Житомирський державний університет
імені Івана Франка

Королюк О. М., Прус А. В., Фонарюк О. В., Чемерис О. А.

ГЕОМЕТРІЯ В ТЕСТАХ

практикум для організації самостійної роботи студентів

Житомир
2018

УДК 514.1(076)

Г 36

Рекомендовано вченою радою Житомирського державного університету імені Івана Франка, протокол № 16 від 25.06.18 р.

РЕЦЕНЗЕНТИ: **Журавльов В. П.** – доктор фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри вищої та прикладної математики Житомирського агроекологічного університету;

Колос К. Р. – доктор педагогічних наук, професор кафедри педагогіки й андрагогіки, викладач КЗ "Житомирський ОІППО" ЖОР

Г 36 Геометрія в тестах: практикум для організації самостійної роботи студентів / Королюк О. М., Прус А. В., Фонарюк О. В., Чемерис О. А. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2018. – 165 с.

Навчальне видання містить змістове наповнення, короткі теоретичні відомості, різні за типами тестові завдання, а саме, з вибором однієї правильної відповіді, на логічні пари, на встановлення послідовності, до наступних розділів геометрії: аналітична геометрія, основи геометрії, диференціальна геометрія.

Для викладачів вищих навчальних закладів, студентів фізико-математичних факультетів денної та заочної форм навчання.

УДК 514.1(076)

ВСТУП

Логічний каркас програми з геометрії складається з ряду розділів: аналітична геометрія на площині та в просторі, основи геометрії, конструктивна, проективна та диференціальна геометрії. Геометричні дисципліни повинні створювати у студентів максимально повне і цілісне сприймання математичної науки (від давніх часів до сучасних проблем).

Професійна підготовка майбутніх учителів математики передбачає вивчення спеціальних прийомів дослідження геометричних об'єктів. Векторний і координатний методи є загальними методами в математиці, які також широко використовуються у її застосуваннях. Оволодіння цими методами складає головну мету аналітичної геометрії.

Курс «Аналітична геометрія» тісно пов'язаний з математичним аналізом та лінійною алгеброю, оскільки забезпечує ці дисципліни необхідними геометричними знаннями, а з іншого боку – у його викладанні широко використовуються поняття і факти з цих курсів. Аналітична геометрія є пропедевтичною у викладанні диференціальної геометрії.

Метою дисципліни «Основи геометрії» є формування у студентів погляду на геометрію та її методи, забезпечення відповідним понятійним та математичним апаратом, необхідним для значно глибшого і чіткішого розуміння багатьох законів і співвідношень, які мають геометричний характер. Курс знайомить з аксіоматичним методом побудови геометрії; вказати на місце геометрії серед математичних дисциплін, її зв'язок з практикою; розвиває загальну й математичну культуру студентів, їх науковий світогляд.

Важливою складовою професійної підготовки спеціаліста-математика є навчальна дисципліна "Диференціальна геометрія і топологія". Диференціальна геометрія – це розділ геометрії, який вивчає геометричні образи, в першу чергу криві і поверхні методами аналізу нескінченно малих.

Важливими завданнями курсу «Диференціальна геометрія та топологія»: є забезпечення сприятливих умов для неперервної самоосвіти, наукового пошуку, підвищення рівня математичної підготовки студентів.

Отже, предметна галузь надає необмежені можливості для інтелектуального розвитку, тренування вмінь аналізувати, синтезувати, абстрагувати, класифікувати, систематизувати, узагальнювати, планувати, а відпрацьовані вміння можна з успіхом переносити зі світу абстракції у реальний світ.

Тому зміст навчальних предметів необхідно насичувати таким матеріалом, який буде сприяти послідовній багатоланковій диференціації й інтеграції інформації, тобто до збільшення елементів розумової діяльності.

Самостійна та індивідуальна робота є невід'ємною складовою вивчення будь-якої навчальної дисципліни. Вона здійснюється за різними напрямками, серед яких є і опрацювання теоретичних питань, і самостійне вирішення завдань практичного змісту, і підготовка до різних видів підсумкового контролю.

Практикум «Геометрія в тестах» складається з двох розділів. Перший розділ містить короткі теоретичні відомості до змістових модулів з тематикою теоретичного наповнення, основні поняття та формули. Другий розділ охоплює різні за типами тестові завдання, а саме, з вибором однієї правильної відповіді, на логічні пари, на встановлення послідовності, до наступних розділів геометрії: аналітична геометрія, основи геометрії, диференціальна геометрія.

Видання призначено для викладачів вищих начальних закладів, студентів фізико-математичних факультетів денної та заочної форм навчання у підготовці до різних форм підсумкового контролю.

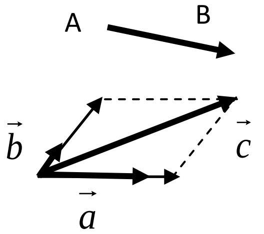
РОЗДІЛ 1. ОПОРНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ З ГЕОМЕТРІЇ

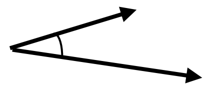
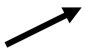
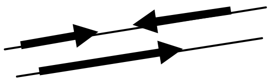
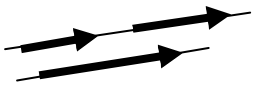
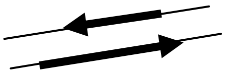
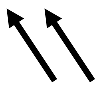
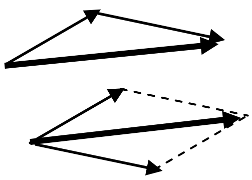
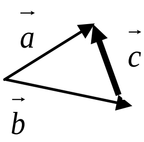
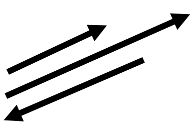
1. Важливі поняття курсу «Аналітична геометрія»

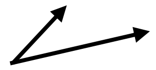
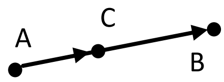
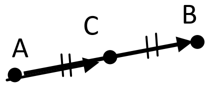
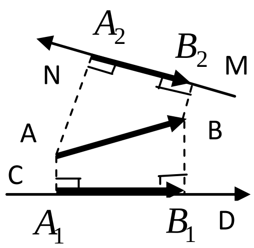
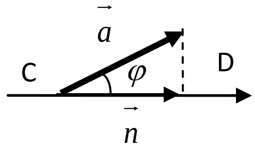
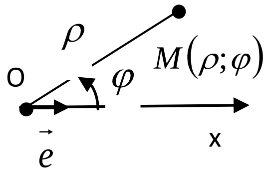
Зміст дисципліни

Вектори та лінійні операції над ними. Лінійна залежність векторів. Векторний простір, його базис та розмірність, Координати вектора. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів. Афінна і прямокутна декартова система координат на площині та у просторі. Полярна система координат на площині. Різні види рівнянь прямої та їх застосування. Площина. Пряма в просторі. Взаємне розміщення прямих, площин. Еліпс. Гіпербола. Парабола. Оптичні властивості еліпса, гіперболи, параболи. Взаємне розміщення ліній 2-го порядку з прямою асимптотичний напрям ліній 2-го порядку. Дотична до алгебраїчної лінії 2-го порядку. Діаметри алгебраїчних ліній 2-го порядку. Головні напрями і головні діаметри алгебраїчних ліній 2-го порядку. Спрощення рівнянь ліній перетворенням систем координат. Класифікація алгебраїчних ліній 2-го порядку. Циліндричні поверхні. Конічні поверхні. Поверхні обертання. Еліпсоїд. Одно- та двопорожнинні гіперболоїди. Еліптичний та гіперболічний параболоїди.

1.1. Основи векторної алгебри (на площині)

№	*Поняття*	*Графічне зображення*	*Символьне вираження*	
			без координат	*через координати*
1	Вектор		$\overrightarrow{AB}$; $\vec{c}$; $\vec{c}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$	$A(x_1;y_1)$; $B(x_2;y_2)$ $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;y_2-y_1)$; $\vec{c}(\alpha;\beta)$
2	Довжина вектора		$\lvert\vec{c}\rvert$	$\vec{c}(\alpha;\beta)$: $\lvert\vec{c}\rvert=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$
3	Нульовий вектор	●	$\vec{0}$; $\lvert\vec{0}\rvert=0$	$\vec{0}(0;0)$

4	Кут між двома векторами		$\varphi = \left(\vec{m};^\wedge \vec{n}\right)$; $\cos\varphi = \dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{\lvert\vec{m}\rvert\cdot\lvert\vec{n}\rvert}$	$\vec{m}(x_1; y_1),\ \vec{n}(x_2; y_2)$ $\cos\varphi = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$
5	Одиничний вектор (орт)		$\lvert\vec{a}\rvert = 1$	$\vec{a}(x_1; y_1)$: $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 1$
6	Вектори колінеарні		$\vec{a} \parallel \vec{b}$: $\exists\alpha,\ \vec{b} = \alpha\cdot\vec{a}$	$\vec{a}(x_1; y_1) \parallel \vec{b}(x_2; y_2)$: $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2}$
7	Вектори спів–напрямлені		$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$	$\vec{a}(x_1; y_1) \uparrow\uparrow \vec{b}(x_2; y_2)$ $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2} = \kappa > 0$
8	Вектори протилежно–напрямлені		$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$	$\vec{a}(x_1; y_1) \uparrow\downarrow \vec{b}(x_2; y_2)$ $\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2} = \kappa < 0$
9	Вектори рівні		$\vec{a} = \vec{b}$: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b},\ \lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert$	$\vec{a}(x_1; y_1) = \vec{b}(x_2; y_2)$: $x_1 = x_2,\ y_1 = y_2$
10	Вектори перпенди–кулярні		$\left(\vec{a};^\wedge \vec{b}\right) = 90^\circ$, $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = 0$	$\vec{a}(x_1; y_1) \perp \vec{b}(x_2; y_2)$ $x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 = 0$
11	Сума двох векторів		$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$	$\vec{a}(x_1; y_1);\ \vec{b}(x_2; y_2)$: $(x_1; y_1) + (x_2; y_2) =$ $= (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$
12	Різниця двох векторів		$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$	$(x_1; y_1) - (x_2; y_2) =$ $= (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$
13	Добуток вектора на число		$\vec{b} = \lambda\cdot\vec{a}$: 1) $\lvert\vec{b}\rvert = \lvert\lambda\rvert\cdot\lvert\vec{a}\rvert$ 2) $\lambda > 0\ (\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b})$ $\lambda < 0\ (\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b})$	$\vec{b}(x_2; y_2) = \lambda\,\vec{a}(x_1; y_1)$ $\vec{b}(x_2; y_2) = \vec{a}(\lambda x_1; \lambda y_1)$

14	Скалярний добуток двох векторів	—	$\vec{m}\cdot\vec{n}$	$\vec{m}(x_1;y_1),\ \vec{n}(x_2;y_2)$ $\vec{m}\cdot\vec{n}=x_1x_2+y_1y_2$
15	Скалярний квадрат вектора	—	$\vec{m}^{\,2}=\lvert\vec{m}\rvert^2$	$\lvert\vec{m}\rvert^2=x_1^2+y_1^2$
16	Базисні вектори		$\vec{e_1}\ \not\parallel\ \vec{e_2}$	$\vec{e_1}(x_1;y_1);\vec{e_2}(x_2;y_2)$: $\dfrac{x_1}{x_2}\neq\dfrac{y_1}{y_2}$
17	Поділ відрізка AB у відношенні λ		$\overrightarrow{AC}=\lambda\cdot\overrightarrow{CB}$, $\lambda\neq-1$	$A(x_1;y_1),\ B(x_2;y_2)$, $C(x;y)$: $x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\ y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$,
18	Поділ відрізка AB навпіл		$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$, $\lambda=1$	$x=\dfrac{x_1+x_2}{2},\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$,
19	Геометрична проекція вектора на вісь		$Пр_{\overline{CD}}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A_1B_1}$ $Пр_{\overline{MN}}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A_2B_2}$	—
20	Алгебраїчна проекція вектора на вісь		$пр_{\overline{CD}}\vec{a}=\lvert\vec{n}\rvert$ $пр_{\overline{CD}}\vec{a}=\lvert\vec{a}\rvert\cos\varphi$	$\vec{a}(x_1;y_1)$ $\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\cos\varphi$
21	Полярна система координат на площині		O, $\vec{e}$, Ox	$M(\rho;\varphi)$

1.2. Векторний добуток двох векторів

Векторним добутком вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ називається вектор, який позначається символом $[\vec{a}\vec{b}]$ і визначається такими трьома умовами:

1) модуль $|[\vec{a}\vec{b}]|$ вектора $[\vec{a}\vec{b}]$ дорівнює добутку модулів векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ на синус кута φ між ними: $|[\vec{a}\vec{b}]| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\varphi \quad \left(\varphi = \left(\widehat{\vec{a}, \ \vec{b}}\right)\right)$;

2) вектор $[\vec{a}\vec{b}]$ перпендикулярний кожному з векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$, тобто перпендикулярний до площини, яку визначають $\vec{a}$ та $\vec{b}$;

3) упорядкована трійка векторів $\vec{a}, \vec{b}$ і $[\vec{a}\vec{b}]$ має однакову орієнтацію з координатним базисом, або має праву орієнтацію.

Найважливіші властивості векторного добутку:

1. Векторний добуток дорівнює нулю (нуль-вектору), коли вектори-множники ненульових векторів $\vec{a}, \vec{b}$ колінеарні.

Зокрема, $[\,\vec{a}\,\vec{a}] = \vec{0}$ для будь-якого вектора.

2. Модуль $|[\vec{a}\vec{b}]|$ векторного добутку векторів $\vec{a}, \vec{b}$ дорівнює площі паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}, \vec{b}$, віднесених до спільного початку.

Зокрема, якщо вектори $\vec{a}, \vec{b}$ взаємно перпендикулярні ($\varphi = 90°$), то модуль їх векторного добутку дорівнює добутку модулів векторів множників:

$|[\vec{a}\vec{b}]| = |\vec{a}||\vec{b}|$ при $\vec{a} \perp \vec{b}$.

3. Некомутативність множення: $[\vec{a}\vec{b}] = -[\vec{a}\vec{b}]$.

4. Асоціативна властивість відносно скалярного множника:

$$[(k\vec{a})\vec{b}] = k[\vec{a}\vec{b}],\ [\vec{a}(\mu\vec{b})] = \mu[\vec{a}\vec{b}].$$

5. Розподільна властивість відносно додавання:

$$[\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})] = [\vec{a}\vec{b}] + [\vec{a}\vec{c}], \qquad [(\vec{b}+\vec{c})\vec{a}] = [\vec{b}\vec{a}] + [\vec{c}\vec{a}]\,.$$

6. Коли вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ задані своїми координатами відносно ортонормованого базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, то

$$[\vec{a}\vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = [\vec{a}\vec{b}] = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\vec{k}$$

1.3. Мішаний добуток трьох векторів

Мішаним добутком трьох векторів $\vec{a}, \vec{b}$ і $\vec{c}$ називається скалярний добуток векторного добутку $[\vec{a}\vec{b}]$ перших двох векторів $\vec{a}, \vec{b}$ на третій вектор $\vec{c}$: $[\vec{a}\vec{b}]\vec{c} = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})$.

Геометричний зміст: абсолютна величина мішаного добутку трьох упорядкованих векторів $\vec{a}, \vec{b}$ і $\vec{c}$ дорівнює об'єму паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}, \vec{b}$ і $\vec{c}$, віднесених до спільного початку. При цьому: $[\vec{a}\vec{b}]\vec{c} > 0$, якщо трійка $\vec{a}, \vec{b}$ і $\vec{c}$ – права (має однакову орієнтацію базисом), і $[\vec{a}\vec{b}]\vec{c} < 0$, якщо трійка $\vec{a}, \vec{b}$ і $\vec{c}$ – ліва .

У випадку, коли вектори $[ab]\vec{c}$ компланарні, $[\vec{a}\vec{b}]\vec{c} = 0$.

Властивості мішаного добутку:

1. Випливає з геометричного змісту: $[\vec{a}\vec{b}]\vec{c} = \vec{a}[\vec{b}\vec{c}]$.

2. Мішаний добуток зберігає свою абсолютну величину при перестановці множників і 1) змінює знак при перестановці двох множників; 2) зберігає знак при циклічній перестановці трьох його множників:

$$\vec{a}\,\vec{b}\vec{c} = \vec{b}\vec{c}\vec{a} = \vec{c}\vec{a}\,\vec{b} = -\vec{a}\vec{c}\,\vec{b} = -\vec{b}\vec{a}\vec{c} = -\vec{c}\,\vec{b}\vec{a}\ .$$

3. Рівність нулю мішаного добутку є необхідною і достатньою умовою компланарності трьох векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

4. Якщо вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ задані своїми координатами: $\vec{a} = \{x_1, y_1, z_1\}$, $\vec{b} = \{x_2, y_2, z_2\}$, $\vec{c} = \{x_3, y_3, z_3\}$, то мішаний добуток $(\vec{a}\,\vec{b}\vec{c})$ обчислюється як наступний детермінант:

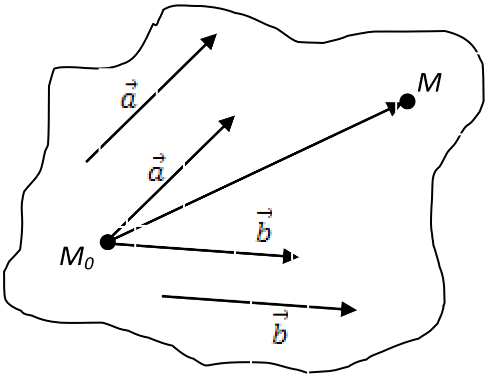
$$(\vec{a}\,\vec{b}\vec{c}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

1.4. Площина та пряма в просторі

Площина – основний геометричний об'єкт, означення не має. Кожна площина може бути виражена лінійним рівнянням відносно просторової декартової системи координат.

При виведенні рівнянь площини векторним методом використовують компланарність трьох векторів або перпендикулярність двох векторів:

Рівняння площини через точку та напрямний підпростір:

	*M_0* – задана точка; $\vec{a}$ і $\vec{b}$ – неколінеарні вектори, паралельні до площини (напрямний підпростір) *Векторне рівняння площини*: $\overrightarrow{M_0M} = u\vec{a} + v\vec{b}$, де *u*, *v* – деякі параметри

Вектори $\overrightarrow{M_0M},\ \vec{a},\ \vec{b}$ – компланарні, тому $\left(\overrightarrow{M_0M},\ \vec{a},\ \vec{b}\right) = 0$.

У деякій афінній системі координат: $M_0(x_0, y_0, z_0)$, $\vec{a}\,(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}\,(b_1, b_2, b_3)$, тому *координатна форма* рівняння має вигляд:

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = 0$$

Векторна форма дає нам *параметричні рівняння площини*:

$$\begin{cases} x = x_0 + ua_1 + vb_1 \\ y = y_0 + ua_2 + vb_2 \\ z = z_0 + ua_3 + vb_3 \end{cases}$$

Рівняння площини, яка проходить через три точки

Нехай дано три точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$, $M_3(x_3, y_3, z_3)$, які не лежать на одній прямій. Ці точки однозначно визначають площину. Знайдемо рівняння цієї площини. Для цього візьмемо у цій площині довільну точку $M(x, y, z)$ і згідно з умовою компланарності мішаний добуток $\overrightarrow{M_1M} \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{M_1M_3} = 0$, або в координатній формі:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Загальне рівняння площини

$Ax + By + Cz + D = 0$, де $\vec{n}(A, B, C)$ – вектор нормалі площини (перпендикулярний до цієї площини).

Кут між двома площинами: $\cos\alpha = \dfrac{\left|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{\left|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$.

Умова паралельності площин: $\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.

Умова перпендикулярності площин: $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

Канонічні рівняння прямої

Нехай пряма L задана в просторі точкою $M_0(x_0, y_0, z_0)$ і напрямним вектором $u = \{l, m, n\}$. Позначимо через $M(x, y, z)$ довільну точку прямої L і виразимо умову колінеарності векторів $\overrightarrow{M_0M}$ і $\vec{u}$ в координатах:

$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$ – *канонічні рівняння прямої.*

Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки

Рівняння прямої L, яка проходить через дві задані точки M_1 і M_2, можна розглядати як окремий випадок її канонічних рівнянь.

Дістанемо: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{z - z_1}{z_2 - z_1}$.

Якщо точка $M_3(x_3, y_3, z_3)$ лежить на прямій L, то її координати задовольняють вище записане рівняння: $\dfrac{x_3 - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$. Це аналітичний вираз умови колінеарності трьох точок в просторі.

Задання прямої двома загальними лінійними рівняннями

Пряму в просторі можна задати відносно декартової прямокутної системи координат рівняннями двох площин, які по ній перетинаються:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}.$$

1.5. Лінії другого порядку

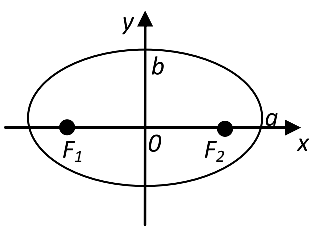
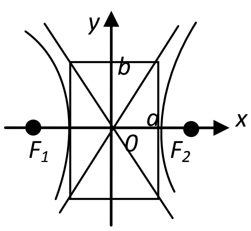
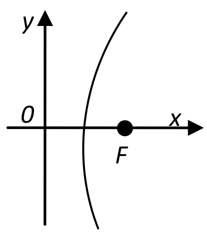
Еліпсом називається геометричне місце точок площини, сума відстаней від яких до двох фіксованих точок цієї площини, що називаються фокусами, є величиною сталою.

Гіперболою називається геометричне місце точок площини, різниця відстаней від яких до двох фіксованих точок цієї площини, що називаються фокусами, є величиною сталою.

Параболою називається геометричне місце точок площини, рівновіддалених від даної точки, що називається фокусом, і даної прямої, що називається директрисою.

Рівняння еліпса, гіперболи і параболи в полярній системі координат (єдине для всіх): $\rho = \dfrac{p}{1-\varepsilon\cos\phi}$.

Основні характеристики ліній другого порядку

	еліпс	**гіпербола**	**парабола**
Канонічне рівняння	$\dfrac{x'^2}{a^2}+\dfrac{y'^2}{b^2}=1$, $a^2-b^2=c^2$	$\dfrac{x'^2}{a^2}-\dfrac{y'^2}{b^2}=1$, $a^2+b^2=c^2$	$y^2=2px$
Ексцентриситет	$\varepsilon=\dfrac{c}{a}<1$	$\varepsilon=\dfrac{c}{a}>1$	$\varepsilon=1$
Рівняння директрис	$x=\pm\dfrac{a}{\varepsilon}$	$x=\pm\dfrac{a}{\varepsilon}$	$x=-\dfrac{p}{2}$
Рівняння асимптот	немає	$x=\pm\dfrac{b}{a}x$	немає
Рівняння дотичної	$\dfrac{xx_0}{a^2}+\dfrac{yy_0}{b^2}=1$	$\dfrac{xx_0}{a^2}-\dfrac{yy_0}{b^2}=1$	$yy_0=p(x+x_0)$
Рівняння діаметра, спряженого до напряму $\vec{p}\,(p_1,p_2)$	$y=-\dfrac{p_1}{p_2}\cdot\dfrac{b^2}{a^2}x$	$y=\dfrac{p_1}{p_2}\cdot\dfrac{b^2}{a^2}x$	$y=\dfrac{p\,p_1}{p_2}$
Графічне зображення			

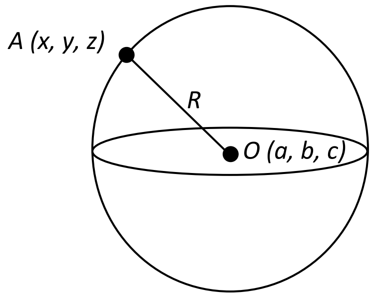
1.6. Поверхні другого порядку

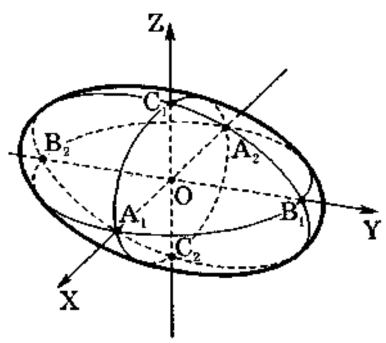
Поверхнею другого порядку називається поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням $F(x,y,z)=0$, де $F(x,y,z)$ – многочлен другого степеня.

