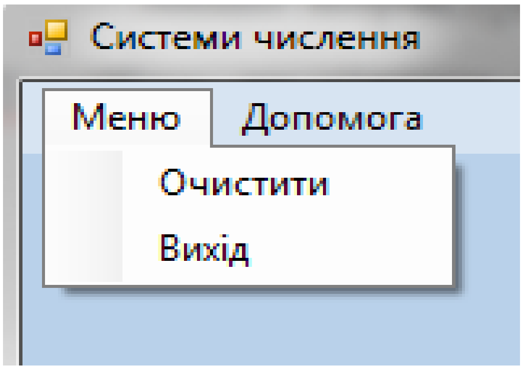

Рис. 4

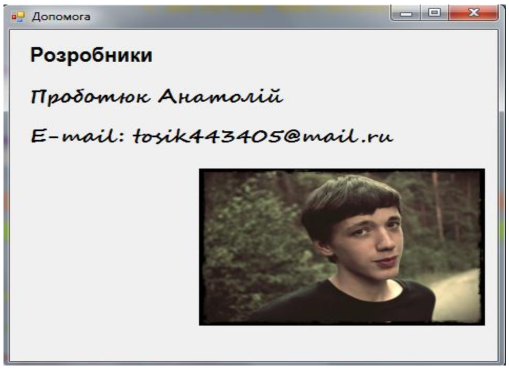

Рис. 5

Іншою властивістю нашої програми є переведення до системи числення Фібоначчі (Рис. 6), Факторіальної системи числення (Рис. 7) та Римської системи числення (Рис. 8).

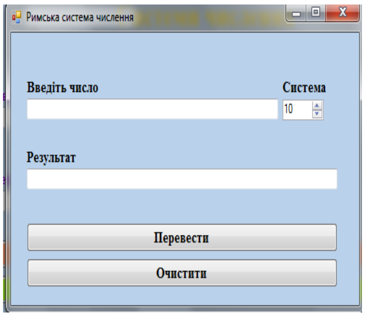

Рис. 6

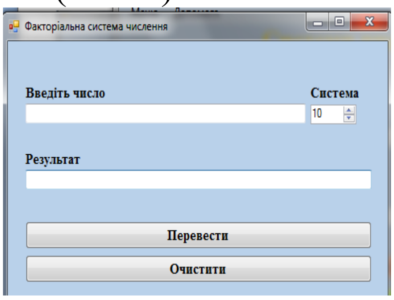

Рис. 7

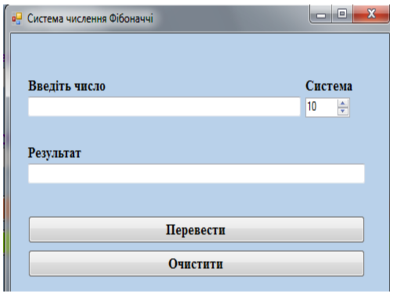

Рис. 8

У новій версія програми Numeric System PRO 1.2. ми вирішили аналізувати переведення між системами числення, взявши за основу двійкову систему числення та систему числення Фібоначчі. Головне вікно програмного додатку виглядає наступним чином (Рис. 9):

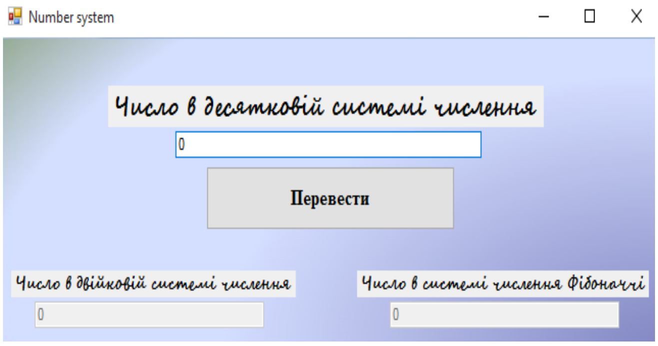

Рис. 9

При введенні даних у TextBox, натиснувши кнопку «Перевести», у наступних TextBox-ах отримуємо відповідні значення у відповідній системі числення та MessageBox з часом виконання переводу (Рис. 10):

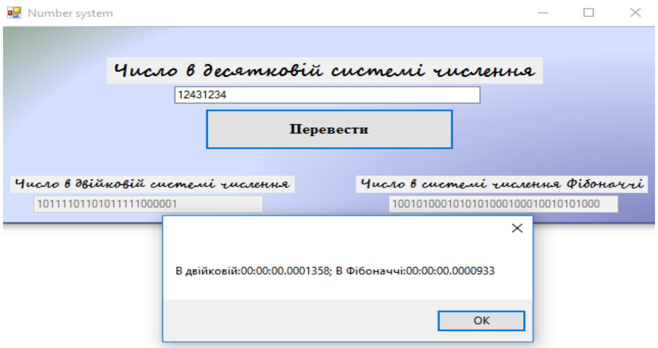

Рис. 10

Однак ми не зупиняємося на досягнутому. Наступна версія нашої програми Numeric System PRO 1.3. знаходиться в стані розробки, і у ній ми хотіли б більше акцентувати увагу на всіх системах числення, а не тільки на десятковій та системі числення Фібоначчі. У подальшій роботі над програмою планується розробити аналізування переводу між усіма системами числення, що існують.

Проте уже зараз ми можемо зробити певні висновки стосовно наших досягнень у галузі програмування: на сьогодні нами розроблено 3 (три) програмні додатки для ведення роботи з системами числення, а також досліджено методи переведення чисел між системами числення. Порівняно двійкову систему числення та систему числення Фібоначчі. Визначено, що алгоритм системи Фібоначчі працює швидше при довгих числах, але двійкова система краща для малих чисел.

Розроблена нами програма може використовуватись вчителями інформатики для демонстрації роботи з системами числення та вчителями математики для ознайомлення учнів з цими системами та можливостями їх переведення.

Список літератури:

1. Система числення [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Система_числення

2. Позиційні системи числення [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/ Позиційні_системи_числення

3. Фибоначчиевая система счисления [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://e-maxx.ru/algo/fibonacci_numbers

4. Непозиційні системи числення [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/ Непозиційні_системи_числення

5. Позиційні системи числення [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://sites.google.com/site/sistemicislennaveronika/dvijkova-sistema-cislenna