Семеніхіна О.В.,
доктор педагогічних наук, доцент,
завідувач кафедри інформатики,
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка
Друшляк М.Г.,
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики,
Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка

ПРО ДОЦІЛЬНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ КОНСТРУКТИВНОГО ПІДХОДУ В НАВЧАННІ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ЗАДАЧІ НА ЕКСТРЕМУМ

Постановка проблеми. Сучасна українська математична освіта з урахуванням викликів сьогодення потребує оновлення не лише вмісту навчальних програм, а й зміни підходів щодо вивчення окремих тем. Особливо це стосується задач, пов'язаних з відшуканням екстремуму, що є базою для розуміння більш складних тем і розділів математики, таких як математика програмування, теорія графів, теорія ігор тощо.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемами навчання різних розділів математики опікувалися науковці-методисти, з яких виділяємо О. Александрова, Г. Бевза, В. Бевз, Б. Гнеденка, О. Крилова, З. Слєпкань, В. Швеця, М. Бурду та інших. Серед питань, які ними піднімаються, фіксуємо активізацію мислення, пізнавання діяльності, особливості організації самостійної роботи, методичні особливості вивчення окремих тем шкільного курсу математики, прикладну спрямованість математичних задач, реалізацію міжпредметних зв'язків тощо.

Особливий акцент сьогодні ставиться на використанні спеціалізованих програмних засобів, про що зазначають В. Дубровський [1], С. Раков [2], Ю. Триус М. Хохенватор [3] , І. Храповицький, Т. Ширікова [4], Г. Шуман та інші. Вони пропонують залучати до вивчення математичних курсів, до навчання розв'язувати математичні задачі такі середовища, де превалює конструктивний підхід, тобто підхід, який базується на побудовах і емпіричних дослідженнях властивостей математичних об'єктів.

Наразі такий підхід має місце в навчанні математики, але на нашу думку, йому приділяється мало уваги через значну насиченість сучасних шкільних програм, концентроване подання теоретичного матеріалу і недостатню кількість часу на самостійне вивчення математичних об'єктів засобами інформаційних технологій.

Мета статті. На прикладі розв'язування задач на екстремум продемонструвати доцільність використання конструктивного підходу в навчанні математики.

Виклад основного матеріалу. Задачі на екстремум особливо стереометричні, не кажучи вже про задачі на комбінації геометричних тіл, вважаються складними через дещо незвичний для типових вправ шкільного курсу математики спосіб формулювання умови – потрібно визначитися із заданими величинами, побудувати функцію, яка пов'яже ці величини з шуканою, а потім ще дослідити цю функцію на екстремум. Така кількість дій часто відлякує учнів, оскільки вимагає додатково ще і багатьох аналітичних умінь.

Конструктивні підходи до розв’язування таких завдань зменшують вагу аналітичних розрахунків, але збільшують вагу умінь змоделювати задані об’єкти, врахувати залежності між параметрами, візуалізувати окремі позиції можливих результатів, навіть «побачити» шукану функцією, яку потрібно дослідити на екстремум.

Саме цю тезу продемонструємо на прикладі розв’язування стереометричної задачі на екстремум.

Приклад. У сферу радіуса 4 вписано конус. Якою має бути висота конуса, щоб його об’єм був найбільшим? [5, с.202]

Для успішного розв’язування задачі учні повинні знати означення кулі, яку описано навколо конуса (куля називається описаною навколо конуса, якщо вершина конуса і коло його основи лежать на поверхні кулі) та теорему про центр кулі, описаної навколо конуса (центр кулі лежить на осі конуса і співпадає з центром кола, описаного навколо трикутника, який є осьовим перерізом конуса).

У табл.1 пропонуємо алгоритм побудови конфігурації даної задачі, виконаний у програмі динамічної математики *GeoGebra 5.0*, проводячи паралель між конструктивними діями учня та комп’ютерними інструментами, які він повинен використовувати.

Таблиця 1.