Усі поверхні другого порядку можна утворити рухом прямої або рухом лінії другого порядку. Найпростіші форми руху є обертання і паралельне перенесення. Більшість поверхонь другого порядку можна дістати обертанням лінії другого порядку навколо осі і рівномірним стисненням або розтягненням добутої поверхні обертання в певному напрямі.

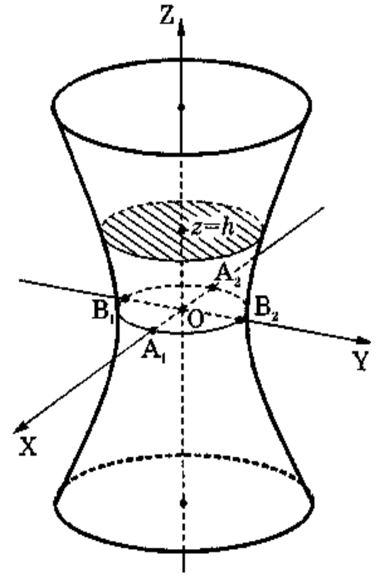
<table>
<tr><th colspan="4">І. Поверхні обертання</th></tr>
<tr><td colspan="2">Поверхня, яка утворюється внаслідок обертання кривої L навколо прямої l, називається поверхнею обертання. При цьому пряма l називається віссю обертання, а крива L – твірною поверхні обертання.</td><td colspan="2">Якщо крива L у системі координат Oyz задається рівнянням $F(y;z)=0$ і вісь обертання поверхні l збіглася з віссю Oz, то рівняння поверхні обертання запишеться так: $F\left(\pm\sqrt{x^2+y^2};z\right)=0$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Правило складання рівняння поверхні обертання: необхідно в рівнянні лінії, яка обертається, залишити без змін ту змінну, яка відповідає осі обертання, а другу змінну замінити на корінь квадратний, взятий зі знаками «+» та «–», з суми квадратів цієї ж змінної і тієї змінної, яка відсутня в рівнянні кривої.</td></tr>
<tr><th colspan="4">Приклади утворення поверхонь обертання</th></tr>
<tr><th>Назва поверхні</th><th>Вісь l</th><th>Твірна лінія L</th><th>Рівняння поверхні</th></tr>
<tr><td>Сфера</td><td>Ox</td><td>коло $\begin{cases} x^2+y^2=R^2 \\ z=0 \end{cases}$</td><td>$x^2+y^2+z^2=R^2$</td></tr>
<tr><td>Еліпсоїд обертання</td><td>Oy</td><td>еліпс $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \\ z=0 \end{cases}$</td><td>$\frac{x^2+z^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$</td></tr>
<tr><td>Однопорожнинний гіперболоїд обертання</td><td>Oz</td><td>гіпербола $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \\ y=0 \end{cases}$</td><td>$\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$</td></tr>
</table>

Двопорожнинний гіперболоїд обертання	Ox	гіпербола $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$	$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2 + z^2}{c^2} = 1$
Параболоїд обертання	Oz	парабола $\begin{cases} x^2 = 2pz \\ y = 0 \end{cases}$	$x^2 + y^2 = 2pz$

II. Сфера	
	***Сферою*** називається геометричне місце точок, відстань яких від заданої точки простору (центр сфери) є величина стала (радіус сфери). Сферу можна задати чотирма точками, які не лежать на одній площині.

III. Еліпсоїд	
	***Еліпсоїдом*** називається поверхня, яка в деякій прямокутній системі координат задається рівнянням: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1.$ Поверхня утворена внаслідок рівномірного стиснення еліпсоїда обертання до однієї з його площин симетрії або шляхом розтягнення в протилежних напрямах.

IV. Однопорожнинний гіперболоїд



Однопорожнинним гіперболоїдом називається поверхня, яка в деякій прямокутній системі координат задається рівнянням.

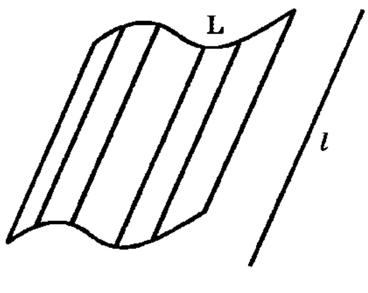
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Поверхня утворена внаслідок рівномірного стиснення однопорожнинного гіперболоїда обертання до однієї з його площин симетрії або шляхом розтягнення в протилежних напрямах.

Інші канонічні рівняння однопорожнинних гіперболоїдів:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\quad -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

V. Циліндрична поверхня



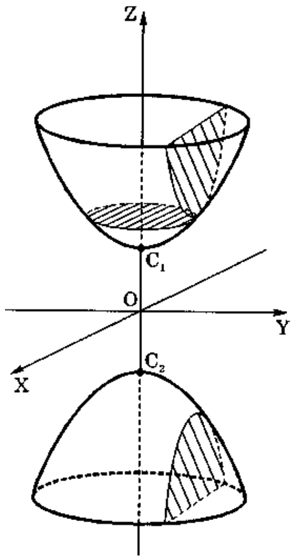
Поверхня, утворена внаслідок руху прямої (твірної), яка перетинає задану криву (напрямну) L і залишається паралельною даній прямій l, називається ***циліндричною поверхнею***.

Кожне рівняння другого порядку з двома змінними x, y в просторі, якщо воно виражає дійсну поверхню і не розкладається на два лінійні множники, є рівняння циліндра, твірні якого паралельні осі Oz.

Коли б рівняння поверхні в просторі мало дві змінні x, z, то воно виражало б циліндр з твірними, паралельними осі Oy, а коли б воно містило змінні y, z, то твірні циліндра були б паралельні осі Ox.

Приклади циліндрів та їх канонічних рівнянь

Еліптичний циліндр	*Гіперболічний циліндр*	*Параболічний циліндр*
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$y^2=2px$

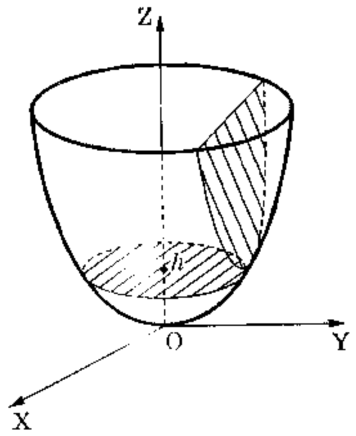
<table>
<tr><th colspan="2">VI. Двопорожнинний гіперболоїд</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Двопорожнинним гіперболоїдом називається поверхня, яка в деякій прямокутній системі координат задається рівнянням:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1.$$

Поверхня утворена внаслідок рівномірного стиснення двопорожнинного гіперболоїда обертання до однієї з його площин симетрії або шляхом розтягнення в протилежних напрямах.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Інші канонічні рівняння двопорожнинних гіперболоїдів:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1,\quad -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1,$$

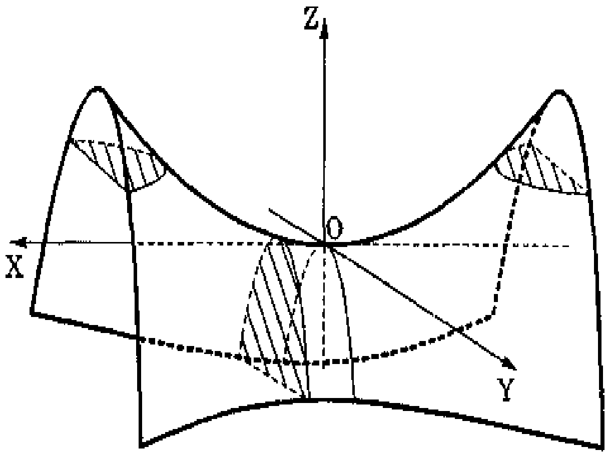
$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\quad -\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,\quad -\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$</td></tr>
</table>

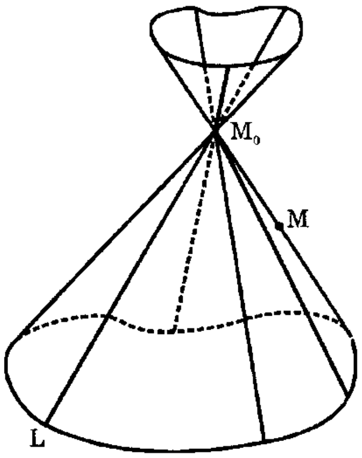
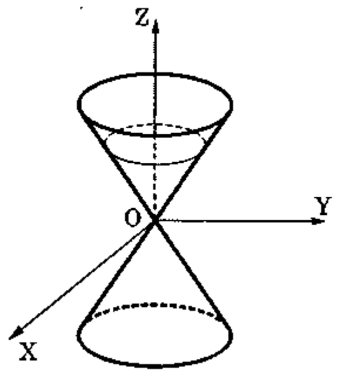
<table>
<tr><th colspan="2">VII. Еліптичний параболоїд</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Еліптичним параболоїдом називається поверхня, яка в деякій прямокутній системі координат задається рівнянням:

$$\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=2z.$$

Поверхня утворена внаслідок рівномірного стиснення параболоїда обертання до однієї з його площин симетрії або шляхом розтягнення в протилежних напрямах.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Інші канонічні рівняння еліптичних параболоїдів:

$$\frac{x^2}{p}+\frac{z^2}{q}=2y,\quad \frac{y^2}{p}+\frac{z^2}{q}=2x$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">VIII. Гіперболічний параболоїд</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Гіперболічним параболоїдом називається поверхня, яка в деякій прямокутній системі координат задається рівнянням:
$$\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=2z.$$
Поверхня описана параболою, яка рухається в просторі так, що її площина залишається весь час паралельною заданій площині (Oyz), а вершина ковзає по нерухомій параболі, розміщеній в перпендикулярній площині (Oxz). Напрями осей обох парабол (рухомої і нерухомої) протилежні.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Інші канонічні рівняння гіперболічних параболоїдів:
$$\frac{x^2}{p}-\frac{z^2}{q}=2y,\quad \frac{y^2}{p}-\frac{z^2}{q}=2x,$$
$$\frac{x^2}{p}-\frac{y^2}{q}=-2z,\quad \frac{x^2}{p}-\frac{z^2}{q}=-2y,\quad \frac{y^2}{p}-\frac{z^2}{q}=-2x$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Еліптичний параболоїд теж можна утворити рухом параболи, площина якої, переміщаючись, залишається весь час паралельною заданій площині, а вершина ковзає по нерухомій параболі, розміщеній в площині, перпендикулярній до неї. Але напрями осей обох парабол (рухомої і нерухомої) повинні мати однакові напрями.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">IX. Конічна поверхня</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Поверхня, утворена внаслідок руху прямої (твірної), яка проходить через дану точку M_0 (вершину) і перетинає дану криву L (напрямну), називається конічною поверхнею.</td><td>Однорідне рівняння другого порядку з трьома змінними, якщо воно виражає дійсну поверхню в просторі і не розкладається на лінійні множники, є рівняння конуса з вершиною в початку координат, наприклад: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$.</td></tr>
</table>

Дотичною площиною в точці до поверхні другого порядку називається геометричне місце дотичних до всіх ліній, які лежать на поверхні і проходять через цю точку (точку дотику). Опукла поверхня другого порядку (наприклад, еліпсоїд) з дотичною площиною мають одну спільну точку. Лінійчаті поверхні з дотичною площиною мають або спільну пряму дотику (наприклад, циліндр, конус), або дві спільні прямі (прямолінійні твірні) (наприклад, однопорожнинний гіперболоїд та гіперболічний параболоїд).

Центром поверхні другого порядку називається точка, в якій усі хорди поверхні, що через неї проходять, діляться навпіл. Тому розрізняють такі типи невироджених поверхонь другого порядку: 1) центральні (еліпсоїд, однопорожнинний і двопорожнинний гіперболоїди, конус); 2) нецентральні (еліптичний і гіперболічний параболоїди); 3) поверхні з прямою центрів (еліптичний і гіперболічний циліндри) тощо.

2. Важливі факти курсу «Основи геометрії»

Зміст дисципліни

Предмет основ геометрії. Геометрія до Евкліда. "Початки" Евкліда. Критика системи Евкліда. Спроби доведення V постулату. Дослідження Саккері, Ламберта і Лежандра. Відкриття неевклідової геометрії. Елементи геометрії Лобачевського. Абсолютна геометрія і аксіома Лобачевського. Паралельні прямі на площині Лобачевського. Властивості прямих на площині Лобачевського. Функція Лобачевського. Властивості трикутників на площині Лобачевського. Поняття про еквідистанту. Основні властивості еквідистант. Поняття про орицикл. Основні властивості орицикла. Теореми про серединні перпендикуляри сторін трикутника та наслідки з них. Завершення логічного обґрунтування геометрії. Проблема несуперечливості геометрії. Система аксіом евклідової геометрії за Гільбертом. Різні шляхи обґрунтування геометрії. Векторне обґрунтування геометрії Евкліда. Система аксіом Вейля. Побудова геометрії за схемою Вейля. Дослідження системи аксіом геометрії. Завдання обґрунтування системи аксіом. Декартова реалізація системи аксіом евклідової геометрії (за О.В. Погорєловим). Арифметична реалізація векторної системи аксіом Г. Вейля евклідової геометрії. Доведення несуперечливості геометрії Лобачевського. Сучасна аксіоматична побудова евклідової геометрії. Основні поняття. Аксіоми належності. Аксіоми порядку. Аксіоми міри для відрізків і кутів. Аксіома існування трикутника, рівного даному. Аксіома існування відрізка даної довжини. Аксіома паралельних. Просторові аксіоми. Огляд різних підходів до аксіоматичної побудови шкільного курсу геометрії. Система аксіом Л.С. Атанасяна. Система аксіом О.Д. Александрова. Система аксіом О.В. Погорєлова. Система аксіом в сучасних підручниках з геометрії. Елементи геометрії Рімана. Основи сферичної геометрії.

2.1. До праці «Початки» Евкліда

Перші означення:

1. Точка є те, що не має частин.
2. Лінія – це довжина без ширини.
3. Пряма лінія є та лінія, яка однаково розміщена відносно всіх своїх точок.
4. Поверхня є те, що має тільки довжину і ширину.
5. Площина є поверхня, яка однаково розміщена відносно всіх прямих, які їй належать.

Постулати:

1. Від будь-якої точки до будь-якої іншої можна провести пряму лінію.
2. Кожну обмежену пряму можна безперервно продовжити.
3. З кожної точки, як із центра, можна довільним радіусом описати коло.
4. Усі прямі кути рівні один одному.
5. Якщо пряма при перетині з двома іншими прямими утворює з ними внутрішні односторонні кути, сума яких менша двох прямих кутів, то ці прямі перетинаються з того боку, з якого ця сума менша двох прямих кутів.

Аксіоми:

1. Рівні одному і тому ж є рівними.
2. Якщо до рівних додаються рівні, то дістанемо рівні.
3. Якщо від рівних віднімаються рівні, то дістанемо рівні.
4. Якщо до нерівних додаються рівні, то дістанемо нерівні.
5. Якщо подвоїти рівні, то дістанемо рівні.
6. Половини рівних рівні між собою.
7. Ті, що суміщаються одне з одним, рівні.
8. Ціле більше частини.
9. Дві прямі не містять простору.

Синонімічні формулювання п'ятого постулату Евкліда:

- У площині через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести одну і лише одну пряму, паралельну даній (аксіома паралельних, Прокл).
- Існують подібні, але нерівні трикутники (Джон Валліс).
- Через три точки, які не лежать на одній прямій, завжди можна провести коло (Фаркаш Бойяї).
- Якщо будь-яка пряма перетинає одну з паралельних прямих, то вона перетинає й другу (Прокл).
- Існують трикутники із сумою кутів 180^0 (Насcір-Еддін).
- Геометричне місце точок, розміщених з одного боку прямої на одній і тій же відстані від неї, є пряма (Посідоній).
- Існують трикутники з якою завгодно площею.
- Усі перпендикуляри до однієї сторони гострого кута перетинають його другу сторону.

2.2. Система аксіом евклідової геометрії за Д. Гільбертом

I. Аксіоми належності (ці аксіоми пояснюють відношення належності між точками, прямими і площинами):

I_1. *Які б не були дві точки A і B, існує пряма a, яка проходить через кожну з цих точок.*

I_2. *Які б не були дві точки A і B, існує не більше одній прямій, яка проходить через кожну з цих точок.*

I_3. *На кожній прямій лежать принаймні дві точки. Існують принаймні три точки, що не лежать на одній прямій.*

I_4. *Які б не були три точки A, B і C, що не лежать на одній прямій, існує площина α, яка проходить через кожну з цих точок. На кожній площині лежить хоча б одна точка.*

I_5. *Які б не були три точки A, B і C, що не лежать на одній прямій, існує не більше однієї площини, яка проходить через кожну з цих точок.*

I_6. *Якщо дві точки A і B прямої a лежать на площині α, то кожна точка прямої a лежить на площині α.*

I_7. *Якщо дві площини α і β мають спільну точку A, то вони мають принаймі ще одну спільну точку B.*

I_8. *Існують принаймні чотири точки, які не лежать в одній площині.*

II. Аксіоми порядку (ці аксіоми виражають властивості взаємного розміщення точок на прямій і площині, пояснюють відношення «лежати між»)

II_1. *Якщо точка B лежить між точками A і C, то A, B, C – різні точки однієї прямої і точка B лежить між C і A.*

II_2. *Які б не були точки A і C, на прямій AC існує принаймні одна точка B така, що точка C лежить між A і B.*

II_3. *Серед будь-яких трьох точок прямої існує не більше однієї точки, яка лежить між двома іншими.*

II_4 (Аксіома Паша). *Нехай A, B і C – три точки, які не лежать на одній прямій, і a – пряма в площині ABC, яка не проходить через жодну з точок A, B, C. Якщо при цьому пряма a перетинає відрізок AB, то вона повинна перетинати або відрізок AC, або відрізок BC.*

III. Аксіоми конгруентності (ця група аксіом визначає поняття конгруентності для відрізків і кутів)

III_1. *Якщо A і B – різні точки на прямій a, A' – точка на тій же прямій або на іншій прямій a', то завжди можна знайти точку B', яка лежить в даний від точки A бік прямої a', причому таку, що відрізок AB конгруентний відрізку A'B'.*

III$_2$. *Якщо два відрізки конгруентні третьому, то вони конгруентні між собою.*

III$_3$. *Нехай AB і BC – два відрізки прямої a, які не мають спільних внутрішніх точок, і нехай A'B' і B'C' – два відрізки тієї ж або іншої прямої a', які також не мають спільних внутрішніх точок. Тоді якщо відрізок AB конгруентний до відрізка A'B', а відрізок BC конгруентний до відрізка B'C', то відрізок AC конгруентний до відрізка A'C'.*

III$_4$. *Від даної півпрямої в даній півплощині, що визначається цією півпрямою та її продовженням, можна відкласти кут, і до того ж єдиний, конгруентний даному куту.*

III$_5$. *Якщо у двох трикутників ABC і A'B'C' сторона AB конгруентна до сторони A'B', а сторона AC конгруентна до сторони A'C' і* $\angle A$ *конгруентний до* $\angle A'$*, то у них* $\angle B$ *конгруентний до* $\angle B'$ *і* $\angle C$ *конгруентний до* $\angle C'$*.*

IV. Аксіоми неперервності

IV$_1$. (аксіома Архімеда). *Нехай AB і CD – довільні відрізки. Тоді на прямій AB існує скінченне число точок* A_1, A_2, ..., A_n, *розташованих так, що відрізки* AA_1, A_1A_2, ..., $A_{n-1}A_n$ *конгруентні до відрізка CD і точка B лежить між* A_{n-1} *і* A_n.

IV$_2$. (аксіома Кантора). *Нехай на прямій a задано нескіченну послідовність відрізків –* A_1B_1, A_2B_2, ..., *з яких кожен наступний лежить в середині попереднього. Нехай, крім того, яким би малим не був заздалегідь відомий відрізок, знайдеться номер ń, для якого відрізок* A_mB_m *менший цього відрізка. Тоді на прямій a існує точка X, яка лежить всередині всіх відрізків* A_1B_1, A_2B_2 *і т.д.*

V. Аксіома паралельності

Нехай a – довільна пряма і A – точка, яка лежить зовні цієї прямій a. Тоді у площині, яка визначається точкою A і прямою a, можна провести не більше однієї прямої, яка проходить через A и не перетинає пряму a.

2.3. Система аксіом евклідової геометрії за О.В. Погорєловим

Аксіоми планіметрії:

I. Яка б не була пряма, існують точки, що належать цій прямій, і точки, що не належать їй. Через будь-які дві точки можна провести пряму, й тільки одну.

II. Із трьох точок на прямій одна й тільки одна лежить між двома іншими.

III. Кожний відрізок має певну довжину, більшу від нуля. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою його точкою.

IV. Пряма, що належить площині, розбиває цю площину на дві півплощини.

V. Кожний кут має певну градусну міру, більшу від нуля. Розгорнутий кут дорівнює $180°$. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами.

VI. На будь-якій півпрямій від її початкової точки можна відкласти відрізок даної довжини, й тільки один.

VII. Від півпрямої на площині, що містить її, можна відкласти в задану півплощину кут із даною градусною мірою, меншою за $180°$, і тільки один.

VIII. Який би не був трикутник, існує трикутник, що дорівнює йому, у даній площині в заданому розміщені відносно даної півпрямої у цій площині.

IX. На площині через дану точку, що не лежить на даній прямій, можна провести не більш як одну пряму, паралельну даній.

Аксіоми стереометрії:

С1. Яка б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і точки, які не належать їй.

С2. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.

С3. Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину, й до того ж тільки одну.