Алгоритм побудови комбінації тіл

Дія	Комп’ютерний інструмент
Побудувати сферу радіуса 4.	*Сфера по центру и радиусу*
Побудувати довільну пряму, що проходить через центр сфери – точку *A*.	*Прямая*
Побудувати площину α, яка перпендикулярна даній прямій і проходить через центр сфери.	*Перпендикулярная плоскость*
Побудувати лінію перетину даної площини і сфери – велике коло сфери.	*Кривая пересечения*
Побудувати довільну точку *U* на колі і провести через неї та центр сфери пряму *UA* – вісь конуса.	*Точка, Прямая*
Побудувати іншу точку перетину цієї прямої та кола – точка *K*.	*Пересечение*
Побудувати відрізок *UK*, що сполучає ці дві точки перетину.	*Отрезок*
Побудувати довільну точку *F* на відрізку *UK*.	*Точка*
Побудувати у площині α пряму, яка перпендикулярна осі конуса і проходить через точку *F*.	*Перпендикулярная линия*
Побудувати точки перетину цієї прямої і великого кола сфери – точки *H* та *G*.	*Пересечение*
Побудувати трикутник *UHG*. Він вписаний у велике	*Отрезок*

Дія	Комп’ютерний інструмент
коло сфери і є осьовим перерізом вписаного в сферу конуса.	
Побудувати коло, яке проходить через точку *H* і вісь конуса є його віссю. Побудоване коло – основа конуса.	*Окружность по точке и оси*
Побудувати конус.	*Выдавить пирамиду или конус*
Обчислити висоту та об’єм конуса.	*Расстояние или длина, Объем*
Занести ці значення в таблицю.	*Запись в таблицу*
Побудувати через рядок вводу точку *L* за наступними координатами: абсциса – значення висоти конуса, ордината – значення об’єму конуса.	
Побудувати слід, обравши на роль «точки-олівця» точку *L*, «точки-водія» – точку *F*.	*Локус*

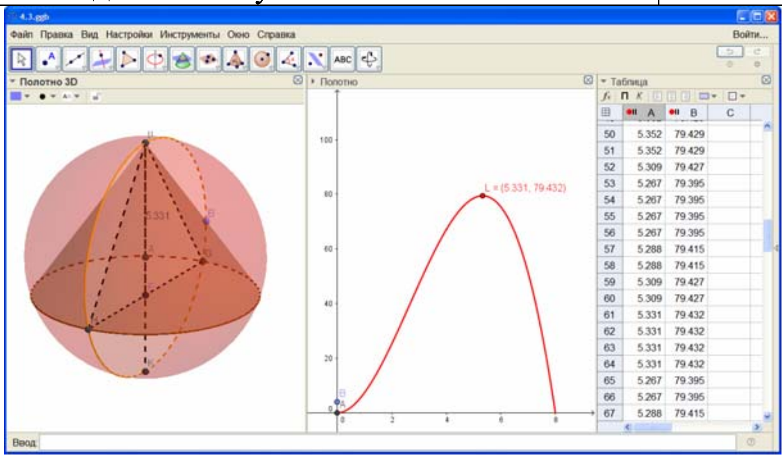

Рис.1.

Отриману динамічну модель для дослідження значення висоти конуса, вписаного у сферу заданого радіуса, при його максимальному об’ємі подано на рис. 1. Змінюючи положення точки *F,* тим самим змінюємо висоту конуса, вписаного у сферу заданого радіуса. Аналізуючи дані, що фіксуються у таблиці, робимо висновок – об’єм конуса буде найбільший (79,432), якщо висота конуса дорівнюватиме 5,331. Аналогічний результат отримаємо, використавши локус точки *L*. Його максимум дорівнює 79,432 у точці з абсцисою 5,331.

Висновки. Як показує досвід, конструктивний підхід до розв’язування такого типу задач дозволяє не лише одержати відповідь, а і й унаочнити дані задачі 3D-інструментами, поглибити розуміння поняття екстремум, підтвердити емпіричним шляхом, що це дійсно максимум, а також продемонструвати учням шляхи застосування інформаційних технологій для розв’язування прикладних задач.

Список використаних джерел та літератури

1. Дубровский В. Учимся работать с «Математическим конструктором» / В. Дубровский // Математика. – 2009. – №13. – С. 2-48.
2. Раков С. А. Компьютерные эксперименты в геометри / С. А. Раков, В. П. Горох. – Х.: МП Регіон. центр нових інф. технологій, 1996. – 176с.
3. Hohenwarter M. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: The Case of GeoGebra / M. Hohenwarter // Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. –

2008. – 28, 2. – P. 135-146.
4. Ширикова Т.С. Методика обучения учащихся основной школы доказательству теорем при изучении геометри с использованием GeoGebra / Т.С. Ширикова // дис…канд.пед наук: 13.00.02 – Теория и методика обучения и воспитания (математика). – Архангельск. – 2014. – 250 с.
5. Апостолова Г. В. Геометрія: 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / Г. В. Апостолова. – К.: Генеза, 2011. – 304с.