3. Основні означення та формули курсу «Диференціальна геометрія»

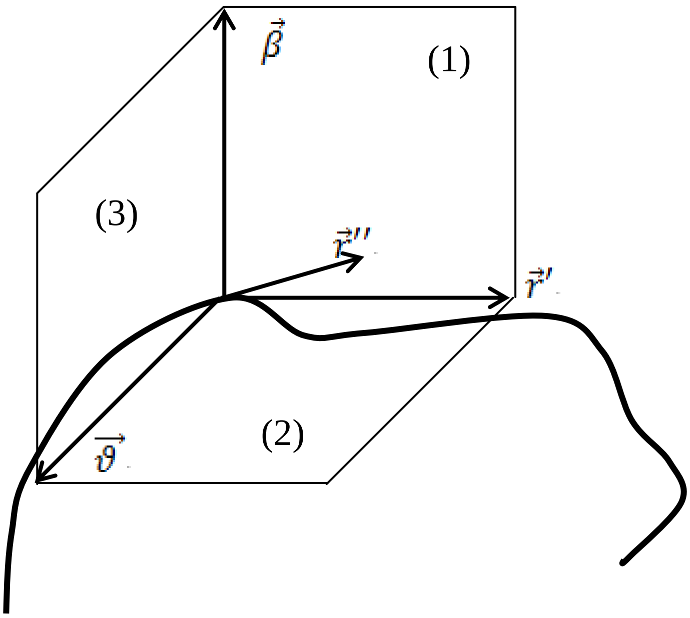
3.1. Теорія кривих

Тематика модуля

1. Предмет диференціальної геометрії. Поняття топологічного перетворення та поняття кривої.
2. Елементи векторного аналізу. Вектор-функція скалярного аргументу.
3. Геометричний зміст диференціювання вектор-функції.
4. Диференціал вектор-функції. Ряд Тейлора для вектор-функції.
5. Геометричний зміст неперервності вектор-функції.
6. Регулярні криві. Способи задання просторової кривої в евклідовому просторі.
7. Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація.
8. Дотична пряма, нормальна площина просторової кривої. Дотикання кривої і поверхні.
9. Стична площина.
10. Супровідний тригранник Френе просторової кривої, його елементи.
11. Дотикання кривих у просторі.
12. Обгинаюча сімейства кривих.
13. Стичне коло.
14. Кривина та скрут кривої. Геометричний зміст кривини і скруту кривої.
15. Обчислення кривини і скруту кривої.
16. Поняття точки розпрямлення. Необхідна і достатня умови того, щоб крива була прямою лінією.
17. Формули Френе.
18. Еволюта та евольвента плоскої кривої.

Тригранник Френе та його елементи

Елементами тригранника Френе, побудованого у довільній точці M(x_0; y_0; z_0) називають три взаємно перпендикулярних вектори $\vec{r}'$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ і площини, що вони задають:



$\vec{r}'$ – вектор дотичної;

$\vec{\beta}$ – вектор бінормалі;

$\vec{\gamma}$ – вектор головної нормалі;

(1) – спрямна площина;

(2) – стична площина;

(3) – нормальна площина.

1) Рівняння дотичної

$$\frac{x-x_0}{x'(t_0)} = \frac{y-y_0}{y'(t_0)} = \frac{z-z_0}{z'(t_0)},$$

де

$$\vec{r}'(t_0) = \left(x'(t_0); y'(t_0); z'(t_0)\right)$$

2) Рівняння нормальної площини

$$x'(t_0)(x-x_0) + y'(t_0)(y-y_0) + z'(t_0)(z-z_0) = 0$$

3) Рівняння бінормалі $\qquad \frac{x-x_0}{x_\beta} = \frac{y-y_0}{y_\beta} = \frac{z-z_0}{z_\beta},$

де $\qquad \vec{\beta} = \vec{\beta}(x_\beta; y_\beta; z_\beta)$, і $\quad \vec{\beta} = \vec{r}' \times \vec{r}''$

4) Рівняння стичної площини

$$x_\beta(x-x_0) + y_\beta(y-y_0) + z_\beta(z-z_0) = 0$$

5) Рівняння головної нормалі $\qquad \frac{x-x_0}{x_\gamma} = \frac{y-y_0}{y_\gamma} = \frac{z-z_0}{z_\gamma}.$

де $\qquad \vec{\gamma} = \vec{\gamma}(x_\gamma; y_\gamma; z_\gamma)$ і $\vec{v} = \vec{r}' \times \vec{\beta}$

6) Рівняння спрямної площини

$$x_\gamma(x-x_0) + y_\gamma(y-y_0) + z_\gamma(z-z_0) = 0.$$

Кривина і скрут кривої

Кривина кривої – це границя відношення приросту кута повороту дотичної до приросту довжини дуги, коли приріст довжини дуги прямує до нуля:

$$K = \frac{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|}{|\vec{r}\,'|^3}.$$

Скрутом кривої називають границю відношення приросту кута повороту бінормалі до приросту довжини дуги, коли приріст довжини дуги прямує до нуля:

$$æ = \frac{(\vec{r}\,', \vec{r}\,'', \vec{r}\,''')}{|\vec{r}\,' \times \vec{r}\,''|^2}.$$

Якщо крива плоска, то скрут æ =0.

3.2. Теорія поверхонь

Тематика модуля

1. Поняття поверхні. Регулярні поверхні.
2. Рівняння поверхні. Способи задання поверхні в евклідовому просторі.
3. Дотична площина і нормаль до поверхні та їх рівняння для різних способів задання.
4. Стичний параболоїд поверхні.
5. Класифікація точок поверхні. Індикатриса Дюпена.
6. Звичайні та особливі точки поверхні та їх геометричний зміст.
7. Криволінійні координати на поверхні. Координатна сітка.
8. Перша квадратична форма поверхні та її геометричний зміст.
9. Обчислення коефіцієнтів першої квадратичної форми.
10. Застосування першої квадратичної форми (обчислення довжини дуги, кута між лініями на поверхні та площі області поверхні).
11. Друга квадратична форма поверхні та її геометричний зміст. Обчислення коефіцієнтів другої квадратичної форми.
12. Індикатриса кривини поверхні. Формула Ейлера.
13. Основна формула кривини кривої на поверхні. Нормальна кривина; теорема Меньє та її геометричний зміст.
14. Головні напрями і кривини. Обчислення головних кривин. Повна і середня кривини поверхні.
15. Класифікація точок поверхні. Омбілічні точки.
16. Формула Родріга.

17. Формула Ейлера для узагальненої кривини нормального перерізу поверхні та її геометричний зміст.

18. Асимптотичні лінії на поверхні. Асимптотичний напрямок. Необхідна і достатня умова співпадання асимптотичної сітки ліній з координатною сіткою поверхні.

19. Характеристична властивість асимптотичних ліній поверхні. Асимптотичні лінії на різних типах поверхні.

20. Лінії кривини на поверхні. Означення та диференціальне рівняння ліній кривини поверхні. Необхідна і достатня умови співпадання координатних ліній з лініями кривини.

21. Ортогональна сітка ліній кривини поверхні. Необхідна і достатня умова того, щоб координатна сітка поверхні співпадала із сіткою ліній кривини.

22. Гауссова кривина поверхні як об'єкт її внутрішньої геометрії. Поверхні сталої гаусової кривини.

23. Сферичне відображення поверхні.

24. Лінійчаті поверхні та поверхні обертання.

25. Теорема Гаусса.

26. Геодезична кривина як інваріант внутрішньої геометрії поверхні.

27. Геодезичні лінії на поверхні. Означення та характеристична властивість геодезичних ліній. Властивості геодезичних ліній поверхні.

28. Диференціальне рівняння геодезичних ліній поверхні.

Перша квадратична форма поверхні

Вираз виду $dS^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$, де dS – диференціали дуги кривої на поверхні, називають *першою квадратичною формою поверхні*.

Знаходження коефіцієнтів першої квадратичної форми:

1) якщо поверхню задано векторно-параметрично $\vec{r}=\vec{r}(u; v)$, то

$$E = \vec{r}_u^{\,2}, \qquad F = \vec{r}_u \vec{r}_v, \qquad G = \vec{r}_v^{\,2};$$

2) якщо поверхню задано в явному вигляді $Z = Z(x; y)$, то

$$E = 1 + Z_x^2; \quad F = Z_x Z_y; \qquad G = 1 + Z_y^2;$$

3) якщо поверхню задано неявно $\Phi(x; y; z) = 0$, то

$$E = 1 + \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_z}\right)^2, \; F = \frac{\Phi_x \, \Phi_y}{\Phi_z^2}, \qquad E = 1 + \left(\frac{\Phi_y}{\Phi_z}\right)^2.$$

Застосування I квадратичної форми

1) Знаходження довжини другої дуги кривої, що належить поверхні:

$S = \int_{M_1}^{M_2} dS$, де M_1, і M_2 – точки кривої.

2) Знаходження кута між кривими:

$t: \begin{cases} u = u_1(t) \\ v = v_1(t) \end{cases}$ і $\tau: \begin{cases} u = u_2(t) \\ v = v_2(t) \end{cases}$ на поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u; v)$

$$\cos\varphi = \frac{E\,du\,\delta u + F(du\,\delta v + dv\delta u) + G du\,\delta v}{\sqrt{Edu^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2}\sqrt{F\delta u^2 + 2F\delta u\delta v + G\delta v^2}}$$

3) Обчислення площі частини поверхні:

$$S = \iint_D \sqrt{EG - F^2}\,du\,dv,$$

А бо $S = \iint_D \sqrt{1 + Zx^2 + Zy^2}\,dx\,du.$

Друга квадратична форма поверхні

Вираз $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ називають *другою квадратичною формою поверхні.*

Знаходження коефіцієнтів II квадратичної форми:

1) Поверхню задано векторно-параметрично $\vec{r} = \vec{r}$ (u;v), тоді

$$L = \frac{(\vec{r}_{uu}, \vec{r}_u, \vec{r}_v)}{\sqrt{EG - F^2}},\ M = \frac{(\vec{r}_{uv}, \vec{r}_u, \vec{r}_v)}{\sqrt{EG - F^2}},\ N = \frac{(\vec{r}_{vv}, \vec{r}_u, \vec{r}_v)}{\sqrt{EG - F^2}},$$

де E, F, G – коефіцієнти I квадратичної форми.

2) Поверхню задано в явному вигляді $Z = Z(x; y)$, тоді

$EG - F^2 = 1 + Z_x^2 + Z_y^2$ і

$$L = \frac{Z_{xx}}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}},\ M = \frac{Z_{xy}}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}},\ N = \frac{Z_{yy}}{\sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2}}.$$

РОЗДІЛ 2. ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ З ГЕОМЕТРІЇ

ЧАСТИНА 1. ЗАВДАННЯ З ВИБОРОМ ОДНІЄЇ ПРАВИЛЬНОЇ ВІДПОВІДІ

Кожне завдання цієї форми складається із запитання та п’ятьох варіантів відповідей, з яких тільки один – правильний.

1.1. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

1.1.1. Елементи векторної алгебри

1) Предметом аналітичної геометрії є … :
А) вивчення геометричних фігур засобами математичного аналізу;
Б) шкільний курс геометрії; **В)** шкільний курс алгебри;
Г) вивчення геометричних фігур засобами алгебраїчного аналізу;
Д) вивчення алгебри геометричними методами.

2) Виділенням аналітичної геометрії як окремого розділу геометрії називають … :
А) III ст. до н.е.; **Б)** XV ст. н.е.; **В)** XVII ст. н.е.;
Г) XIX ст. н.е.; **Д)** II пол. XX ст.

3) Методом аналітичної геометрії є … :
А) метод координат; **Б)** метод нарисної геометрії;
В) аналітичний метод; **Г)** логіко-дедуктивний метод;
Д) графічний метод.

4) Засновником координатного метода вважають … :
А) Галілея; **Б)** Р. Декарта; **В)** Ф. Вієта;
Г) П. Ферма; **Д)** К. Гаусса.

5) Термін «аналітична геометрія» був введений … :
А) С. Лакруа; **Б)** Р. Декартом; **В)** Ф. Вієтом;
Г) П. Фермою; **Д)** Г. Крамером.

6) Термін «вектор» був введений … :
А) Б. Паскалем; **Б)** Р. Декартом; **В)** В. Гамільтоном;
Г) І. Бернуллі; **Д)** П. Фермою.

7) Скалярною величиною є … :

А) об’єм тіла; **Б)** напруга електричного поля;

В) швидкість; **Г)** прискорення; **Д)** момент сили.

8) Векторною величиною не є … :

А) температура; **Б)** напруга електричного поля;

В) швидкість; **Г)** прискорення; **Д)** момент сили.

9) Векторною величиною називається величина, яка характеризується, крім числа, ще й … :

А) координатою; **Б)** напрямом; **В)** масою;

Г) модулем; **Д)** інша відповідь.

10) Два вектори лінійно залежні тоді і тільки тоді, коли вони … :

А) компланарні; **Б)** колінеарні; **В)** мають однакові довжини;

Г) мають не менше однієї нульової координати;

Д) утворюють кут, відмінний від нуля.

11) Система трьох векторів лінійно залежні тоді і тільки тоді, коли ці вектори … :

А) компланарні; **Б)** колінеарні; **В)** мають однакові довжини;

Г) мають не менше однієї нульової координати;

Д) утворюють тригранник Френе.

12) Перше застосування векторів було у … :

А) геометрії; **Б)** алгебрі; **В)** фізиці;

Г) географії; **Д)** астрономії.

13) Система лінійно незалежних векторів … :

А) утворює протилежні вектори; **Б)** компланарна;

В) не містить нульового вектора; **Г)** не існує; **Д)** необмежена.

14) Оберіть формулу для знаходження довжини вектора $\vec{a}(a_1;a_2)$, який заданий в ортонормованому базисі:

А) $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$; **Б)** $\left|\vec{a}\right| = a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_1$; **В)** $\left|\vec{a}\right| = (a_1 - a_2)^2$;

Г) $\left|\vec{a}\right| = a_1^2 + a_2^2$; **Д)** інша відповідь.

15) Вектори, які лежать на одній або на паралельних прямих, називаються:

А) паралельними; **Б)** компланарними; **В)** колінеарними;

Г) ортонормованими; **Д)** інша відповідь.

16) Оберіть формули для обчислення координат точки $M(x;y)$, що є серединою відрізка AB, якщо $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$:

А) $x=\dfrac{x_2-x_1}{2}$, $y=\dfrac{y_2-y_1}{2}$; **Б)** $x=\dfrac{x_2+x_1}{2}$, $y=\dfrac{y_2+y_1}{2}$;

В) $x=\dfrac{x_2\cdot x_1}{2}$, $y=\dfrac{y_2\cdot y_1}{2}$; **Г)** $x=\dfrac{x_1-x_2}{2}$, $y=\dfrac{y_1-y_2}{2}$;

Д) інша відповідь.

17) До класу колінеарних векторів не належать такі вектори:

А) рівні за довжиною та напрямом; **Б)** протилежно напрямлені;

В) рівні лише за довжиною, а не за напрямом;

Г) з різною довжиною та протилежно напрямлені;

Д) однаково напрямлені.

18) Результуючим при додаванні двох неколінеарних векторів зі спільним початком є вектор:

А) довжина якого рівна сумі довжин заданих векторів;

Б) зі спільним з ними початком, а кінець якого співпадає з кінцем довшого вектора;

В) зі спільним з ними початком, а кінець якого співпадає з кінцем меншого вектора;

Г) зі спільним з ними початком, а кінець якого знаходиться в протилежній вершині паралелограма;

Д) початок якого починається з кінця вектора, який віднімають, а кінець співпадає з кінцем вектора, від якого віднімають.

19) Результуючим при відніманні двох неколінеарних векторів зі спільним початком є вектор:

А) довжина якого рівна сумі довжин заданих векторів;

Б) зі спільним з ними початком, а кінець якого співпадає з кінцем довшого вектора;

В) зі спільним з ними початком, а кінець якого співпадає з кінцем меншого вектора;

Г) зі спільним з ними початком, а кінець якого знаходиться в протилежній вершині паралелограма;

Д) початок якого починається з кінця вектора, який віднімають, а кінець співпадає з кінцем вектора, від якого віднімають.

20) Однаковонапрямленим ортом вектора $\overrightarrow{(12,5,0)}$ є вектор з координатами:

А) $\overrightarrow{\left(\frac{12}{13},\frac{5}{13},0\right)}$; **Б)** $\overrightarrow{\left(1,\frac{5}{12},0\right)}$; **В)** $\overrightarrow{\left(\frac{12}{5},1,0\right)}$;

Г) $\overrightarrow{(-1,1,0)}$; **Д)** $\overrightarrow{\left(-\frac{12}{13},\frac{5}{13},0\right)}$.

21) Орт – це вектор, довжина якого дорівнює … :
А) нулю; **Б)** одиниці; **В)** будь-якому натуральному числу;
Г) дробовому числу; **Д)** інша відповідь.

22) Координатами вектора відносно даного базису є коефіцієнти у розкладі цього вектора за … векторами:
А) колінеарними; **Б)** залежними; **В)** базисними;
Г) лише ортогональними; **Д)** інша відповідь.

23) Система векторів $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$,..., $\overrightarrow{a_n}$, називається лінійно …, якщо рівність $\alpha_1\overrightarrow{a_1}+\alpha_2\overrightarrow{a_2}+\ldots+\alpha_n\overrightarrow{a_n}=\vec{0}$ можлива лише при $\alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_n=0$:
А) незалежною; **Б)** залежною; **В)** перпендикулярною;
Г) афінною; **Д)** інша відповідь.

24) Два вектори рівні, якщо:
А) рівні їх довжини; **Б)** однакові їх напрямки;
В) рівні їх довжини та однакові напрями;
Г) вектори мають спільний початок; **Д)** інша відповідь.

25) Два вектори називають протилежними, якщо:
А) рівні їх довжини та однакові напрями;
Б) рівні їх довжини, а напрямки протилежні;
В) їх напрямки протилежні;
Г) вони лежать на паралельних прямих; **Д)** інша відповідь.

26) Результатом множення вектора на число є … :
А) число додатне; **Б)** число від'ємне;
В) вектор, колінеарний до заданого;

Г) площа паралелограма; **Д)** недопустима операція.

27) Визначте, при яких значеннях α, β вектори $\vec{a} = (\alpha;-4;2)$ і $\vec{b} = (-10;8;\beta)$ колінеарні.

А) $\alpha = 5, \beta = -4$; **Б)** $\alpha = -5, \beta = 4$; **В)** $\alpha = 10, \beta = -2$;
Г) $\alpha = -10, \beta = 2$; **Д)** $\alpha = -4, \beta = 1$.

28) Знайдіть координати точки $M(x\ ;y\ ;z\ )$, яка ділить відрізок AB між точками $A(3;1;-2)$ і $B(1;2;0)$ у відношенні $1:2$:

А) $(7;4;3)$; **Б)** $\left(\frac{7}{3};\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)$; **В)** $\left(2;\frac{3}{2};-1\right)$;

Г) $\left(1;\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$; **Д)** $\left(-\frac{7}{3};-\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$.

29) Дано точки $A(1;-2;3)$, $B(0;-4;-2)$. Знайдіть координати вектора $\overrightarrow{AB}$:

А) $(1;-6;1)$; **Б)** $(-1;6;-1)$; **В)** $(-1;-2;-5)$;
Г) $(0;8;-6)$; **Д)** $(1;2;5)$.

30) Дано вектори $\vec{a}\ (7;\ 6;\ -3)$ і $\vec{b}\ (2;\ -4;\ 0)$. Координати $\vec{a} + \vec{b}$ … :

А) (9; 10; -3); **Б)** (9; 2; -3); **В)** (9; 2; 0);
Г) (-9; 10; -3); **Д)** інша відповідь.

31) Дано точки *A(-2; 4; 1)* і *B(3; -8; 2)*. Координати вектора $\overrightarrow{AB}$:

А) (5; -12; 1); **Б)** (1; -12; 1); **В)** (1; 12; -1);
Г) (-5; -12; 3); **Д)** інша відповідь.

32) Довжина вектора $\vec{b}\ (7;\ -3;\ 2)$ дорівнює … :

А) $\sqrt{44}$; **Б)** $\sqrt{62}$; **В)** $\sqrt{24}$; **Г)** $\sqrt{26}$; **Д)** інша відповідь.

33) Дано вектори $\vec{a}\ (7;\ 6;\ -3)$ і $\vec{b}\ (2;\ -4;\ 0)$. Координати вектора $\vec{a} - \vec{b}$ … :

А) (5; 10; -3); **Б)** (5; 2; -3); **В)** (5; 2; 0);
Г) (5; 10; 0); **Д)** інша відповідь.

34) Дано вектори $\vec{a}\,(-6;\ 10;\ 8)$ і $\vec{b}\,(-3;\ 12;\ 6)$. Знайдіть координати вектора $\vec{m} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$:

А) (-21; -16; -2); **Б)** (3; -16; -2); **В)** (-3; -16; -2);
Г) (-3; 56; 18); **Д)** інша відповідь.

35) Вектор $\vec{i}$ має координати:

А) (0; 0; 1); **Б)** (0; 1; 0); **В)** (1; 0; 0);
Г) (i; 0; 0); **Д)** інша відповідь.

36) Вектор $\vec{k}$ має координати:

А) (0; 0; 1); **Б)** (0; 1; 0); **В)** (1; 0; 0);
Г) (0; 0; k); **Д)** інша відповідь.

37) Вектор $\vec{j}$ має координати:

А) (0; 0; 1); **Б)** (0; 1; 0); **В)** (1; 0; 0);
Г) (0; j; 0); **Д)** інша відповідь.

38) Дано вектори $\vec{a}\,(-1;\ 3;\ 4)$ і $\vec{b}\,(1;\ -3;\ 4)$. Вони є … :

А) рівними; **Б)** колінеарними;
В) різними за напрямом та з однаковою довжиною;
Г) протилежними; **Д)** різними за напрямом та довжиною.

39) Установіть вид чотирикутника з вершинами A (2, 2), B (3, 4), C (1, 5), D (0, 3):

А) прямокутник; **Б)** паралелограм; **В)** ромб;
Г) трапеція; **Д)** квадрат.

40) Точки A (1, 4, 3), B (-5, 0, 4) і C (2, 1, 1) є вершинами паралелограма ABCD. Знайдіть координати вершини D:

А) (-4, -3, 2); **Б)** (-5, 0, 2); **В)** (-3, 1, 5);
Г) (2, -3, -4); **Д)** інша відповідь.

41) Обчисліть довжину медіани трикутника ABC, проведеної з вершини A, якщо A (2, -5, -1), B (7, 9, 6), C (-3, 5, 2):

А) 9; **Б)** 12; **В)** 10; **Г)** 13; **Д)** інша відповідь.

42) Вектори $\vec{a}\,(3;\ 3;\ -1)$, $\vec{b}\,(3;\ 1;\ 0)$ і $\vec{c}\,(-1;\ 2;\ 1)$ утворюють базис. Знайдіть координати вектора $\vec{d}\,(-1;\ 0;\ 2)$ у цьому базисі:

А) (1, 0, 1); **Б)** (2, 1, -1); **В)** (-1, 1, 1);
Г) (-1, 0, 1); **Д)** інша відповідь.

43) Скалярним добутком $\vec{a}\vec{b}$ двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається … , що дорівнює добутку модулів цих векторів на косинус кута між ними: $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}\,{}^{\wedge}\,\vec{b})$:

А) вектор; **Б)** число; **В)** координат;
Г) проекція; **Д)** інша відповідь.

44) Скалярний добуток векторів $\vec{a}(7,-6,3)$ і $\vec{b}(2,4,-1)$ становить:

А) 13; **Б) 9**; **В)** -13; **Г)** -17; **Д)** інша відповідь.

45) Вектори $\vec{u}$ і $\vec{v}$ утворюють кут $\frac{5\pi}{6}$. Знайдіть їх скалярний добуток, якщо $|\vec{u}|=4$, $|\vec{v}|=3$:

А) 12; **Б)** 6; **В)** $-6\sqrt{3}$; **Г)** $7\sqrt{3}$; **Д)** $6\sqrt{3}$.

46) Скалярним добутком двох векторів називається … :
А) добуток їх довжин на синус кута між ними;
Б) добуток їх довжин; **В)** косинус кута між ними;
Г) добуток їх довжин на косинус кута між ними; **Д)** інша відповідь.

47) Векторним добутком двох векторів називається … :
А) добуток їх довжин на косинус кута між ними;
Б) добуток їх довжин на синус кута між ними;
В) добуток їх довжин; **Г)** синус кута між ними; **Д)** вектор.

48) Мішаним добутком трьох векторів називається … :
А) векторний добуток першого на векторний добуток другого і третього;
Б) скалярний добуток першого на векторний добуток другого і третього;
В) добуток першого на скалярний добуток другого і третього;
Г) добуток їх довжин; **Д)** інша відповідь.

49) Не є фізичним змістом векторного добутку двох векторів:
А) момент сили; **Б)** робота; **В)** сила Лоренца;

Г) щільність імпульсу; **Д)** швидкість точки твердого тіла.

50) Є фізичним змістом скалярного добутку двох векторів … :
А) момент сили; **Б)** робота; **В)** сила Лоренца;
Г) щільність імпульсу; **Д)** швидкість точки твердого тіла.

51) Є геометричним змістом векторного добутку двох векторів … :
А) площа поверхні сфери; **Б)** об'єм паралелепіпеда;
В) периметр паралелограма; **Г)** площа паралелограма;
Д) об'єм тетраедра.

52) Є геометричним змістом мішаного добутку трьох векторів … :
А) площа поверхні сфери; **Б)** об'єм паралелепіпеда;
В) периметр паралелограма; **Г)** площа паралелограма;
Д) площа трикутника.

53) Оберіть формулу для знаходження скалярного добутку векторів $\vec{a}(x_1, y_1)$ і $\vec{b}(x_2, y_2)$:
А) $x_1x_2 + y_1y_2$; **Б)** $x_1y_1 + x_2y_2$; **В)** $x_1+x_2 + y_1+y_2$;
Г) $(x_1-x_2)(y_1 - y_2)$; **Д)** інша відповідь.

54) Оберіть рівність, що виражає необхідну і достатню умову перпендикулярності векторів $\vec{a}(x_1, y_1)$ і $\vec{b}(x_2, y_2)$:
А) $x_1x_2 + y_1y_2 = 0$; **Б)** $x_1y_1 + x_2y_2 = 0$;
В) $x_1+x_2 + y_1+y_2 = 0$; **Г)** $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$; **Д)** інша відповідь.

55) Для того, щоб три вектори $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$, $\vec{c}(x_3; y_3; z_3)$ були компланарні, необхідно і достатньо, щоб … :

А) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 3$; **Б)** $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$; **В)** $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 1$;

Г) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$; **Д)** інша відповідь.

56) Яким співвідношенням зв'язані напрямні косинуси вектора? Система координат – прямокутна декартова:

А) $\cos^2\alpha - \cos^2\beta - \cos^2\gamma = 1$; **Б)** $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 2$;

В) $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 0$; **Г)** $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$;

Д) інша відповідь.

57) Якою рівністю визначається косинус кута $\varphi = \left(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}\right)$ між векторами $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$ у прямокутній декартовій системі координат?

А) $\cos\varphi = \dfrac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$; **Б)** $\cos\varphi = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$;

В) $\cos\varphi = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\left(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2\right) \cdot \left(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2\right)}$; **Г)** $\cos\varphi = \dfrac{x_1y_1z_1 + x_2y_2z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$;

Д) інша відповідь.

58) Як визначається модуль вектора $[\vec{a}\vec{b}]$?

А) $|[\vec{a}\vec{b}]| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi$, де φ – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$;

Б) $|[\vec{a}\vec{b}]| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$, де φ – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$;

В) $|[\vec{a}\vec{b}]| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot tg\varphi$, де φ – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$;

Г) $|[\vec{a}\vec{b}]| = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \sin\varphi$, де φ – кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$;

Д) інша відповідь.

59) Якщо векторний добуток векторів дорівнює нулю, то вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$:

А) колінеарні; **Б)** компланарні; **В)** перпендикулярні;

Г) з рівною довжиною; **Д)** інша відповідь.

60) Модуль $|[\vec{a}\vec{b}]|$ векторного добутку векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює чисельно …, побудованого на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (віднесених до спільного початку):

А) площі паралелограма; **Б)** площі трикутника;

В) периметру паралелограма;

Г) площі поверхні паралелепіпеда; **Д)** інша відповідь.

61) Нехай вектор $\vec{p}$ є векторним добутком векторів $\vec{a}(x_1;y_1;z_1)$, $\vec{b}(x_2;y_2;z_2)$, заданих своїми координатами в правому ортонормованому базисі $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Які координати вектора $\vec{p}$?

А) $\vec{p}\left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$; **Б)** $\vec{p}\left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$;

В) $\vec{p}\left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}\right)$; **Г)** $\vec{p}\left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix};-\begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right)$;

Д) інша відповідь.

62) Мішаним добутком трьох векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (позначають $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})$ або $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$) називається число, що дорівнює … векторного добутку векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ на вектор $\vec{c}$:

А) модулю проекції; **Б)** векторному добутку;
В) скалярному добутку; **Г)** модулю частки;
Д) інша відповідь.

63) Модуль мішаного добутку трьох векторів чисельно дорівнює …, побудованого на цих векторах:

А) об'єму тетраедра; **Б)** площі повної поверхні паралелепіпеда;
В) об'єму паралелепіпеда; **Г)** об'єму правильного тетраедра;
Д) інша відповідь.

64) Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні тоді і тільки тоді, коли:

А) $\vec{a}-\vec{b}=\vec{0}$; **Б)** $[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$; **В)** $\vec{a}\vec{b}=0$;

Г) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$; **Д)** інша відповідь.

65) Нехай $\vec{a}$ – довільний вектор. Виберіть правильні рівності:

1) $\vec{a}\vec{a}=0$; 2) $|[\vec{a},\vec{a}]|=|\vec{a}|^2$; 3) $\vec{a}\vec{a}=|\vec{a}|^2$; 4) $[\vec{a},\vec{a}]=\vec{0}$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

66) Нехай $\vec{a}$ і $\vec{b}$ – довільні вектори, λ – довільне число. Виберіть правильні рівності:

1) $[\vec{a},\vec{b}]=[\vec{b},\vec{a}]$; 2) $\vec{a}\vec{b}=\vec{b}\vec{a}$;

3) $[\lambda\vec{a},\vec{b}] = \lambda[\vec{a},\vec{b}]$;   4) $\vec{a}\vec{b} = -\vec{b}\vec{a}$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

67) Нехай $\vec{a}$ і $\vec{b}$ – довільні вектори, φ – кут між ними. Виберіть правильні рівності:

1) $[\vec{a},\vec{b}] = |\vec{a}||\vec{b}|sin\varphi$;   2) $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|cos\varphi$;

3) $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|sin\varphi$;   4) $|[\vec{a},\vec{b}]| = |\vec{a}||\vec{b}|sin\varphi$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

68) Нехай $\vec{a}$ і $\vec{b}$ – довільні вектори, λ – довільне число. Оберіть неправильні рівності:

1) $[\vec{a},\vec{b}] = [\vec{b},\vec{a}]$;   2) $\lambda(\vec{a}+\vec{b}) = \lambda\vec{a} + \overline{\lambda\vec{b}}$;

3) $(\lambda\vec{a})\vec{b} = -\vec{a}(\lambda\vec{b})$;   4) $[\vec{a},\vec{b}] = -[\vec{b},\vec{a}]$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

69) Площа паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює:

А) $|[\vec{a},\vec{b}]|$; **Б)** $|\vec{a}\vec{b}|$; **В)** $\frac{1}{2}|[\vec{a},\vec{b}]|$; **Г)** $|\vec{a}||\vec{b}|$;

Д) інша відповідь.

70) Нехай A, B, C, D – точки простору. Об’єм піраміди ABCD обчислюється як … :

А) $\frac{1}{6}|\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{AD}\ \overrightarrow{BA}|$; **Б)** $|\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{AC}\ \overrightarrow{AD}|$; **В)** $\frac{1}{3}|\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{AC}\ \overrightarrow{AD}|$;

Г) $\frac{1}{6}|\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{AC}\ \overrightarrow{AD}|$; **Д)** інша відповідь.

71) Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ – компланарні тоді і тільки тоді, коли …:

А) $[\vec{a},\vec{b}+\vec{c}] = \vec{0}$; **Б)** $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 0$; **В)** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c} = \vec{0}$;

Г) $(\vec{a}+\vec{b})\vec{c} = 0$; **Д)** інша відповідь.

72) Нехай $[\vec{a},\vec{b}] = \vec{c}$, причому $\vec{c} \neq \vec{0}$. Які з наведених нижче тверджень є правильними?

1) $\vec{c} \perp \vec{a},\ \vec{c} \perp \vec{b}$;   2) $\vec{a} \parallel \vec{b}$;

3) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – права трійка;   4) $\vec{c} \parallel \vec{a}$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

73) Нехай $[\vec{a},\vec{b}] = \vec{c}$, причому $\vec{c} \neq \vec{0}$. Які з наведених нижче тверджень не є правильними?

1) $\vec{c} \perp \vec{a}$; 2) $\vec{c} \perp \vec{b}$;

3) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – ліва трійка; 4) $\vec{c} \parallel \vec{a}$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

74) Нехай $\vec{i}$, $\vec{j}$ і $\vec{k}$ – правий ортонормований базис. Які з наведених нижче тверджень є правильними?

1) $[\vec{k},\vec{k}] = 1$; 2) $[\vec{k},\vec{j}] = \vec{i}$; 3) $[\vec{i},\vec{j}] = \vec{k}$; 4) $\vec{i}\,\vec{i} = 1$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

75) Нехай $\vec{i}$, $\vec{j}$ і $\vec{k}$ – правий ортонормований базис. Які з наведених нижче тверджень не є правильними?

1) $[\vec{j},\vec{j}] = \vec{0}$; 2) $[\vec{k},\vec{j}] = \vec{i}$; 3) $[\vec{i},\vec{k}] = -\vec{j}$; 4) $\vec{k}\,\vec{k} = 0$.

А) 1 і 3; **Б)** 2 і 4; **В)** 1 і 2; **Г)** 3 і 4; **Д)** 2 і 3.

76) Знайдіть кут між векторами $\vec{a}$=(-3;1;0), $\vec{b}$=(0;2;1):

А) 30°; **Б)** 0°; **В)** $arcsin\frac{\sqrt{2}}{5}$°; **Г)** 90°; **Д)** $arccos\frac{\sqrt{2}}{5}$.

77) Обчисліть площу паралелограма, побудованого на векторах $\vec{a} = (-2;0;3)$, $\vec{b} = (1;-3;-5)$:

А) 17 кв.од.; **Б)** $\sqrt{166}$ кв.од.; **В)** $\frac{17}{2}$ кв.од.;

Г) 30 кв.од.; **Д)** $\frac{1}{2}\sqrt{166}$ кв.од.

78) Скалярний добуток векторів $\vec{u}(3;0;-5)$ і $\vec{v}(x;4;0)$ дорівнює -9. Знайдіть x:

А) -3; **Б)** 0; **В)** 2; **Г)** 4; **Д)** -1.

79) Обчисліть площу паралелограма, побудованого на векторах з довжинами $|\vec{u}|$=4, $|\vec{v}|$=1 і за кутом між ними $\frac{\pi}{3}$:

А) 4; **Б)** $2\sqrt{3}$; **В)** 2; **Г)** $\sqrt{3}$; **Д)** інша відповідь.

80) Обчисліть мішаний добуток векторів $\vec{a}(2,3,1)$, $\vec{b}(-1,0,-1)$ і $\vec{c}(2,2,2)$:

А) 6; **Б)** 2; **В)** –5; **Г)** 9; **Д)** інша відповідь.

81) Обчисліть об'єм паралелепіпеда, побудованого на векторах $\vec{a}(2,2,1)$, $\vec{b}(3,7,2)$ і $\vec{c}(-2,0,-1)$:

А) 10; **Б)** 6; **В)** 2; **Г)** 14; **Д)** інша відповідь

1.1.2. Прямі та площини

82) У загальному рівнянні прямої на площині $Ax + By + C = 0$ (A, B) – це:
А) координати напрямного вектора прямої;
Б) координати точки, через яку проходить пряма;
В) величини відрізків, які відтинає пряма на осях координат;
Г) координати нормального вектора; **Д)** інша відповідь.

83) Рівняння прямої на площині $Ax + By + C = 0$ називають … :
А) канонічним; **Б)** у відрізках на осях; **В)** загальним;
Г) нормальним; **Д)** інша відповідь.

84) Канонічним називають рівняння прямої на площині виду … :

А) $Ax + By + C = 0$; **Б)** $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$; **В)** $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$;

Г) $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}$; **Д)** $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$.

85) Рівняння прямої на площині з вектором нормалі – це рівняння прямої виду … :

А) $Ax + By + C = 0$; **Б)** $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$; **В)** $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$;

Г) $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}$; **Д)** $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$.

86) Рівняння прямої на площині $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ називають … :

А) канонічним; **Б)** у відрізках на осях; **В)** загальним;
Г) нормальним; **Д)** інша відповідь.

87) На площині рівняння $y - y_0 = k(x - x_0)$ називають … :

А) рівняння прямої у відрізках на осях;

Б) з кутовим коефіцієнтом через задану точку;

В) нормальне рівняння прямої;

Г) рівняння прямої через дві точки; **Д)** інша відповідь.

88) На площині рівняння $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ називають … :

А) рівняння прямої у відрізках на осях;

Б) з кутовим коефіцієнтом через задану точку;

В) нормальне рівняння прямої;

Г) рівняння прямої через дві точки; **Д)** інша відповідь.

89) Дві прямі на площині $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ і $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ паралельні, якщо:

А) $A_1 = A_2$; **Б)** $B_1 = B_2$; **В)** $A_1 B_1 = A_2 B_2$; **Г)** $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$;

Д) $\frac{A_1}{A_2} = -\frac{B_1}{B_2}$.

90) Дві прямі на площині $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ і $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$ перпендикулярні, якщо:

А) $A_1 B_2 + A_2 B_1 = 0$; **Б)** $A_1 B_1 - A_2 B_2 = 0$; **В)** $A_1 B_1 + A_2 B_2 = 0$;

Г) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$; **Д)** $\frac{A_1}{A_2} = -\frac{B_1}{B_2}$.

91) Написати рівняння прямої на площині, що проходить через точку $M\,(2,1)$ перпендикулярно до вектора $(3; -2)$:

А) $2x + 3y - 4 = 0$; **Б)** $2x + 3y - 7 = 0$; **В)** $-3x + 2y - 1 = 0$;

Г) $2x + 3y + 4 = 0$; **Д)** інша відповідь.

92) Написати рівняння прямої на площині, яка проходить через точку $M\,(1,3)$ паралельно до вектора $(1;-2)$:

А) $x - 2y + 4 = 0$; **Б)** $X - 2y + 5 = 0$; **В)** $2x + y - 5 = 0$;

Г) $x + 2y - 7 = 0$; **Д)** інша відповідь.

93) Написати рівняння прямої на площині, що проходить через точки $A(-1;3)$ і $B(4;5)$:

А) $x + y - 2 = 0$; **Б)** $x + y - 9 = 0$; **В)** $2x - 5y + 17 = 0$;

Г) $2x - 3y + 7 = 0$; **Д)** інша відповідь.

94) Визначте координати напрямного вектора прямої на площині:
$2x + y - 6 = 0$:
А) (-1; 2); **Б)** (2; 1); **В)** (-2; -1); **Г)** (-2; 1); **Д)** (1; 2).

95) Обчислити відстань між паралельними прямими на площині:
$24x - 10y + 39 = 0$ і $12x - 5y - 26 = 0$:
А) 7; **Б)** $\frac{65}{26}$; **В)** 3,5; **Г)** $\frac{1}{2}$; **Д)** інша відповідь.

96) Точка (2; -5) належить прямій на площині $x-y+d=0$ при… :
А) $d=1$; **Б)** $d=-7$; **В)** $d=7$; **Г)** довільному *d;*
Д) інша відповідь.

97) Яке з наступних рівнянь визначає одну пряму на площині?
А) $|x| + |y| = 1$; **Б)** $x^2 - y^2 = 0$; **В)** $x^2 = 0$;
Г) $x^2 = 4$; **Д)** $x^2 + y^2 = 2$.

98) Яку фігуру на площині визначає рівняння $x^2 + xy = 0$?
А) параболу; **Б)** коло; **В)** пряму;
Г) дві прямі, які перетинаються; **Д)** дві паралельні прямі.

99) Яку фігуру на площині визначає рівняння $(2x+y-4)(-4x-2y+1)=0$?
А) дві паралельні прямі; **Б)** дві прямі, що перетинаються;
В) пряму; **Г)** точку; **Д)** лінію другого порядку.

100) Рівняння прямоїна площині, яка проходить через точку А(2;–3) і перпендикулярна до прямої $x - 4y + 7 = 0$, має вигляд … :
А) $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-4}$; **Б)** $\frac{x-2}{-4} = \frac{y+3}{1}$; **В)** $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-4}$;
Г) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-4}$; **Д)** інша відповідь.

101) Відстань між точками перетину прямої на площині $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$ з осями координат дорівнює … :
А) 5; **Б)** 25; **В)** 12; **Г)** $\sqrt{5}$; Д) **7.**

102) Кут між прямими на площині $5(x-2) - 12(y-3) = 0$ і $5x - 12y - 13 = 0$ дорівнює … :

А) 90^0; **Б)** 0^0; **В)** $arctg\,\frac{5}{12}$; **Г)** $arctg\,\frac{12}{5}$;

Д) інша відповідь.

103) Відомо координати точки, яка належить прямій на площині. Який тип рівняння прямої Ви оберете, щоб він містив найменшу кількість невідомих:

А) через дві точки; **Б)** через вектор нормалі і точку;

В) через кутовий коефіцієнт і точку;

Г) канонічне рівняння; **Д)** параметричні рівняння.

104) Колінеарність використовується при виведенні такого типу рівняння прямої на площині:

А) у відрізках; **Б)** загальне; **В)** нормальне;

Г) через вектор нормалі і точку; **Д)** інша відповідь.

105) Сукупність прямих на площині, які перетинаються в одній точці, називають … :

А) пучком ІІ-го порядку; **Б)** в'язкою прямих;

В) пучком точок; **Г)** пучком прямих; **Д)** спряжені напрями.

106) Рівняння $|x| = 5$ задає на площині … :

А) одну точку; **Б)** дві перпендикулярні прямі;

В) дві паралельні прямі; **Г)** дві точки; **Д)** спряжені напрями.

107) Рівняння $|y - 1| = 2$ задає на площині … :

А) одну точку; **Б)** дві перпендикулярні прямі;

В) дві паралельні прямі; **Г)** дві точки; **Д)** спряжені напрями.

108) Знайти відстань від точки M (2;5) до прямої на площині $4x+y-1=0$:

А) $\frac{10}{\sqrt{17}}$; **Б)** $\frac{14}{\sqrt{17}}$; **В)** $\frac{12}{\sqrt{17}}$; **Г)** $\frac{9}{\sqrt{14}}$; **Д)** інша відповідь.

109) Лінія першого порядку на площині – це … :

А) довільна замкнена лінія без само перетинів; **Б)** коло;

В) довільна замкнена лінія; **Г)** пряма; **Д)** інша відповідь.

110) Рівняння прямої на площині, яка проходить через дві точки $A\ (x_1,\ y_1)$ і $B\ (x_2,\ y_2)$ – це рівняння виду … :

А) $(x-x_1)(x_2-x_1)+(y-y_1)(y_2-y_1)=1;$

Б) $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1};$ **В)** $\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}+\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=1;$

Г) $(x-x_1)(x_2-x_1)=(y-y_1)(y_2-y_1);$ **Д)** інша відповідь.

111) Рівняння прямої на площині у відрізках – це рівняння виду:

А) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0;$ **Б)** $ax+by=1;$ **В)** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1;$ **Г)** інша відповідь;

Д) $Ax+By+C=0$, де A, B, C – довільні сталі.

112) Відстань d від точки $M(x_0, y_0)$ до прямої на площині $Ax+By+C=0$ обчислюється за формулою … :

А) $d=|Ax_0+By_0+C|;$ **Б)** $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{|A|};$

В) $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{|A|+|B|};$ **Г)** $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}};$ **Д)** інша відповідь.

113) Кут між прямими на площині $y=k_1x+b_1$ і $y=k_2x+b_2$ обчислюється як … :

А) $arctg\dfrac{|k_2-k_1|}{1+k_1k_2};$ **Б)** $tg\dfrac{|k_2-k_1|}{1+k_1k_2};$ **В)** $arcctg\dfrac{|k_2-k_1|}{1+k_1k_2};$

Г) $\dfrac{|k_2-k_1|}{1+k_1k_2};$ **Д)** інша відповідь.

114) Прямі на площині $y=k_1x+b_1$ і $y=k_2x+b_2$ паралельні, якщо:

А) $k_1k_2=1;$ **Б)** $k_1k_2=-1;$ **В)** $k_1=k_2;$

Г) $k_1=-k_2;$ **Д)** інша відповідь.

115) Прямі на площині $y=k_1x+b_1$ і $y=k_2x+b_2$ перпендикулярні, якщо:

А) $k_1k_2=1;$ **Б)** $k_1k_2=-1;$ **В)** $k_1=k_2;$

Г) $k_1=-k_2;$ **Д)** інша відповідь.

116) Кут між прямими на площині $A_1x+B_1y+C_1=0$ і $A_2x+B_2y+C_2=0$ обчислюється як … :

А) $\arcsin\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$; **Б)** $\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$;

В) $\cos\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$; **Г)** $\arccos\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$;

Д) інша відповідь.

117) Нормальне рівняння прямої на площині має вигляд … :

А) $x\cos\alpha - y\sin\alpha - p = 0$; **Б)** $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$;

В) $x\sin\alpha + y\cos\alpha - p = 0$; **Г)** $x\cos\alpha + y\sin\alpha + p = 0$;

Д) інша відповідь.

118) У нормальному рівнянні прямої на площині $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ p – це … :

А) довжина відрізка, який відтинає пряма на осі абсцис;

Б) довжина відрізка, який відтинає пряма на осі ординат;

В) відстань між точками перетину прямої з координатними осями;

Г) відстань від початку координат до прямої; **Д)** інша відповідь.

119) У нормальному рівнянні прямої на площині $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ α – це … :

А) кут, який утворює пряма з додатним напрямом осі Ох;

Б) кут, який утворює пряма з додатним напрямом осі Оу;

В) кут, який утворює нормаль прямої з додатним напрямом осі Ох;

Г) кут, який утворює нормаль прямої з додатним напрямом осі Оу;

Д) інша відповідь.

120) Скласти рівняння перпендикуляра до прямої на площині $3x+5y-15=0$, який проходить через точку перетину даної прямої з віссю Оу:

А) $3x+5y+25=0$; **Б)** $5x+3y=0$;

В) $3x+5y-9=0$; **Г)** $5x-3y+9=0$; **Д)** інша відповідь.

121) Знайдіть точку перетину прямих $3x+2y-10=0$ та тієї, що проходить через дві точки А (1, 1) і В (2, 2):

А) (1, 1); **Б)** (1, 2); **В)** (2, 1); **Г)** (2, 2); **Д)** інша відповідь.

122) Дві сторони квадрата лежать на прямих $3x + 4y - 12 = 0$ і $3x + 4y + 13 = 0$. Обчисліть сторону квадрата:

А) 5; **Б)** 25; **В)** 14,5; **Г)** 16; **Д)** інша відповідь.

123) Знайдіть точку перетину медіан трикутника з вершинами у точках *A (-3, 1), B (7, 5), C (5, -3)*:

А) (1, -3); **Б)** (3, -1); **В)** (-1, 3); **Г)** (3, 1); **Д)** інша відповідь.

124) Запишіть рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих $6x - 4y + 5 = 0$ і $2x + 5y + 8 = 0$ паралельно до осі абсцис:

А) $x + 1 = 0$; **Б)** $x - y + 1 = 0$; **В)** $x - y = 0$;

Г) $y + 1 = 0$; **Д)** інша відповідь.

125) Знайдіть точку перетину діагоналей чотирикутника *ABCD* з вершинами у точках *A (-1, -3), B (3, 5), C (5, 2), D (3, -5)*:

А) (1, 3); **Б)** ($\frac{1}{3}$, 1); **В)** (3, 3); **Г)** (3,$\frac{1}{3}$); **Д)** інша відповідь.

126) Запишіть рівняння прямої, яка проходить через точку *A (2, -3)* і точку перетину прямих $2x - y - 5 = 0$ і $x + y - 1 = 0$:

А) $x - 2 = 0$; **Б)** $x - y - 2 = 0$; **В)** $x + y + 2 = 0$;

Г) $y - 2 = 0$; **Д)** інша відповідь.

127) Дано рівняння сторін чотирикутника $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$ і $3x + y - 12 = 0$. Складіть рівняння його діагоналей:

А) $y - 3 = 0, \quad x = 0$; **Б)** $x + 3 = 0, \quad y + 3 = 0$;

В) $x - 3 = 0, \quad y = 0$; **Г)** $x = 3, \quad y = 3$; **Д)** інша відповідь.

128) Знайдіть ординату точки *C*, яка лежить на прямій, що проходить через точки *(-6, -6)* і *(-3, -1)* та має абсцису 3:

А) 9; **Б)** 3; **В)** -9; **Г)** -3; **Д)** інша відповідь.

129) Обчисліть кут між двома прямими на площині *2x–4y+5=0* та *3x+6y+5=0*:

А) $\arccos\left(-\frac{1}{5}\right)$; **Б)** $\arccos\left(-\frac{2}{5}\right)$; **В)** $\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)$;

Г) $\arccos\left(-\frac{3}{4}\right)$; **Д)** інша відповідь.

130) Запишіть рівняння прямої, яка відтинає на осі ординат відрізок довжиною 2 і паралельна до прямої $x-2y+3=0$:

А) $x-2y+4=0$; **Б)** $2x-y+1=0$; **В)** $x+y-4=0$;

Г) $x+2y+1=0$; **Д)** інша відповідь.

131) Знайдіть проекцію точки *M (2;1)* на пряму *2x+3y–38=0*:

А) (2, 2); **Б)** (3; 3,5); **В)** (4,5; 3); **Г)** (4, 6);

Д) інша відповідь.

132) Дано вершина квадрата *A (-8;12)* та рівняння його сторони $x-2y-7=0$. Обчисліть площу цього квадрату:

А) 6; **Б)** 16; **В)** 5; **Г)** 4; **Д)** інша відповідь.

133) Визначте координати вектора нормалі площини $2x-3y+z+7=0$:

А) (2; 3; 1); **Б)** (-3; 1; 7); **В)** (2; -3; 1);

Г) (2; 1; 7); **Д)** інша відповідь.

134) Поверхня першого порядку – це … :

А) будь-яка замкнута поверхня; **Б)** сфера;

В) площина; **Г)** нескінченна поверхня; **Д)** інша відповідь.

135) Складіть рівняння площини, що проходить через точку C (-3, 1, 0) та перпендикулярно до вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо A (6, 3, 3) і B (9, 4, -2):

А) $3x+2y+4z+6=0$; **Б)** $3x+y-5z+8=0$;

В) $x+2y-3z+4=0$; **Г)** $3x-2y+7=0$; **Д)** інша відповідь.

136) Складіть рівняння площини, що проходить через точки A (-5, 2, 5) і B (1, 3, -3) та паралельно до осі Oy:

А) $2x+3z+4=0$; **Б)** $2x-z-5=0$;

В) $4x+3z+5=0$; **Г)** $3x+4z+5=0$; **Д)** інша відповідь.

137) Рівняння площини «у відрізках» – це рівняння виду … :

А) $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{a}}+\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{b}}+\frac{\mathbf{z}}{\mathbf{c}}=\mathbf{0}$; **Б)** $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=\mathbf{1}$; **В)** *ax*+*by*+*cz*=1;

Г) $Ax+By+Cz+D=0$, де A, B, C, D – довільні сталі;
Д) інша відповідь.

138) Відстань від точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ до площини $Ax + By + Cz + D = 0$ обчислюється за формулою … :

А) $|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|$; **Б)** $\frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$;

В) $\frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}}$; **Г)** $\frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{B^2 + C^2 + D^2}}$; **Д)** інша відповідь.

139) Складіть рівняння площини, що проходить через точку A (4, -7, 8) та паралельно до площини Oxz:

А) $x-4=0$; **Б)** $y+7=0$; **В)** $z-8=0$;
Г) $z+2x=0$; **Д)** інша відповідь.

140) Знайдіть відстань від точки M (0, -3, -5) до площини, що проходить через три точки A (-1, 2, 4), B (-1, -2, -4) і C (3, 0, -1):

А) 9; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 2; **Д)** інша відповідь.

141) Відстань між площинами $(x–1)+2(y–2)–2(z+1)=0$ і $x–2y–2z–6=0$ дорівнює:

А) 3; **Б)** 0; **В)** 2; **Г)** 6; **Д)** 1.

142) Кут між площинами $(x+1)+3(y–1)–(z+5)=0$ і $x+3y–z+3=0$ дорівнює:

А) $\arccos\frac{1}{\sqrt{11}}$; **Б)** 90°; **В)** 0°; **Г)** 60°; **Д)** 45^0.

143) Знайдіть кут між площинами $x + y - z + 3 = 0$ та $x - 3y - 2z - 8 = 0$:

А) 45^0; **Б)** 90°; **В)** 180°; **Г)** 60°; **Д)** інша відповідь.

144) Установіть взаємне розміщення площин $2x - y + 3z - 2 = 0$ і $x + y - z + 2 = 0$:

А) паралельні; **Б)** співпадають; **В)** перетинаються;
Г) перпендикулярні; **Д)** інша відповідь.

145) Установіть взаємне розміщення площин $2x - y + z - 4 = 0$ і $4x - 2y + 2z + 1 = 0$:

А) паралельні; **Б)** співпадають; **В)** перетинаються;
Г) перпендикулярні; **Д)** інша відповідь.

146) Яка з наступних площин паралельна векторам $\bar{a} = (-1;0;1)$ і $\bar{b} = (0;-1;2)$?

А) $x+3y+z-1=0$; **Б)** $x-2y+z-1=0$; **В)** $x+2y+z-1=0$;
Г) $x-2y-z-1=0$; **Д)** $x-y+2z-2=0$.

147) Запишіть рівняння прямої, що проходить через дві точки А (-4, 2, 6) та В (2, -3, 0):

А) $\frac{x+4}{6} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-6}{6}$; **Б)** $\frac{x+4}{6} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-6}{-6}$;
В) $\frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+6}{-6}$; **Г)** $\frac{x-4}{-6} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-6}{6}$; **Д)** інша відповідь.

148) Відстань між прямою $\frac{x}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+5}{0}$ та площиною $x + 3y - 7z + 2 = 0$ дорівнює:

А) $\sqrt{59}$; **Б)** $\sqrt{17}$; **В)** $\frac{\sqrt{17}}{2}$; **Г)** 0; **Д)** інша відповідь.

149) Кут між прямою $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+2}{2}$ та площиною $2x - y + z + 3 = 0$ дорівнює:

А) 0^0; **Б)** $\arcsin\frac{5}{3\sqrt{6}}$; **В)** 90^0; **Г)** $\arccos\frac{5}{3\sqrt{6}}$; **Д)** 45^0.

150) Знайдіть кут між двома прямими $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{\sqrt{2}}$ і $\frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{\sqrt{2}}$:

А) 180^0; **Б)** 90^0; **В)** 30^0; **Г)** 60^0; **Д)** 45^0.

151) Рівняння прямої, яка проходить через точку А(–1;4;–2) і перпендикулярна до площини $2x - y + 3z - 7 = 0$, має вигляд … :

А) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{2}$; **Б)** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-2}{3}$; **В)** $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{2}$;
Г) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{3}$; **Д)** інша відповідь.

152) Укажіть усі значення параметра *p*, при яких прямі $\frac{x-1}{3}=\frac{y-3}{p}=\frac{z+1}{3}$ і $\frac{x+2}{-2}=\frac{y+1}{6}=\frac{z-1}{-6}$ перпендикулярні:

А) 4; **Б)** –4; **В)** 3; **Г)** –3; **Д)** 2.

153) Укажіть усі значення параметрів *m* і *n*, при яких прямі $\frac{x+3}{m}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{4}$ і $\frac{x-5}{-1}=\frac{y+3}{n}=\frac{z-6}{-2}$ паралельні:

А) (1,-2); **Б)** (-2,1); **В)** (2,-1); **Г)** (2,1); **Д)** інша відповідь.

154) Рівняння прямої, яка проходить через точку A(1;0;-3) і перпендикулярна до площини $x - 3y + 2z + 4 = 0$, має вигляд … :

А) $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+3}{-2}$; **Б)** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{2}$; **В)** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{2}$;

Г) $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-3}{-2}$; **Д)** інша відповідь.

155) Знайдіть точку перетину прямої $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z-1}{-1}$ та площини $3x - 2y - 4z - 8 = 0$:

А) (1, 2, 0); Б) (-1, 2, -3); **В)** (2, -1, 0); **Г)** (0, -1, 2);
Д) інша відповідь.

156) Прямі, які задано рівняннями $\frac{x}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{0}$ та $\frac{x}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{0}$:

А) паралельні; **Б)** перетинаються; **В)** мимобіжні;
Г) перпендикулярні; **Д)** співпадають.

157) Прямі, які задано рівняннями $\frac{x}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{0}$ та $\frac{x}{2}=\frac{y+2}{0}=\frac{z-4}{1}$:

А) паралельні; **Б)** перетинаються; **В)** мимобіжні;
Г) перпендикулярні; **Д)** співпадають.

158) Укажіть усі значення параметра *a*, при яких пряма $\frac{x}{1}=\frac{y}{a}=\frac{z-2}{-1}$ паралельна площині $3a^2x + ay + 4z - 4 = 0$:

А) 0; **Б)** –1, 1; **В)** –1; **Г)** 1; **Д)** інша відповідь.

159) Знайдіть відстань від точки N (4;9;2) до площини $4x+y-z-5=0$:

А) $3\sqrt{2}$; **Б)** $4\sqrt{2}$; **В)** $5\sqrt{2}$; **Г)** $6\sqrt{2}$; **Д)** інша відповідь.

1.1.3. Лінії та поверхні другого порядку

160) Геометричним місцем точок площини, для яких різниця відстаней від двох фіксованих точок цієї площини є величина стала, називають … :

А) параболу; **Б)** гіперболу; **В)** еліпс;
Г) коло; **Д)** інша відповідь.

161) Геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від даної точки і даної прямої, називають … :

А) параболу; **Б)** гіперболу; **В)** еліпс;
Г) коло; **Д)** інша відповідь.

162) Геометричним місцем точок площини, для яких сума відстаней від двох фіксованих точок цієї площини є величина стала, називають … :

А) параболу; **Б)** гіперболу; **В)** еліпс;
Г) коло; **Д)** інша відповідь.

163) Еліпсом називається множина точок площини, для кожної з яких:
А) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;
Б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
В) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
Г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
Д) інша відповідь.

164) Гіперболою називається множина точок площини, для кожної з яких:
А) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;
Б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
В) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
Г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
Д) інша відповідь.

165) Параболою називається множина точок площини, для кожної з яких:
А) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;
Б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
В) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
Г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
Д) інша відповідь.

166) Фокальна відстань – це … :
А) відстань від центра лінії II-го порядку до фокуса;
Б) відстань від фокуса до директриси;
В) відстань між фокусами; **Г)** інша відповідь.
Д) відстань від точки лінії II-го порядку до фокуса;

167) Фокальний радіус – це … :
А) відстань від центра лінії II-го порядку до фокуса;
Б) відстань від фокуса до директриси;
В) відстань між фокусами; **Г)** інша відповідь.
Д) відстань від точки лінії II-го порядку до фокуса;

168) Аналізуючи канонічне рівняння еліпса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, виберіть правильну властивість цієї лінії:
А) проходить через початок координат;
Б) точки $(\pm a, 0)$, $(0, \pm b)$ є вершинами;
В) симетричний відносно прямої $y = \pm x$;
Г) має дійсну і уявну осі; **Д)** інша відповідь.

169) Аналізуючи канонічне рівняння гіперболи $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, виберіть правильну властивість цієї лінії:
А) проходить через початок координат;
Б) точки $(\pm a, 0)$, $(0, \pm b)$ є вершинами;
В) симетричний відносно прямої $y = \pm x$;
Г) має дійсну і уявну осі; **Д)** інша відповідь.

170) Аналізуючи канонічне рівняння параболи $y^2 = 2px$, виберіть правильну властивість цієї лінії:
А) проходить через початок координат;
Б) точки $(\pm a, 0)$, $(0, \pm b)$ є вершинами;
В) симетричний відносно прямої $y = \pm x$;
Г) має дійсну і уявну осі; **Д)** інша відповідь.

171) Ексцентриситет еліпса … :
А) менший за 1; **Б)** більший за 1;
В) дорівнює 1; **Г)** дорівнює 0; **Д)** інша відповідь.

172) Ексцентриситет гіперболи … :

А) менший за 1; **Б)** більший за 1;
В) дорівнює 1; **Г)** дорівнює 0; **Д)** інша відповідь.

173) Ексцентриситет параболи … :
А) менший за 1; **Б)** більший за 1;
В) дорівнює 1; **Г)** дорівнює 0; **Д)** інша відповідь.

174) Ексцентриситет кола … :
А) менший за 1; **Б)** більший за 1;
В) дорівнює 1; **Г)** дорівнює 0; **Д)** інша відповідь.

175) Директриси еліпса … :
А) перетинають еліпс; **Б)** розміщені зовні еліпса;
В) дотикаються до еліпса у вершинах;
Г) еліпс не має директрис; **Д)** інша відповідь.

176) Директриси гіперболи … :
А) перетинають еліпс; **Б)** розміщені зовні еліпса;
В) дотикаються до еліпса у вершинах;
Г) еліпс не має директрис; **Д)** інша відповідь.

177) Директриса параболи … :
А) перетинає параболу; **Б)** розміщена зовні параболи;
В) дотикається до параболи у вершині;
Г) парабола не має директрис; **Д)** інша відповідь.

178) Відношення відстані від будь-якої точки лінії ІІ-го порядку до його фокуса і відповідної директриси називають … :
А) фокусом; **Б)** ексцентриситетом; **В)** фокальним радіусом;
Г) коефіцієнтом лінії ІІ-го порядку; **Д)** інша відповідь.

179) Співвідношення $c^2 = a^2 + b^2$ характеризує … :
А) параболу; **Б)** гіперболу; **В)** еліпс;
Г) коло; **Д)** інша відповідь.

180) Співвідношення $c^2 = a^2 - b^2$ характеризує … :
А) параболу; **Б)** гіперболу; **В)** еліпс;
Г) коло; **Д)** інша відповідь.

181) Пряма y–1=0 є директрисою параболи … :

А) $x^2 = 4y$; **Б)** $y^2 = -2x$; **В)** $x^2 = -4y$;
Г) $y^2 = 4x$; **Д)** $y^2 = x$.

182) Пряма $x-1=0$ є директрисою параболи … :
А) $x^2 = 4y$; **Б)** $y^2 = -2x$; **В)** $x^2 = -4y$;
Г) $y^2 = 4x$; **Д)** $y^2 = -4x$.

183) Для еліпса справедлива рівність … :
А) $b^2 = a^2 - c^2$; **Б)** $c^2 = b^2 + a^2$; **В)** $b^2 = c^2 - a^2$;
Г) $a^2 = bc$; **Д)** $c^2 = ab$.

184) Для гіперболи справедлива рівність … :
А) $a^2 = b^2 - c^2$; **Б)** $a^2 = b^2 + c^2$; **В)** $b^2 = a^2 + c^2$;
Г) $b^2 = c^2 - a^2$; **Д)** $c^2 = b^2 - a^2$.

185) Канонічне рівняння еліпса має вигляд … :
А) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$; **Б)** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; **В)** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;
Г) $y^2 = 2px$; **Д)** інша відповідь.

186) Канонічне рівняння гіперболи має вигляд … :
А) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$; **Б)** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; **В)** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;
Г) $y^2 = 2px$; **Д)** інша відповідь.

187) Канонічне рівняння параболи має вигляд … :
А) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$; **Б)** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; **В)** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;
Г) $y^2 = 2px$; **Д)** інша відповідь.

188) Фокальна відстань для еліпса $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ дорівнює … :
А) 8; **Б)** 6; **В)** $2\sqrt{7}$; **Г)** $4\sqrt{7}$; **Д)** інша відповідь.

189) Фокальна відстань для гіперболи $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$ дорівнює … :
А) 8; **Б)** 12; **В)** 10; **Г)** 20 ; **Д)** інша відповідь.

190) Яка із заданих ліній є обмеженою?

А) парабола; **Б)** гіпербола; **В)** еліпс;
Г) пряма; **Д)** логарифмічна спіраль.

191) Яка із заданих ліній має лише одну вісь симетрії?
А) парабола; **Б)** гіпербола; **В)** еліпс;
Г) пряма; **Д)** логарифмічна спіраль.

192) Яка із заданих ліній не має центра симетрії?
А) парабола; **Б)** гіпербола; **В)** еліпс;
Г) пряма; **Д)** логарифмічна спіраль.

193) Ексцентриситетом еліпса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b)$ є число … :

А) $\frac{c}{b}$; **Б)** $\frac{c}{a}$; **В)** $\frac{b}{c}$; **Г)** $\frac{a}{b}$; **Д)** $\frac{a}{c}$.

194) Нехай ε – ексцентриситет еліпса. Із наведених нижче тверджень виберіть правильні:

1) для еліпса $\varepsilon>1$; 2) для кола $\varepsilon=1$; 3) для гіперболи $\varepsilon<1$;
4) для еліпса $\varepsilon<1$; 5) для кола $\varepsilon=0$:

А) 1 і 3; **Б)** 4 і 5; **В)** 2 і 3;
Г) 2 і 4; **Д)** 1 і 5.

195) Рівняння асимптот гіперболи $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ має вигляд … :

А) $y=\pm\frac{a}{\varepsilon}x$; **Б)** $y=\pm\frac{a}{b}x$; **В)** $y=\pm\frac{b}{\varepsilon}x$;
Г) $y=\pm\frac{a}{b}$; **Д)** $y=\pm\frac{b}{a}x$.

196) Рівняння асимптот еліпса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ … :

А) $y=\pm\frac{a}{\varepsilon}x$; **Б)** $y=\pm\frac{a}{b}x$; **В)** $y=\pm\frac{b}{\varepsilon}x$;
Г) $y=\pm\frac{a}{b}$; **Д)** не існують.

197) Рівняння асимптот параболи … :

А) $y=\pm\frac{a}{\varepsilon}x$; **Б)** $y=\pm\frac{a}{b}x$; **В)** $y=\pm\frac{b}{\varepsilon}x$;
Г) $y=\pm\frac{a}{b}$; **Д)** не існують.

198) Для еліпса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ половина відстані між фокусами дорівнює числу … :

А) $\sqrt{a^2+b^2}$; **Б)** $\sqrt{a^2-b^2}$; **В)** $a+b$;

Г) $a-b$; **Д)** інша відповідь.

199) Для гіперболи $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ половина відстані між фокусами дорівнює числу … :

А) $\sqrt{a^2+b^2}$; **Б)** $\sqrt{a^2-b^2}$; **В)** $a+b$;

Г) $a-b$; **Д)** інша відповідь.

200) Для параболи $y^2=2px$ параметр p – це … :

А) подвоєна відстань від фокуса до директриси;
Б) відстань від фокуса до директриси;
В) відстань від фокуса до вершини параболи;
Г) відстань від директриси до вершини параболи;
Д) інша відповідь.

201) Знайдіть центр гіперболи $x^2-6y^2-12x+36y-48=0$:

А) (-6;-3); **Б)** (12;6); **В)** (6;3);

Г) (-12;6); **Д)** інша відповідь.

202) Знайдіть центр кола $x^2+y^2+4x-6y-23=0$:

А) (2;-3); **Б)** (2;3); **В)** (4;-6);

Г) (-2;3); **Д)** інша відповідь.

203) Складіть канонічне рівняння параболи, яка проходить через точку *(4, -8)* і симетрична відносно осі *Ox*:

А) $y^2=16x$; **Б)** $y^2=8x$; **В)** $y^2=-32x$;

Г) $y^2=24x$; **Д)** інша відповідь.

204) Складіть канонічне рівняння гіперболи, уявна піввісь якої *4*, а лівий фокус міститься в точці *(-11, 0)*:

А) $\frac{x^2}{105}-\frac{y^2}{16}=1$; **Б)** $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{16}=1$; **В)** $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2}{4}=1$;

Г) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{4}=1$; **Д)** інша відповідь.

205) Складіть канонічне рівняння еліпса, велика вісь якого *12*, а лівий фокус міститься в точці *(-4, 0)*:

А) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{128}=1$; **Б)** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$; **В)** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{100}=1$;

Г) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$; **Д)** інша відповідь.

206) Складіть канонічне рівняння гіперболи, яка проходить через дві точки $\left(\sqrt{6},0\right)$ та $\left(-2\sqrt{2},\ 1\right)$:

А) $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{4}=1$; **Б)** $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{25}=1$; **В)** $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{3}=1$;

Г) $\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{5}=1$; **Д)** інша відповідь.

207) Складіть рівняння параболи, яка має директрису $y=9$ і симетрична відносно осі *Oy*:

А) $x^2=-18y$; **Б)** $x^2=9y$; **В)** $x^2=-36y$;

Г) $x^2=18y$; **Д)** інша відповідь.

208) Поверхня, утворена внаслідок руху прямої, що перетинає задану криву і залишається паралельною даній прямій,
називається … :

А) поверхнею обертання; **Б)** конічною;
В) циліндричною; **Г)** нецентральною;
Д) центрально-симетричною.

209) Якщо в рівнянні поверхні відсутня одна із змінних, то ця поверхня є:
А) циліндром; **Б)** конусом; **В)** виродженою поверхнею ІІ-го порядку;
Г) поверхнею обертання; **Д)** сферою.

210) Поверхня, утворена внаслідок руху прямої, яка проходить через дану точку і перетинає задану криву, називається …:
А) поверхнею обертання; **Б)** конічною; **В)** циліндричною;
Г) нецентральною; **Д)** центрально-симетричною.

211) Яка із поверхонь, описаних канонічним рівнянням, проходить через початок координат?
А) еліпсоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд; **В)** сфера;
Г) гіперболічний параболоїд; **Д)** однопорожнинний гіперболоїд.

212) Яка із перерахованих поверхонь ІІ-го порядку не є лінійчатою?

А) еліптичний параболоїд; **Б)** конічна поверхня;
В) гіперболічний параболоїд; **Г)** однопорожнинний гіперболоїд;
Д) циліндрична поверхня.

213) Геометричним місцем точок, відстані яких від заданої точки простору є величина стала, називають … :

А) поверхню обертання; **Б)** площину;
В) круговий циліндр; **Г)** сферу; **Д)** інша відповідь.

214) Форму нескінченної трубки, яка необмежено розширюється в обидві сторони, має … :

А) циліндрична поверхня; **Б)** гіперболічний параболоїд;
В) двопорожнинний гіперболоїд;
Г) однопорожнинний гіперболоїд; Д) еліптичний параболоїд.

215) Яке з наступних рівнянь визначає гіперболічний параболоїд?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;
Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

216) Яке з наступних рівнянь визначає еліптичний параболоїд?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;
Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

217) Яке з наступних рівнянь визначає сферу?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $x^2+y^2+z^2=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;
Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

218) Яке з наступних рівнянь визначає циліндр другого порядку?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;
Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

219) Яке з наступних рівнянь визначає конус другого порядку?

А) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=0$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;

Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

220) Яке з наступних рівнянь визначає еліпсоїд?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;

Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

221) Яке з наступних рівнянь визначає однопорожнинний гіперболоїд?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;

Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

222) Яке з наступних рівнянь визначає двопорожнинний гіперболоїд?

А) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **Б)** $-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$; **В)** $\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=2px$;

Г) $\frac{x^2+z^2}{a^2}=2py$; **Д)** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$.

223) Рівняння $x^2+z^2+4x-2z+1=0$ визначає у просторі … :

А) еліптичний параболоїд; **Б)** еліптичний циліндр;

В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;

Д) однопорожнинний гіперболоїд.

224) Рівняння $x^2-z^2+4x-2z+1=0$ визначає у просторі … :

А) еліптичний параболоїд; **Б)** еліптичний циліндр;

В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;

Д) однопорожнинний гіперболоїд.

225) Рівняння $x^2-2y+4x-7=0$ визначає у просторі … :

А) параболічний циліндр; **Б)** еліптичний циліндр;

В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;

Д) однопорожнинний гіперболоїд.

226) Рівняння $x^2+3y^2-7z^2+4=0$ визначає у просторі … :
А) еліптичний параболоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд
В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;
Д) однопорожнинний гіперболоїд.

227) Рівняння $x^2+5y^2-z^2-4=0$ визначає у просторі … :
А) еліптичний параболоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд
В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;
Д) однопорожнинний гіперболоїд.

228) Рівняння $x^2+3z^2-7y+5=0$ визначає у просторі … :
А) еліптичний параболоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд
В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;
Д) однопорожнинний гіперболоїд.

229) Рівняння $2x^2-3z^2-y+4=0$ визначає у просторі … :
А) еліптичний параболоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд;
В) гіперболічний параболоїд;
Г) сферу; **Д)** однопорожнинний гіперболоїд.

230) Рівняння $2x^2+5z^2-3y^2=0$ визначає у просторі … :
А) еліптичний параболоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд;
В) гіперболічний циліндр; **Г)** конус другого порядку;
Д) однопорожнинний гіперболоїд.

231) Рівняння $3x^2+3y^2+3z^2=5$ визначає у просторі … :
А) еліптичний параболоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд;
В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;
Д) однопорожнинний гіперболоїд.

232) Рівняння $3x^2+y^2+2z^2=8$ визначає у просторі … :
А) еліпсоїд; **Б)** двопорожнинний гіперболоїд;
В) гіперболічний циліндр; **Г)** сферу;
Д) однопорожнинний гіперболоїд.

233) Яка з наступних поверхонь не має центра симетрії?
А) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{5}=0$; **Б)** $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=z$; **В)** $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{9}=-1$;

Г) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$; **Д)** $x^2 = 0$.

234) Яка з наступних поверхонь має безліч площин симетрії?

А) $\frac{(x-1)^2}{16}+\frac{(y+2)^2}{9}+\frac{(z-1)^2}{4}=1$; **Б)** $\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{16}-\frac{z^2}{4}=1$;

В) $\frac{(x+3)^2}{16}+\frac{(y-2)^2}{16}=2z$; **Г)** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=0$;

Д) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}+\frac{z^2}{9}=1$.

235) Дотична площина з цією поверхнею має лише одну спільну пряму:

А) однопорожнинний гіперболоїд; **Б)** еліпсоїд;

В) пара площин, які перетинаються; **Г)** циліндр;

Д) гіперболічний параболоїд.

236) Дотична площина з цією поверхнею має лише одну спільну точку:

А) однопорожнинний гіперболоїд; **Б)** еліпсоїд;

В) пара площин, які перетинаються; **Г)** циліндр;

Д) гіперболічний параболоїд.

237) Дана поверхня є нецентральною:

А) еліптичний параболоїд; **Б)** параболічний циліндр;

В) двопорожнинний гіперболоїд;

Г) гіперболічний циліндр; **Д)** конічна поверхня.

238) Визначте за рівнянням вісь обертання поверхні (якщо є) $\frac{x^2}{2}-y^2+\frac{z^2}{2}+2y=-1$:

А) вісь обертання – координатна вісь Ox; **Б)** немає осі обертання;

В) вісь обертання – координатна вісь Oy;

Г) вісь обертання – координатна вісь Oz; **Д)** інша відповідь.

239) Визначте за рівнянням вісь обертання поверхні (якщо є) $3x^2-3y^2+z^2=0$:

А) вісь обертання – координатна вісь Ox; **Б)** немає осі обертання;

В) вісь обертання – координатна вісь Oy;

Г) вісь обертання – координатна вісь Oz; **Д)** інша відповідь.

240) Визначте за рівнянням вісь обертання поверхні (якщо є) $\frac{x^2}{3} - z^2 + \frac{y^2}{3} = 1$:

А) вісь обертання – координатна вісь Ox; **Б)** немає осі обертання;

В) вісь обертання – координатна вісь Oy;

Г) вісь обертання – координатна вісь Oz; **Д)** інша відповідь.

241) Яке з наступних рівнянь визначає двопорожнинний гіперболоїд?

А) $3x^2 + 4y^2 = z$; **Б)** $5x^2 + y^2 - z^2 = -1$; **В)** $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;

Г) $x^2 - 2y^2 = 7$; **Д)** $x^2 - 3y^2 - z^2 = -1$.

242) Яке з наступних рівнянь визначає конічну поверхню?

А) $3x^2 + 4y^2 = z$; **Б)** $5x^2 + y^2 - z^2 = -1$; **В)** $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;

Г) $x^2 - 2y^2 = 7$; **Д)** $x^2 + 5y^2 - 3z^2 + 1 = 0$.

243) Яке з наступних рівнянь визначає однопорожнинний гіперболоїд?

А) $3x^2 + 4y^2 = z$; **Б)** $5x^2 + y^2 - z^2 = -1$; **В)** $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;

Г) $x^2 - 2y^2 = 7$; **Д)** $x^2 - 3y^2 - z^2 = -1$.

244) Яке з наступних рівнянь визначає гіперболічний параболоїд?

А) $3x^2 + 4y^2 = z$; **Б)** $5x^2 + y^2 - z^2 = -1$; **В)** $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;

Г) $x^2 - 2y^2 - 7z = 3$; **Д)** $x^2 - 3y^2 - z^2 = -1$.

245) Яке з наступних рівнянь визначає еліптичний параболоїд?

А) $3x^2 + y^2 = z$; **Б)** $7x^2 + 2y^2 - z^2 = -1$; **В)** $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;

Г) $2x^2 - y^2 - 7z = 5$; **Д)** $x^2 - 3y^2 - z^2 = -1$.

246) Яке з наступних рівнянь визначає еліптичний циліндр?

А) $3x^2 + 4y^2 = z$; **Б)** $5x^2 + y^2 = 3$; **В)** $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;

Г) $x^2 - 2y^2 - 7z = 3$; **Д)** $x^2 + 3y^2 + z^2 = 4$.

247) Яке з наступних рівнянь визначає гіперболічний циліндр?

А) $3x^2 + 4y^2 = z$; **Б)** $5\left(x^2 + y^2 + z^2\right) = 7$; **В)** $3x^2 - y^2 + 5z^2 = 0$;

Г) $x^2 - y^2 - 7z = 11$; **Д)** $2x^2 - 7y^2 = 4$.

1.2. ОСНОВИ ГЕОМЕТРІЇ

1.2.1. Розвиток аксіоматичного методу геометрії

1) Твердження, в якому пояснюється зміст того чи іншого поняття, називається … :

А) лемою; **Б)** теоремою; **В)** аксіомою; **Г)** означенням;
Д) постулатом.

2) Твердження, істинність якого встановлюється за допомогою доведення, називається … :

А) постулатом; **Б)** теоремою; **В)** аксіомою;
Г) означенням; **Д)** лемою.

3) Доведене твердження, корисне не саме по собі, а для доведення інших тверджень, називається … :

А) лемою; **Б)** теоремою; **В)** аксіомою; **Г)** означенням;
Д) постулатом.

4) Не має доведення, а витікає з фактів, систематичних та практичних (емпіричних) пояснень. Це … :

А) лема; **Б)** теорема; **В)** важлива теорія;
Г) означення; **Д)** постулат.

5) Сучасні основні геометричні поняття мають властивості, які стверджуються у вигляді … :

А) постулатів; **Б)** теорем; **В)** аксіом; **Г)** лем; **Д)** означень.

6) Наука, предметом вивчення якої є обгрунтування геометрії, – це … :

А) вища геометрія; **Б)** філософія; **В)** історія математики;
Г) основи геометрії; **Д)** функціональний аналіз.

7) Школа якого філософа і математика розпочала теоретичні дослідження і ввела в геометрію логічні доведення тверджень?

А) Фалеса; **Б)** Піфагора; **В)** Платона; **Г)** Архімеда; **Д)** Евкліда.

8) Школа якого філософа і математика відкрила теорему про суму кутів трикутника?

А) Фалеса; **Б)** Піфагора; **В)** Платона; **Г)** Архімеда; **Д)** Евкліда.

9) Становленню геометрії на Стародавньому Сході сприяв розвиток … :
А) науки та техніки; **Б)** землемірства; **В)** мореплавства;
Г) мистецтва та архітектури; **Д)** військової справи.

10) Першим точне наближення числа π одержав:
А) Евдокс; **Б)** Піфагор; **В)** Менехм; **Г)** Архімед; **Д)** Евклід.

11) Школа якого філософа і математика відкрила існування п'яти типів правильних многогранників?
А) Фалеса; **Б)** Піфагора; **В)** Платона; **Г)** Архімеда; **Д)** Евкліда.

12) Постановка задачі про логічне обґрунтування геометрії пов'язана з іменем … :
А) Фалеса; **Б)** Піфагора; **В)** Платона; **Г)** Архімеда; **Д)** Евдокса.

13) Хто з поданих нижче грецьких математиків описав теорію конічних перерізів?
А) Фалес; **Б)** Піфагор; **В)** Аполлоній; **Г)** Архімед; **Д)** Евдокс.

14) Скільки книг містять "Початки" Евкліда?
А) 17; **Б)** 11; **В)** 8; **Г)** 13; **Д)** однотомне видання.

15) Поради якого філософа враховує Евклід при викладі геометрії в "Початках"?
А) Архімеда; **Б)** Арістотеля; **В)** Гіппократа; **Г)** Менехма;
Д) Піфагора.

16) Хто з поданих нижче грецьких математиків описав геометричну теорію пропорцій?
А) Фалес; **Б)** Піфагор; **В)** Аполлоній; **Г)** Архімед; **Д)** Евдокс.

17) Вкажіть місце народження Фалеса:
А) Сіракуза; **Б)** Мілет; **В)** Перге; **Г)** Самос; **Д)** Афіни.

18) Вкажіть місце народження Піфагора:
А) Сіракуза; **Б)** Мілет; **В)** Перге; **Г)** Самос; **Д)** Афіни.

19) Вкажіть місце народження Архімеда:
А) Сіракуза; **Б)** Мілет; **В)** Перге; **Г)** Самос; **Д)** Афіни.

20) Вкажіть місце народження Евдокса:
А) Сіракуза; **Б)** Мілет; **В)** Перге; **Г)** Самос; **Д)** Книд.

21) Вкажіть місце народження Аполлонія:
А) Сіракуза; **Б)** Мілет; **В)** Перге; **Г)** Самос; **Д)** Афіни.

22) Вкажіть місце народження Евкліда:
А) Сіракуза; **Б)** Мілет; **В)** Перге; **Г)** Самос; **Д)** Афіни.

23) Те, що не має частин, – це означення за Евклідом … :
А) точки; **Б)** поверхні; **В)** прямої лінії; **Г)** площини; **Д)** кола.

24) Довжина без ширини, – це означення за Евклідом … :
А) точки; **Б)** поверхні; **В)** лінії; **Г)** площини; **Д)** кола.
25) Те, що має тільки довжину і ширину, – це означення за Евклідом … :
А) точки; **Б)** поверхні; **В)** лінії; **Г)** площини; **Д)** кола.

26) Приблизний час виходу праці «Початки» Евкліда:
А) 500 р.д.н.е.; **Б)** 300 р.д.н.е.; **В)** 10 р.н.е.; **Г)** 100 р.н.е.;
Д) інша відповідь.

27) До початку XIX ст. усі вивчали геометрію за … :
А) підручником А.М. Колмогорова;
Б) підручником А.П. Кисельова; **В)** «Початками» Евкліда;
Г) не було ніяких посібників; **Д)** працями К. Гауса.

28) На другому місці після Біблії за кількістю видань стоїть праця … :
А) «Основи геометрії» Д. Гільберта; **Б)** «Початки» Евкліда;
В) «Пангеометрія» М. Лобачевського; **Г)** підручник з геометрії О.В. Погорєлова; **Д)** «Генеральна геометрія» Н.Г. Курганова;

29) Через кожну точку, яка не лежить на даній прямій, можна провести одну і тільки одну пряму, паралельну даній. Це … :
А) V постулат Евкліда; **Б)** аксіома паралельних;

В) аксіома Архімеда; **Г)** теорема Паша; **Д)** аксіома Кантора.

30) Хто розв’язав проблему V постулату?

А) Лежандр; **Б)** Гаусс; **В)** Валліс; **Г)** Прокл; **Д)** Евклід.

31) Типовою помилкою у доведенні V постулату було … :

А) використання у доведенні тверджень з інших розділів геометрії;

Б) відкидання IV постулату; **В)** використання логічних методів (наприклад, від супротивного); **Г)** використання креслень;

Д) використання у доведенні еквівалентного твердження.

32) Дж. Саккері в дослідженні проблеми V постулату використовує … :

А) трапецію; **Б)** довільний чотирикутник; **В)** чотирикутник з двома прямими кутами і двома рівними бічними сторонами;

Г) прямокутник; **Д)** суму кутів трикутника.

33) І. Ламберт у дослідженні проблеми V постулату використовує … :

А) чотирикутник з трьома прямими кутами; **Б)** довільний чотирикутник;

В) чотирикутник з двома прямими кутами і двома рівними бічними сторонами; **Г)** прямокутник; **Д)** суму кутів трикутника.

34) А. Лежандр у дослідженні проблеми V постулату використовує … :

А) чотирикутник з трьома прямими кутами; **Б)** довільний чотирикутник;

В) прямокутні трикутники; **Г)** суму кутів трикутника;

Д) прямокутні трикутники.

35) Праця «Евклід, очищений від будь-яких плям» видана в 1733 р., належить … :

А) К. Гаусу; **Б)** Дж. Саккері; **В)** М. Лобачевському;

Г) А. Лежандру; **Д)** Д. Гільберту.

36) Праця «Уявна геометрія» видана в 1835 р., належить … :

А) К. Гаусу; **Б)** Дж. Саккері; **В)** М. Лобачевському;

Г) А. Лежандру; **Д)** Д. Гільберту.

37) Майже всі теореми сучасного шкільного курсу геометрії були доведені геометрами:

А) Стародавньої Греції; **Б)** Стародавнього Китаю;

В) Стародавнього Риму; **Г)** Київської Русі; **Д)** Месопотамії.

38) М.І. Лобачевський був … :

А) ректором Житомирського державного університету;

Б) ректором Києво-Могилянської академії; **В)** ректором Казанського університету; **Г)** ректором Московського університету;

Д) президентом Академії Наук України.

39) Пангеометрія – це система геометрії, яку розробляв … :

А) М.І. Лобачевський; **Б)** О.В. Погорєлов; **В)** Д. Гільберт;

Г) Евклід; **Д)** К. Гаус.

40) Геометрію Евкліда називають … геометрією:

А) параболічною; **Б)** абсолютною; **В)** сферичною;

Г) гіперболічною; **Д)** трансцендентною.

41) Чиї спроби розв'язати V постулат Евкліда виявилися марними?

А) Дж. Саккері; **Б**) К. Гауса; **В)** Я. Бойяї;

Г) М. Лобачевського; **Д)** інша відповідь.

42) Днем народження неевклідової геометрії вважають … :

А) 11.02.1826; **Б)** 1.09.1829; **В)** 20.04.1816;

Г) 3.07.1832; **Д)** 31.12.1854.

43) З якою дисципліною основи геометрії мають міждисциплінарні зв'язки?

А) лінійна алгебра; **Б)** математичний аналіз; **В)** теорія ймовірностей;

Г) історія математики; **Д)** нарисна геометрія.

44) Укажіть найбільш точний спосіб обчислення числа π:

А) $\frac{22}{7}$; **Б)** $\frac{10}{3}$; **В)** $\frac{34}{11}$; **Г)** $\frac{25}{8}$; **Д)** $\left(\frac{16}{9}\right)^2$.

45) Усі обґрунтування геометричних тверджень на Стародавньому Сході зводились до … :

А) усного пояснення; **Б)** практичної реалізації; **В)** рисунка;

Г) створення ситуації успіху; **Д)** колективного обговорення.

46) Укажіть науку, не пов'язану з ім'ям Евкліда … :

А) музика; **Б)** хімія; **В)** оптика; **Г)** філософія; **Д)** геометрія.

47) «Доведення» V постулату цим математиком містить змінене (протилежне до нього) твердження … :

А) Дж. Саккері; **Б)** Прокл; **В)** Д. Валліс; **Г)** Ф. Бойяї;

Д) Посідоній.

48) Усі прямі кути рівні один одному. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

49) Кожну необмежену пряму можна неперервно продовжити. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

50) Від будь-якої точки до будь-якої іншої можна провести пряму лінію. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

51) З кожної точки, як із центра, можна довільним радіусом описати коло. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

52) Якщо пряма при перетині з двома іншими прямими утворює з ними внутрішні односторонні кути, сума яких менша двох прямих кутів, то ці прямі перетинаються з того боку, з якого ця сума менша двох прямих кутів. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

53) Половини рівних рівні між собою. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

54) Ціле більше частини. Це твердження за Евклідом є … :

А) означенням; **Б)** теоремою; **В)** постулатом; **Г)** аксіомою;

Д) лемою.

55) У системі Евкліда відсутні аксіоми … :

А) належності; **Б)** порядку; **В)** рівності; **Г)** неперервності;

Д) паралельних.

56) V постулат Евкліда еквівалентний … :

А) теоремі Паша; **Б)** аксіомі Архімеда; **В)** аксіомі Кантора;

Г) аксіомі паралельних; **Д)** аксіомі Лобачевського.

57) Найскладнішим у формулюванні є …:

А) I постулат Евкліда; **Б)** II постулат Евкліда;

В) III постулат Евкліда; **Г)** IV постулат Евкліда;

Д) V постулат Евкліда.

58) Хто довів, що гіпотеза прямого кута рівносильна V постулату Евкліда?

А) сам Евклід; **Б)** І. Ламберт; **В)** К. Гаус;

Г) М. Лобачевський; **Д)** Я. Бойяї.

59) Хто встановив безпосередній зв'язок питання про суму кутів трикутника з V постулатом Евкліда?

А) А. Лежандр; **Б)** І. Ламберт; **В)** К. Гаус;

Г) М. Лобачевський; **Д)** Я. Бойяї.

60) Укажіть твердження, яке не належить до тверджень абсолютної геометрії:

А) I ознака рівності трикутників; **Б)** теорема про зовнішній кут трикутника; **В)** III ознака рівності трикутників; **Г)** аксіома паралельних;

Д) теорема про рівність вертикальних кутів.

61) Система аксіом «Початків» Евкліда не була повною, тому при доведенні деяких тверджень Евклід і його послідовники користувались:

А) теоремами лінійної алгебри; **Б)** теоремами з математичного аналізу;

В) методом від супротивного; **Г)** точними креслярськими інструментами;

Д) очевидністю рисунка.

62) Геометрію Лобачевського називають … геометрією:

А) абсолютною; **Б)** евклідовою; **В)** сферичною;

Г) гіперболічною; **Д)** трансцендентною.

63) Граничний промінь, який не перетинає задану пряму серед усіх можливих варіантів, є … :

А) збіжним; **Б)** паралельним; **В)** мимобіжним;

Г) винятковим; **Д)** розбіжним.

64) Сума кутів трикутника в геометрії Лобачевського … :

А) менша за $2d$; **Б)** дорівнює $2d$; **В)** більша за $2d$;

Г) від'ємна; **Д)** є сталою.

65) Яких прямих на площині Лобачевського не існує?

А) паралельних; **Б)** збіжних; **В)** мимобіжних;

Г) розбіжних; **Д)** інша відповідь.

66) Укажіть правильну властивість. У геометрії Лобачевського кутовий дефект трикутника … :

А) рівний 0; **Б)** є різницею між числом 2π і сумою кутів трикутника; **В)** пропорційний до площі трикутника; **Г)** менший за 1; **Д)** завжди є дробовим числом.

67) Спільна частина геометрії Лобачевського та Евкліда називається:

А) академічним рівнем; **Б)** площинною геометрією;

В) реалізацією Бельтрамі-Клейна; **Г)** абсолютною геометрією;

Д) геометричним простором.

68) Через точку, взяту зовні прямої, у площині, що ними визначається, можна провести не менше двох прямих, які не перетинають дану пряму. Це математичне речення є … :

А) аксіомою Лобачевського; **Б)** V постулатом Евкліда;

В) теоремою Паша; **Г)** цікавою історичною задачею;

Д) аксіомою Рімана.

69) На площині Лобачевського навколо трикутника можна описати … :

А) гіперболу; **Б)** уявний еліпс; **В)** граничну лінію пучка;

Г) нічого не можна описати; **Д)** сферу.

70) Які прямі в площині Лобачевського мають спільний перпендикуляр?

А) збіжні; **Б)** паралельні; **В)** розбіжні;

Г) ті, що перетинаються; **Д)** інша відповідь.

71) Еквідистанта – це … :

А) опукла крива лінія; **Б)** січна рівного нахилу;

В) описане коло; **Г)** точка перетину усіх прямих;

Д) ваговий елемент.

72) Якщо пряма, яка не проходить через жодну з вершин трикутника, перетинає одну з його сторін, то вона перетинає тільки одну з двох інших сторін. Дане математичне твердження є … :

А) теоремою Паша; **Б)** аксіомою Архімеда;

В) аксіомою парелельних; **Г)** аксіомою Лобачевського;

Д) теоремою Фалеса.

73) Геометрію Евкліда можна розглядати як граничний випадок геометрії Лобачевського, коли кут паралельності рівний … :

А) 0; **Б)** π; **В)** $\frac{\pi}{2}$; **Г)** $\frac{\pi}{3}$; **Д)** інша відповідь.

74) Аналітична формула для функції Лобачевського має вигляд:

А) $\alpha = 2arctg\, e^{-\frac{p}{k}}$; **Б)** $p = 2arctg\, e^{-\frac{\alpha}{k}}$; **В)** $\alpha = 2arctg\, e^{-\frac{k}{p}}$;

Г) $p = 2arctg\, e^{-\frac{k}{\alpha}}$; **Д)** інша відповідь.

75) Орицикл – це … :

А) січна рівного нахилу; **Б)** гранична лінія пучка;

В) описане коло; **Г)** точка перетину усіх прямих;

Д) ваговий елемент.

76) Якщо два серединних перпендикуляри до сторін трикутника перетинаються, то навколо такого трикутника можна описати … :

А) орицикл; **Б)** прямокутник; **В)** еквідистанту; **Г)** коло; **Д)** сферу.

77) Якщо серединні перпендикуляри до двох сторін трикутника розбіжні, то навколо такого трикутника можна описати … :

А) орицикл; **Б)** прямокутник; **В)** еквідистанту; **Г)** коло; **Д)** сферу.

78) Якщо серединні перпендикуляри до двох сторін трикутника паралельні в даному напрямі, то навколо такого трикутника можна описати … :

А) орицикл; **Б)** прямокутник; **В)** еквідистанту; **Г)** коло; **Д)** сферу.

79) Дві прямі, перпендикулярні до третьої, на площині Лобачевського є:

А) паралельними; **Б)** розбіжними; **В)** перпендикулярними;
Г) збіжними; **Д)** інша відповідь.

80) При перетині двох паралельних прямих третьою на площині Лобачевського сума внутрішніх односторонніх … :

А) менша за $2d$; **Б)** дорівнює $2d$; **В)** більша за $2d$;
Г) від'ємна; **Д)** є сталою.

81) Термін «абсолютна геометрія» був введений … :

А) Евклідом; **Б)** Я. Бойяї; **В)** Д. Гільбертом;
Г) О.В. Погорєловим; **Д)** Дж.Саккері.

82) У геометрії Лобачевського через точку, взяту зовні даної прямої, можна провести … прямих, які її не перетинають:

А) одну; **Б)** дві; **В)** не можна; **Г)** безліч; **Д)** інша відповідь.

83) Кут паралельності в площині Лобачевського … :

А) 0; **Б)** менший за $\frac{\pi}{2}$; **В)** $\frac{\pi}{2}$; **Г)** більший за $\frac{\pi}{2}$; **Д)** інша відповідь.

84) Відстань між паралельними прямими у площині Лобачевського … :

А) не є сталою; **Б)** від'ємна; **В)** стала;
Г) прямо пропорційна до кута паралельності; **Д)** інша відповідь.

85) Укажіть правильну властивість для кута паралельності в геометрії Лобачевського … :

А) із зростанням довжини перпендикуляра зменшується;
Б) прямо пропорційний до довжини перпендикуляра;
В) обернено пропорційний до довжини перпендикуляра;
Г) із зростанням довжини перпендикуляра збільшується;
Д) є константою для будь-якого перпендикуляра.

86) Константою у виразі для функції Лобачевського є … :

А) радіус кривини простору Лобачевського;

Б) швидкість обертання осі моделі Лобачевського;

В) кут паралельності; **Г)** довжина перпендикуляра;

Д) інша відповідь.

87) Виберіть правильну властивість суми кутів трикутника в геометрії Лобачевського:

А) залежить від розмірів трикутника; **Б)** є сталою лише у подібних трикутників; **В)** є від’ємною; **Г)** є сталою; **Д)** інша відповідь.

88) Чи існують на площині Лобачевського подібні нерівні трикутники?

А) так як на евклідовій площині; **Б)** лише гострокутні; **В)** ні;

Г) лише прямокутні; **Д)** інша відповідь.

89) Скільки можна сформулювати ознак рівності трикутників в планіметрії Лобачевського?

А) жодної; **Б)** одну; **В)** дві; **Г)** три; **Д)** чотири.

90) Виберіть найбільш повну правильну відповідь. Будь-яка пряма з еквідистантою має … спільних точок:

А) не має жодної; **Б)** одну; **В)** дві; **Г)** не більше двох; **Д)** три.

91) Виберіть найбільш повну правильну відповідь. Будь-яка пряма з орициклом має … спільних точок:

А) не має жодної; **Б)** одну; **В)** дві; **Г)** не більше двох; **Д)** три.

92) Яку лінію не можна описати навколо кожного трикутника:

А) коло; **Б)** сферу; **В)** еквідистанту;

Г) орицикл; **Д)** інша відповідь.

1.2.2. Сучасні аксіоматики евклідової геометрії та шкільного курсу

93) Метод побудови геометрії, коли всім геометричним об’єктам надається конкретний зміст і аксіоми з’ясовують їхні основні властивості, називається … :

А) аналітичним; **Б)** формальним; **В)** повним;

Г) змістовним аксіоматичним; **Д)** логічним.

94) Укажіть зайву умову серед тих, яким має задовольняти несуперечлива геометрія:

А) мінімальності; **Б)** несуперечливості; **В)** розмірності;

Г) повноти; **Д)** інша відповідь.

95) Подана умова обмежує кількість аксіом у системі, щоб не було зайвих, які можна довести:

А) повноти; **Б)** несуперечливості; **В)** розмірності;

Г) незалежності; **Д)** креативності.

96) Доведення повноти системи аксіом зводиться до доведення:

А) незалежності окремо взятої аксіоми; **Б)** ізоморфізму всіх її реалізацій;

В) розмірності системи аксіом; **Г)** несуперечливості кожної аксіоми;

Д) усі наслідкових тверджень.

97) Створення аксіоматики евклідової геометрії було завершено:

А) М. Пієрі; **Б)** Д. Гільбертом; **В)** О. Погорєловим;

Г) М. Лобачевським; **Д)** Г. Вейлем.

98) Система аксіом евклідової геометрії за Гільбертом складається з … :

А) 4 груп; **Б)** 5 груп; **В)** 3 груп; **Г)** 7 груп; **Д)** 3 груп.

99) Система аксіом евклідової геометрії за Гільбертом складається з … :

А) 10 аксіом; **Б)** 12 аксіом; **В)** 18 аксіом; **Г)** 20 аксіом;

Д) 9 аксіом.

100) Що доводять за аксіомою конгруентності та попередніх аксіом?

А) три ознаки рівності трикутників; **Б)** що коло з колом може перетинатися в двох точках; **В)** аксіому паралельності; **Г)** теорему Паша;

Д) існування трьох точок площини.

101) Ці аксіоми виражають властивості взаємного розміщення точок на прямій і площині, пояснюють відношення «лежати між»:

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності; **В)** аксіоми порядку;

Г) аксіоми конгруентності; **Д)** аксіоми розмірності.

102) Ці аксіоми дають можливість означити рух як перетворення:

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності; **В)** аксіоми порядку;

Г) аксіоми конгруентності; **Д)** аксіоми розмірності.

103) Ці аксіоми дають можливість ввести систему координат:

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності; **В)** аксіоми порядку;

Г) аксіоми конгруентності; **Д)** аксіоми розмірності.

104) Ці аксіоми дають можливість ввести поняття довжини відрізка і градусної міри кута:

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності; **В)** аксіоми порядку;

Г) аксіоми конгруентності; **Д)** аксіоми розмірності.

105) Поняття "відстань" є основним в системі аксіом, запропонованій:

А) Д. Гільбертом; **Б)** В.Ф. Каганом; **В)** О.В. Погорєловим;

Г) М. Пієрі; **Д)** Ф. Бахманом.

106) Поняття "рух" є основним в системі аксіом, запропонованій:

А) Д. Гільбертом; **Б)** В.Ф. Каганом; **В)** О.В. Погорєловим;

Г) М. Пієрі; **Д)** Ф. Бахманом.

107) Поняття "симетрія" є основним в системі аксіом, запропонованій:

А) Д. Гільбертом; **Б)** В.Ф. Каганом; **В)** Ф. Бахмана;

Г) М. Пієрі; **Д)** О.В. Погорєловим.

108) Поняття "вектор" є основним в системі аксіом, запропонованій:

А) Г. Вейлем; **Б)** В.Ф. Каганом; **В)** Ф. Бахмана;

Г) М. Пієрі; **Д)** Д. Гільбертом.

109) Система аксіом евклідової геометрії за Вейлем для тривимірного евклідового простору складається з … :

А) 4 груп; **Б)** 5 груп; **В)** 3 груп; **Г)** 7 груп; **Д)** 3 груп.

110) Система аксіом евклідової геометрії за Вейлем для тривимірного евклідового простору складається з …

А) 10 аксіом; **Б)** 12 аксіом; **В)** 17 аксіом; **Г)** 20 аксіом;

Д) 18 аксіом.

111) Поняття "точка" не є основним в системі аксіом, запропонованій:

А) Д. Гільбертом; **Б)** В.Ф. Каганом; **В)** О.В. Погорєловим;

Г) Ф. Бахманом; **Д)** Г. Вейлем.

112) Система аксіом Погорєлова складається з … :

А) 10 аксіом; **Б)** 12 аксіом; **В)** 17 аксіом; **Г)** 20 аксіом;

Д) 18 аксіом.

113) Доведення несуперечливості системи аксіом евклідової геометрії є … :

А) повним; **Б)** логіко-формальним; **В)** умовним;

Г) незалежним; **Д)** експертним.

114) Множина об'єктів, у яких дана система аксіом знаходить реальне втілення, називається … досліджуваної системи аксіом:

А) апроксімацією; **Б)** інтерпретацією; **В)** диференціацією;

Г) конкретизацією; **Д)** перетворенням.

115) Точкою в декартовій реалізації системи аксіом евклідової геометрії називають … :

А) матрицю-рядок; **Б)** впорядковану трійку чисел; **В)** матрицю-стовпець; **Г)** детермінант певного порядку; **Д)** результат додавання певного класу величин.

116) Дві реалізації деякої теорії називають ізоморфними, якщо між елементами цих реалізацій можна встановити … :

А) взаємно однозначну відповідність; **Б)** графічну залежність;

В) логарифмічну залежність; **Г)** певний порядок;

Д) деяке геометричне перетворення.

117) Вектором в арифметичній реалізації векторної системи аксіом Г. Вейля евклідової геометрії називають … :

А) матрицю-рядок; **Б)** впорядковану трійку чисел; **В)** матрицю-стовпець; **Г)** детермінант певного порядку; **Д)** результат додавання певного класу величин.

118) Точкою в арифметичній реалізації векторної системи аксіом Г. Вейля евклідової геометрії називають … :

А) матрицю-рядок; **Б)** впорядковану трійку чисел;

В) матрицю-стовпець; **Г)** детермінант певного порядку;

Д) результат додавання певного класу величин.

119) Доведенню несуперечливості геометрії Лобачевського з побудовою реалізації системи аксіом присвячено праці такого математика … :

А) Д. Гільберта; **Б**) М. Пієрі; **В)** Ф. Клейна;
Г) К. Гаусса; **Д)** Г. Вейля.

120) Усі аксіоми планіметрії Лобачевського виконуються в реалізації … :

А) Гільберта; **Б)** Пієрі; **В)** Бельтрамі-Клейна;
Г) Буняковського-Гаусса; **Д)** Вейля.

121) Усі аксіоми планіметрії Лобачевського виконуються в реалізації … :

А) Гільберта; **Б)** Пієрі; **В)** Пуанкаре;
Г) Буняковського-Гаусса; **Д)** Вейля.

122) Прямими площини Лобачевського в реалізації Бельтрамі-Клейна є:

А) відкриті хорди абсолюта; **Б)** закриті хорди абсолюта;
В) звичайні прямі евклідової площини; **Г)** евклідові півкола;
Д) будь-які відрізки абсолютного круга.

123) Прямими площини Лобачевського в реалізації Пуанкаре є:

А) відкриті хорди абсолюта; **Б)** закриті хорди абсолюта;
В) звичайні прямі евклідової площини; **Г)** евклідові півкола;
Д) будь-які відрізки абсолютного круга.

124) Чим відрізняється формальний метод побудови геометрії від напівформального?

А) різні автори; **Б)** описують різні розділи геометрії;
В) використанням креслень; **Г)** формулюванням аксіом;
Д) указані правила виведення теорем.

125) Площиною Лобачевського в реалізації Бельтрамі-Клейна є:

А) евклідова площина; **Б)** поверхня псевдосфери; **В)** сфера;
Г) відкритий абсолютний круг; **Д)** півплощина евклідової площини.

126) Площиною Лобачевського в реалізації Пуанкаре є … :

А) евклідова площина; **Б)** поверхня псевдосфери; **В)** сфера;
Г) відкритий абсолютний круг; **Д)** півплощина евклідової площини.

127) Лонгіметрія вивчає … :

А) ознаки рівності трикутників; **Б)** ознаки паралельності прямих; **В)** многокутники; **Г)** тіла обертання; **Д)** властивості кутів.

128) Перший у Росії підручник з геометрії був виданий у 1765 р.:

А) О.В. Погорєловим; **Б)** Ф.І. Буссе; **В)** Н.Г. Кургановим; **Г)** Л.Ф. Магніцьким; **Д)** М.І. Лобачевським.

129) Основні властивості прямої і площини називають … :

А) теоремами; **Б)** ознаками; **В)** постулатами; **Г)** аксіомами; **Д)** лемами.

130) У шкільному підручнику цього автора основними об’єктами є точка і пряма, а площина означається як фігура, на якій виконується планіметрія і для якої справджуються аксіоми стереометрії:

А) О.Д. Александров; **Б)** О.В. Погорєлов; **В)** Л.С. Атанасян; **Г)** А.М. Колмогоров; **Д)** Н.Г. Курганов.

131) Курс геометрії в підручнику О.В. Погорєлова будується … :

А) з поглибленим вивченням математики; **Б)** без реалізації аксіоматичного методу; **В)** строго дедуктивно; **Г)** без подання властивостей геометричних фігур; **Д)** як інтегрований з курсом алгебри.

132) Основні поняття – це поняття … :

А) перші означення в підручнику; **Б)** які не можна означити через простіші поняття; **В)** найбільш вагомі при вивченні цього курсу; **Г)** означені Евклідом; **Д)** самі громіздкі.

133) Укажіть зайвий етап в аксіоматичній будові геометрії … :

А) на основі аксіом доводяться нові твердження; **Б)** вводяться основні поняття; **В)** дається система аксіом; **Г)** визначаються міждисциплінарні зв’язки; **Д)** називають вихідні відношення між основними поняттями.

134) У шкільному підручнику цього автора система аксіом розбита на групи:

А) О.Д. Александров; **Б)** О.В. Погорєлов; **В)** Л.С. Атанасян; Г) А.М. Колмогоров; **Д)** Н.Г. Курганов.

135) Аксіома Архімеда сприяла розвитку … :

А) диференціальної геометрії; **Б)** аналітичної геометрії;
В) метричної геометрії; **Г)** проективної геометрії;
Д) синтетичної геометрії.

136) Продовжіть математичне речення, яке описувало б властивості основних геометричних об'єктів: які б не було три точки, які не лежать на одній прямій, … :

А) існує єдиний трикутник, який можна з них скласти; **Б)** сума довжин двох відрізків більша за третій; **В)** існує не більше однієї площини, яка проходить через кожну з цих точок; **Г)** вони не колінеарні; **Д)** через них можна провести коло.

137) Продовжіть математичне речення, яке описувало б властивості основних геометричних об'єктів: існують принаймі чотири точки, які … :

А) не лежать в одній площині; **Б)** лежать в одній площині;
В) компланарні; **Г)** утворюють чотирикутник;
Д) симетричні відносно п'ятої точки.

138) Аксіома цієї групи дає можливість довести, що сума кутів трикутника рівна $2d$:

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності;
В) аксіоми порядку; **Г)** аксіома паралельності;
Д) аксіоми розмірності.

139) Аксіома цієї групи дає можливість довести теорему Піфагора:

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності;
В) аксіоми порядку; **Г)** аксіома паралельності;
Д) аксіоми розмірності.

140) Вилучивши з системи аксіом Гільберта аксіоми конгруентності, дістанемо … :

А) простір Лобачевського; **Б)** афінний простір;
В) тривимірний евклідів простір; **Г)** простір Рімана;
Д) інваріантний геометричний простір.

141) Чому в шкільному підручнику О.В. Погорєлова немає символіки?

А) бо це, на думку автора, впливатиме на вартість підручника; **Б)** бо сам Погорєлов не користувався символікою; **В)** бо використання символіки було заборонено; **Г)** бо це, на думку автора, гальмує логічне мислення учнів;
Д) важко було набирати символи.

142) Такі об'єкти геометрії, як точка, пряма, площина, вибрано за основні поняття в аксіоматиці … :

А) за О.Д. Александровим; **Б)** за Д. Гільбертом;
В) за Г. Вейлем; **Г)** за А.М. Колмогоровим; **Д)** інша відповідь.

143) Такі об'єкти геометрії, як точка, вектор, вибрано за основні поняття в аксіоматиці … :

А) за О.Д. Александровим; **Б)** за Д. Гільбертом;
В) за Г. Вейлем; **Г)** за Л.С. Атанасяном; **Д)** інша відповідь.

144) Такі об'єкти геометрії, як точка, відрізок, вибрано за основні поняття в пробній аксіоматиці … :

А) за О.Д. Александровим; **Б)** за Д. Гільбертом;
В) за Г. Вейлем; **Г)** за Л.С. Атанасяном; **Д)** інша відповідь.

145) Такі об'єкти геометрії, як точка, відрізок, півплощина, вибрано за основні поняття в пробній аксіоматиці … :

А) за О.Д. Александровим; **Б)** за Д. Гільбертом;
В) за Г. Вейлем; **Г)** за Л.С. Атанасяном; **Д)** інша відповідь.

146) В системі аксіом О.В. Погорєлова це відношення між поняттями не є основним:

А) лежати між; **Б)** довжина; **В)** належність;
Г) конгруентність; **Д)** градусна міра кута.

147) В системі аксіом Г. Вейля це відношення між поняттями не є основним:

А) сума векторів; **Б)** добуток вектора на число;
В) градусна міра кута; **Г)** скалярний добуток векторів;
Д) відкладання вектора від точки.

148) Цей математик з Німеччини:

А) Д. Гільберт; **Б)** І. Ламберт; **В)** В. Каган;

Г) О. Веблен; **Д)** Я. Бойяї.

149) Цей математик зі Швейцарії:
А) Д. Гільберт; **Б)** І. Ламберт; **В)** В. Каган;
Г) О. Веблен; **Д)** Я. Бойяї.

150) Цей математик з Америки:
А) Д. Гільберт; **Б)** І. Ламберт; **В)** В. Каган;
Г) О. Веблен; **Д)** Я. Бойяї.

151) Цей математик з Росії:
А) Д. Гільберт; **Б)** І. Ламберт; **В)** В. Каган;
Г) О. Веблен; **Д)** Я. Бойяї.

152) Цей математик з Угорщини:
А) Д. Гільберт; **Б)** І. Ламберт; **В)** В. Каган;
Г) О. Веблен; **Д)** Я. Бойяї.

153) Цей математик з Італії:
А) М. Лобачевський; **Б)** Г. Вейль; **В)** М. Пієрі;
Г) А. Лежандр; **Д)** Дж. Валліс.

154) Цей математик з Німеччини:
А) М. Лобачевський; **Б)** Г. Вейль; **В)** М. Пієрі;
Г) А. Лежандр; **Д)** Дж. Валліс.

155) Цей математик з Франції:
А) М. Лобачевський; **Б)** Г. Вейль; **В)** М. Пієрі;
Г) А. Лежандр; **Д)** Дж. Валліс.

156) Цей математик з Англії:
А) М. Лобачевський; **Б)** Г. Вейль; **В)** М. Пієрі;
Г) А. Лежандр; **Д)** Дж. Валліс.

157) Цей математик з Росії:
А) М. Лобачевський; **Б)** Г. Вейль; **В)** М. Пієрі;
Г) А. Лежандр; **Д)** Дж. Валліс.

158) Цей математик має українське коріння:

А) М. Лобачевський; **Б)** Г. Вейль; **В)** М. Пієрі;
Г) А. Лежандр; **Д)** Дж. Валліс.

159) Першим зробив спробу довести несуперечливість геометрії Лобачевського … :

А) Є. Бельтрамі; **Б)** Д. Гільберт; **В)** А. Пуанкаре;
Г) Ф. Клейн; **Д)** К. Гаус.

160) У 1868 році Є. Бельтрамі показав, що у цих поверхонь (…) внутрішня геометрія збігається з геометрією на площині Лобачевського. Це … :

А) циліндричні поверхні; **Б)** псевдосфери; **В)** параболоїди;
Г) гіперболоїди; **Д)** сфери.

161) Умовою мінімальності для системи аксіом називають умову:

А) повноти; **Б)** несуперечливості; **В)** розмірності;
Г) незалежності; **Д)** креативності.

162) Дане поняття у М. Пієрі визначається через рух. Це … :

А) конгруентність; **Б)** тотожність; **В)** відображення;
Г) гармонічність; **Д)** паралельність.

163) У четвертій групі аксіом (розмірності) евклідової геометрії за Вейлем йде мова про … :

А) лінійну залежність векторів; **Б)** рівність векторів;
В) відкладання вектора від точки; **Г)** колінеарні вектори;
Д) скалярний добуток векторів.

164) Терміни «довжина» та «градусна міра кута» в системі аксіом О.В. Погорєлова є … :

А) основними поняттями; **Б)** означуваними поняттями;
В) основними відношеннями основних об’єктів;
Г) похідними з іншої аксіоматики; **Д)** не використовуються.

165) Арифметичну інтерпретацію системи аксіом О.В. Погорєлова називають … :

А) алгебраїчною; **Б)** математичною; **В)** повною;
Г) графічною; **Д)** декартовою.

166) Бельтрамієві координати належать проміжку … :

А) $(-\infty; +\infty)$; **Б)** $(0; +\infty)$; **В)** $(-1; 1)$; **Г)** $[-1; 1]$; **Д)** інша відповідь.

167) Прямими площини Лобачевського в реалізації Пуанкаре можуть бути … :

А) відкриті хорди абсолюта; **Б)** закриті хорди абсолюта;

В) звичайні прямі евклідової площини; **Г)** будь-які відрізки абсолютного круга; **Д)** евклідові півпрямі верхньої півплощини, перпендикулярні до межової прямої.

168) Еквівалентним для аксіом Архімеда та Кантора є принцип:

А) Дедекінда; **Б)** згортання; **В)** Діріхле;

Г) Гейзенберга; **Д)** Ферма.

169) Французький математик, фізик, філософ і теоретик науки, голова Паризької академії наук і Французької академії; один з найбільших математиків всіх часів, останній математик-універсал, людина, здатна охопити всі математичні результати свого часу; член Лондонського королівського товариства, іноземний член-кореспондент Петербурзької АН, президент Французького астрономічного товариства, член Бюро довгот в Парижі. Це …:

А) А. Лежандр; **Б)** Р. Декарт; **В)** Я. Бойяї;

Г) А. Пуанкаре; **Д)** П. Ферма.

170) Німецький математик, відомий своїми роботами з теорії груп, теорії функцій, неевклідової геометрії, а також про зв'язки між геометрією і теорією груп. Йому належить ідея алгебраїчної класифікації різних галузей геометрії згідно з тими класами перетворень, які для цієї геометрії дають «рівні» фігури. Це …:

А) Г. Вейль; **Б)** Ф. Клейн; **В)** К. Гаус;

Г) А. Пуанкаре; **Д)** Д. Гільберт.

1.2.3. Елементи геометрії Рімана

171) Лінія на поверхні обертання, яка визначає найкоротшу відстань між двома точками (частинний випадок геодезичної лінії). Це … :

А) поляра; **Б)** ортодромія; **В)** лінія кривини;

Г) асимптотична лінія; **Д)** пряма.

172) Широта точки на сфері вимірюється сферичною відстанню:
А) вздовж меридіана від екватора до відповідної паралелі;
Б) вздовж меридіана від відповідної паралелі до екватора;
В) вздовж екватора від нульового меридіану до відповідного;
Г) вздовж екватора від відповідного меридіану до нульового;
Д) від полюса до заданої точки.

173) Довгота точки на сфері вимірюється сферичною відстанню:
А) вздовж меридіана від екватора до відповідної паралелі;
Б) вздовж меридіана від відповідної паралелі до екватора;
В) вздовж екватора від нульового меридіану до відповідного;
Г) вздовж екватора від відповідного меридіану до нульового;
Д) від полюса до заданої точки.

174) Найпростішою фігурою на поверхні сфери є … :
А) правильний трикутник; **Б)** різносторонній трикутник;
В) двокутник; **Г)** чотирикутник; **Д)** ейлеровий трикутник.

175) Сферичний трикутник має … основних елементів (…):
А) три (три кути); **Б)** шість (три кути та три медіани);
В) три (три сторони); **Г)** шість (три сторони та три медіани);
Д) шість (три кути та три сторони).

176) Ексцес трикутника – це … :
А) сферичний надлишок $\varepsilon = A + B + C - 180^\circ$; **Б)** сферичний дефект $(2\pi - (a + b + c))$; **В)** незвичайна форма трикутника; **Г)** кутовий дефект трикутника $\varepsilon = 180^0 - (A + B + C)$; **Д)** його характеристики.

177) В одному радіані приблизно … :
А) 10^0; **Б)** 57^0; **В)** 60^0; **Г)** 90^0; **Д)** 180^0.

178) Геометрію Рімана називають … геометрією:
А) абсолютною; **Б)** еліптичною; **В)** параболічною;
Г) гіперболічною; **Д)** трансцендентною.

179) З аксіом абсолютної геометрії в геометрії Рімана залишаються в силі тільки … :

А) аксіоми належності; **Б)** аксіоми неперервності;
В) аксіоми порядку; **Г)** аксіоми конгруентності;
Д) інша відповідь.

180) Система аксіом геометрії Рімана містить … аксіоми:
А) 4; **Б)** 10; **В)** 12; **Г)** 17; **Д)** 20.

181) Кожна пара прямих, що лежать в одній площині, … :
А) паралельні; **Б)** мимобіжні; **В)** розбіжні;
Г) збіжні; **Д)** перетинаються.

182) Аксіома про те, що будь-які дві прямі, розміщені в одній площині, перетинаються, належить геометрії … :
А) Евкліда; **Б)** Лобачевського; **В)** Рімана;
Г) Вейля; **Д)** Погорєлова.

183) В якій геометрії не існує паралельних прямих?
А) Евкліда; **Б)** Лобачевського; **В)** Рімана;
Г) Вейля; **Д)** Погорєлова.

184) Три прямі розбивають площину Евкліда на … частин:
А) 4; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 7; **Д)** 8.

185) Три прямі розбивають площину Лобачевського на … частин:
А) 4; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 7; **Д)** 8.

186) Три прямі розбивають площину Рімана на … частини:
А) 4; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 7; **Д)** 8.

187) Основним відношенням в геометрії Рімана є … :
А) паралельність прямих; **Б)** групова властивість;
В) розділеність двох пар точок; **Г)** порядок точок;
Д) рівність фігур.

188) Поняття «роздільність двох пар точок» можна описати наступною групою аксіом:
А) паралельності; **Б)** розміщення; **В)** належності;
Г) порядку; **Д)** конгруентності.

189) Пряму Рімана можна зобразити у вигляді … :

А) овала; **Б)** звичайної прямої лінії; **В)** променя;

Г) точки; **Д)** півкола.

190) В геометрії Рімана сума внутрішніх кутів трикутника … :

А) менша за 180^0; **Б)** 180^0; **В)** більша за 180^0;

Г) від'ємна; **Д)** не обчислюється.

191) В геометрії Рімана зовнішній кут трикутника … :

А) може бути рівний куту, не суміжному з ним; **Б)** завжди 180^0;

В) більший за кут, не суміжний з ним; **Г)** від'ємний;

Д) не обчислюється.

192) В геометрії Рімана довжина кожної прямої … :

А) дорівнює π; **Б)** нескінченна; **В)** більша за π;

Г) від'ємна; **Д)** не обчислюється.

193) В геометрії Рімана периметр будь-якого трикутника … :

А) більший за 2π; **Б)** 2π; **В)** менший за 2π;

Г) 3π; **Д)** не обчислюється.

194) В геометрії Рімана площа всієї площини Рімана … :

А) більша за 2π; **Б)** 2π; **В)** менша за 2π;

Г) від'ємна; **Д)** нескінченна.

195) В геометрії Рімана площа трикутника … :

А) обчислюється як в геометрії Евкліда; **Б)** від'ємна;

В) обчислюється як в геометрії Лобачевського;

Г) нескінченно велика; **Д)** пропорційна його кутовому надлишку.

196) В геометрії Рімана геометричним місцем точок, рівновіддалених від даної прямої, є … :

А) пряма, паралельна до заданої; **Б)** коло; **В)** точка;

Г) дві прямі, паралельні до заданої; **Д)** не існує такого ГМТ.

197) Фігурою, яка складається з усіх точок простору, рівновіддалених від даної точки, є … :

А) пряма; **Б)** коло; **В)** площина; **Г)** сфера; **Д)** інша відповідь.

198) Фігура, усі точки якої належать сфері, називається … :

А) симетричною; **Б)** простою; **В)** сферичною;

Г) безкутовою; **Д)** інша відповідь.

199) Розділ геометрії, який вивчає властивості фігур, розміщених на сфері, називається … :

А) основами геометрії; **Б)** геометрією Евкліда;

В) астрономічною геометрією; **Г)** геометрією Лобачевського;

Д) сферичною геометрією.

200) Переріз сфери довільною площиною є … :

А) колом; **Б)** прямою; **В)** точкою;

Г) площиною; **Д)** інша відповідь.

201) Два великих кола сфери перетинаються в … :

А) одній точці; **Б)** двох точках; **В)** трьох точках;

Г) чотирьох точках; **Д)** не перетинаються.

202) В геометрії Рімана існує … ознаки рівності сферичних трикутників:

А) одна; **Б)** дві; **В)** три; **Г)** чотири; **Д)** немає жодної.

203) Реалізувати геометрію Рімана можна на … :

А) сфері; **Б)** площині; **В)** еліптичному параболоїді;

Г) колі; **Д)** гіперболічному параболоїді.

204) Дві точки на площині Рімана визначають … :

А) один відрізок площини Рімана; **Б)** нічого не визначають;

В) два відрізки площини Рімана; **Г)** коло; **Д)** інша відповідь.

205) Множину об’єктів, взаємне відношення яких задовольняється вимогам аксіом системи, називають … :

А) базовими об’єктами; **Б)** геометричним простором;

В) невласним простором; **Г)** інтерпретованими об’єктами;

Д) інша відповідь.

206) Даний запис в сферичній геометрії $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} = K$ є для сферичного трикутника … :

А) теоремою косинусів для кутів; **Б)** теоремою Піфагора;
В) теоремою косинусів для сторін; **Г)** теоремою синусів;
Д) формулою п'яти елементів.

207) Даний запис в сферичній геометрії $\sin b \cos C = \sin a \cos c - \cos a \sin c \cos B$ є для сферичного трикутника … :

А) теоремою косинусів для кутів; **Б)** теоремою Піфагора;
В) теоремою косинусів для сторін; **Г)** теоремою синусів;
Д) формулою п'яти елементів.

208) Даний запис в сферичній геометрії $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$ є для сферичного трикутника …:

А) теоремою косинусів для кутів; **Б)** теоремою Піфагора;
В) теоремою косинусів для сторін; **Г)** теоремою синусів;
Д) формулою п'яти елементів.

209) Даний запис в сферичній геометрії є для сферичного трикутника $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$:

А) теоремою косинусів для кутів; **Б)** теоремою Піфагора;
В) теоремою косинусів для сторін; **Г)** теоремою синусів;
Д) формулою п'яти елементів.

210) Спочатку приват-доцент, потім ординарний професор Геттінгенського університету; читає лекції з математичної фізики; член Берлінської академії наук. Має іменні надбання. На жаль, прожив лише неповних сорок років. Це … :

А) Б. Ріман; **Б)** Ф. Клейн; **В)** К. Гаус; **Г)** Г. Вейль; **Д)** Ф. Шур.

1.3. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ

1.3.1. Теорія кривих

1) Площина, яка найкраще прилягає до кривої в певній її точці, називається:

А) спрямною; **Б)** стичною; **В)** дотичною;
Г) нормальною; **Д)** інша відповідь.

2) Довжиною дуги кривої $a \leq t \leq b$ називають границю сум довжин ламаних, вписаних у криву, при умові, що:

А) довжини хорд необмежено зменшуються;
Б) довжини хорд необмежено збільшуються;
В) довжини хорд дорівнюють нулю;
Г) довжини хорд не змінюються; **Д)** довжини хорд є максимальними.

3) Відношення приросту кута повороту дотичної до приросту довжини дуги, коли приріст довжини дуги прямує до нуля, називають:

А) параметром кривої; **Б)** скрутом кривої; **В)** кривиною кривої;
Г) натуральним параметром кривої; **Д)** інша відповідь.

4) Відношення приросту кута повороту стичної площини до приросту довжини дуги, коли приріст довжини дуги прямує до нуля, називають

А) параметром кривої; **Б)** скрутом кривої; **В)** кривиною кривої;
Г) натуральним параметром кривої; **Д)** інша відповідь.

5) Для будь-якої плоскої кривої скрут:

А) необмежено зростає; **Б)** від'ємний; **В)** дорівнює нулю;
Г) необмежено зменшується; **Д)** неможливо визначити.

6) Скрут кривої $\vec{r} = \vec{r}(t)$ можна обчислити за формулою:

А) $\chi = \frac{(\vec{r}' \cdot \vec{r}'' \cdot \vec{r}''')}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|^2}$; **Б)** $\chi = \frac{(\vec{r}' \cdot \vec{r}'' \cdot \vec{r}''')}{\vec{r}' \times \vec{r}''}$; **В)** $\chi = \frac{\vec{r}' \times \vec{r}''}{|\vec{r}'|^3}$;

Г) $\chi = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}$; **Д)** $\chi = \frac{|\vec{r}' \cdot \vec{r}'' \cdot \vec{r}'''|^2}{\vec{r}' \times \vec{r}''}$.

7) Кривину кривої $\vec{r} = \vec{r}(t)$ можна обчислити за формулою:

А) $k = \frac{\vec{r}' \times \vec{r}''}{|\vec{r}'|^3}$; **Б)** $k = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}$; **В)** $k = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|}$;

Г) $k = \frac{(\vec{r}\,'\vec{r}\,''\cdot\vec{r}\,''')}{|\vec{r}\,'\times\vec{r}\,''|^2}$; **Д)** $k = \frac{\vec{r}\,'\times\vec{r}\,''}{|\vec{r}\,'|^2}$.

8) Напрямок дотичної до гладкої кривої визначається напрямком вектора:
А) другої похідної від функції, що визначає криву;
Б) інтегралу від функції, що визначає криву;
В) функції, що визначає криву;
Г) подвійного інтегралу, що визначає криву;
Д) першої похідної від функції, що визначає криву.

9) Дотичну до кривої задано рівнянням $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-5} = \frac{z}{6}$. Напрямний вектор дотичної має координати:
А) (-3; 4; 0); **Б)** (3; -4; 0); **В)** (2; -5; 6); **Г)** (-2; -5; 6); **Д)** (3; -4; 1).

10) Дотичну до кривої в точці *A* задано рівнянням $\frac{x-5}{12} = \frac{y+6}{8} = \frac{z}{-3}$. Точка *A* має координати:
А) (5; -6; 1); **Б)** (12; 8; -3); **В)** (-5; 6; 0); **Г)** (5; -6; 0); **Д)** (-12; -8; 3).

11) Лінія, яка має спільні точки з кожною кривою сімейства кривих, і вектори дотичних у спільних точках до цієї лінії і лінії сімейства співпадають, називається:
А) бінормаллю сімейства кривих; **Б)** обгинаючою сімейства кривих;
В) супровідною сімейства кривих;
Г) еволютою; **Д)** евольвентою.

12) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3(x-5)+y-4(z+3)=0$. Точка M_0 має координати:
А) (3; 0; -4); **Б)** (3; 1; -4); **В)** (5; 1; -3); **Г)** (5; 0; -3); **Д)** (-5; 0; 3).

13) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3(x-5)+y-4(z+3)=0$. Вектор дотичної до кривої в точці M_0 має координати:
А) (3; 0; -4); **Б)** (3; 1; -4); **В)** (5; 1; -3); **Г)** (5; 0; -3); **Д)** (-5; 0; 3).

14) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3x+2y-9z+15=0$. Вектор $\vec{m}(3;2;\ -9)$ – це:
А) вектор бінормалі до кривої; **Б)** вектор головної нормалі до кривої;

В) вектор дотичної до кривої; **Г)** вектор нормалі до кривої;
Д) інша відповідь.

15) Стична площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $5x - 2y + 9z - 4 = 0$. Вектор $\vec{m}(5;\ -2; 9)$ – це:

А) вектор бінормалі до кривої; **Б)** вектор головної нормалі до кривої;
В) вектор дотичної до кривої; **Г)** вектор нормалі до кривої;
Д) інша відповідь.

16) Спрямна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3x + 2y - 4z + 8 = 0$. Вектор $\vec{m}(3; 2;\ -4)$ – це:

А) вектор бінормалі до кривої; **Б)** вектор дотичної до кривої;
В) вектор головної нормалі до кривої;
Г) вектор другої похідної до кривої; **Д)** інша відповідь.

17) Задано криву $x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$. Вектор дотичної до цієї кривої має координати:

А) $(x''(t),\ y''(t),\ z''(t))$; **Б)** $(x(t),\ y(t),\ z(t))$;
В) $(x'(t),\ y'(t),\ z'(t))$; **Г)** $(x^0(t),\ y^0(t),\ z^0(t))$;
д) $(x(t'),\ y(t'),\ z(t'))$.

18) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Вектор бінормалі $\vec{\beta}$ визначається формулою:

А) $\vec{\beta} = \vec{r}'(t)$; **Б)** $\vec{\beta} = \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)$; **В)** $\vec{\beta} = \vec{r}'(t) \times \vec{r}'''(t)$;
Г) $\vec{\beta} = (\vec{r}'(t)\, \vec{r}''(t)\, \vec{r}'''(t))$; **Д)** $\vec{\beta} = \vec{r}''(t)$.

19) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Вектори $\vec{\tau}, \vec{\beta}, \vec{\vartheta}$ – вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі відповідно. Вектор головної нормалі $\vec{\vartheta}$ визначається:

А) $\vec{\vartheta} = \vec{r}'(t)$; **Б)** $\vec{\vartheta} = \vec{\beta}'(t)$; **В)** $\vec{\vartheta} = \vec{\tau} \times \vec{\beta}$;
Г) $\vec{\vartheta} = \vec{r}'(t) \times \vec{r}''(t)$; **Д)** інша відповідь.

20) Нехай задано криву $\vec{r} = \vec{r}(s)$, де s – натуральний параметр. Натуральний параметр виражає:

А) довжину хорди кривої між точками t_0 і t_1;
Б) довжину ламаної, вписану в криву між точками t_0 і t_1;

В) довжину дуги кривої між точками t_0 і t_1;

Г) довжину радіуса кривини кривої, проведеного в точку t_0;

Д) інша відповідь.

21) Дано криву $\vec{r}(t^3;\,3t^2-1;5t)$. Вектор дотичної до кривої $\vec{r}'$ у точці $t=1$ має координати:

А) (1; 3; 5); **Б)** (3; 6; 5); **В)** (1; 2; 5);
Г) (3; 11; 25); **Д)** інша відповідь.

22) Дано криву $\vec{r}(t^3+t;\ 3t^2-1;5t)$. Вектор $\vec{r}'$ дотичної до кривої у точці $t=0$ має координати:

А) (3; -1; 5); **Б)** (1; 0; 5); **В)** (3; -1; 0);
Г) (3; 11; 25); **Д)** інша відповідь.

23) Дано криву $x=e^t,\ y=e^{-t},\ z=t^2$. Вектор дотичної в точці $t=0$ має координати:

А) (e; -e; 2); **Б)** (e; -e; 0); **В)** (-1; 1; 0); **Г)** (1; -1; 0); **Д)** (1; 1; 2).

24) Дано криву $x=e^t,\ y=e^t,\ z=t^2$. Вектор дотичної в точці $t=0$ має координати:

А) (e; e; 2); **Б)** (e; -e; 0); **В)** (1; 1; 2);
Г) (1; 1; 0); **Д)** інша відповідь.

25) Напрямний вектор дотичної до кривої $\vec{r}(\sin t;\ \ t;\ -\cos t)$ у точці $t=0$ має довжину:

А) *2*; **Б)** t^2+1; **В)** $\sqrt{2}$; **Г)** $\sqrt{t^2+1}$; **Д)** інша відповідь.

26) Дано криву $\vec{r}(\sin t;\ \ t;\ -\cos t)$. Вектор дотичної до кривої в точці $t=0$ має координати:

А) (1; 1; 0); **Б)** (0; 1; 1); **В)** (1; 0; 1);
Г) $(1;1;1)$; **Д)** інша відповідь.

27) Довжина дуги кривої $\vec{r}(\sin t;\ t;\ -\cos t)$ між точками $t_1=0,\ t_2=\pi$ дорівнює:

А) $\sqrt{2}$; **Б)** *2*; **В)** $\sqrt{2}\pi$; **Г)** 2π; **Д)** інша відповідь.

28) Стична площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $5(x+3)-2y+9(z-2)-4=0$. Координати точки M_0:

А) (3; 0; 2); **Б)** (-3;0; 2); **В)** (-3; 1; 2); **Г)** (3; -1; -2); **Д)** (5;-2; 4).

29) Стична площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $5(x+3)-2y+9(z-2)-4=0$. Вектор бінормалі до кривої в цій точці має координати:

А) (-5; 2; -9); **Б)** (-3;0; 2); **В)** (3; 0; -2); **Г)** (3; -1; -2); **Д)** (5;-2; 9).

30) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3(x-5)+y-4(z+3)=0$. Координати точки M_0:

А) (3; 0; -4); **Б)** (3; 1; -4); **В)** (5; 1; -3); **Г)** (5; 0; -3); **Д)** (-5; 0; 3).

31) Вектор дотичної до кривої в певній точці є нормальним вектором до:
А) стичної площини в цій точці; **Б)** спрямної площини в цій точці;
В) нормальної площини в цій точці;
Г) до будь-якої площини; **Д)** інша відповідь.

32) Вектор бінормалі до кривої в певній точці є нормальним вектором до:
А) стичної площини в цій точці; **Б)** спрямної площини в цій точці;
В) нормальної площини в цій точці;
Г) до будь-якої площини; **Д)** інша відповідь.

33) Вектор головної нормалі до кривої в певній точці є нормальним вектором до:
А) стичної площини в цій точці; **Б)** спрямної площини в цій точці;
В) нормальної площини в цій точці;
Г) до будь-якої площини; **Д)** інша відповідь.

34) Для будь-якої прямої лінії кривина:
А) необмежено зростає; **Б)** від'ємна; **В)** дорівнює нулю;
Г) необмежено зменшується; **Д)** інша відповідь.

35) Кривина дотичної до кривої у будь-якій її точці:
А) необмежено зростає; **Б)** від'ємна; **В)** дорівнює нулю;
Г) необмежено зменшується; **Д)** інша відповідь.

36) Кривина бінормалі до кривої у будь-якій її точці:
А) необмежено зростає; **Б)** дорівнює нулю; **В)** від'ємна;

Г) необмежено зменшується; **Д)** інша відповідь.

37) Скрут астроїди в будь-якій її точці:
А) необмежено зростає; **Б)** від'ємний; **В)** дорівнює нулю;
Г) необмежено зменшується; **Д)** інша відповідь.

38) Скрут логарифмічної спіралі в будь-якій її точці:
А) необмежено зростає; **Б)** від'ємний; **В)** дорівнює нулю;
Г) необмежено зменшується; **Д)** інша відповідь.

39) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Вектор бінормалі $\overrightarrow{\beta}$ до кривої в певній точці можна визначити як:

А) векторний добуток вектора дотичної і вектора головної нормалі до кривої в цій точці;

Б) скалярний добуток вектора дотичної і вектора головної нормалі до кривої в цій точці ;

В) мішаний добуток векторів дотичної, головної нормалі і вектора другої похідної до кривої в цій точці;

Г) мішаний добуток векторів першої, другої і третьої похідної до кривої в цій точці; **Д)** інша відповідь.

40) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Вектор головної нормалі $\overrightarrow{\vartheta}$ до кривої в певній точці можна визначити як:

А) векторний добуток вектора дотичної і бінормалі до кривої в цій точці;

Б) скалярний добуток вектора дотичної і бінормалі до кривої в цій точці ;

В) мішаний добуток векторів дотичної, головної нормалі і вектора другої похідної до кривої в цій точці;

Г) мішаний добуток векторів першої, другої і третьої похідної до кривої в цій точці; **Д)** інша відповідь.

41) Спрямна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $аx + вy + cz + d = 0$. Вектор $\overrightarrow{m}(а; в; \ c)$ – це:
А) вектор бінормалі до кривої; **Б)** вектор дотичної до кривої;
В) вектор головної нормалі до кривої;
Г) вектор другої похідної до кривої; **Д)** інша відповідь.

42) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $аx + вy + cz + d = 0$. Вектор $\overrightarrow{m}(а; в; \ c)$ – це:

А) вектор бінормалі до кривої;
Б) вектор головної нормалі до кривої;
В) вектор дотичної до кривої;
Г) вектор нормалі до кривої; **Д)** інша відповідь.

43) Стична площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $ax + \text{в}y + cz + d = 0$. Вектор $\vec{m}(\text{a}; \text{в};\ c)$ – це:
А) вектор бінормалі до кривої;
Б) вектор головної нормалі до кривої;
В) вектор дотичної до кривої;
Г) вектор нормалі до кривої; **Д)** інша відповідь.

44) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$, вектори $\vec{\tau}, \vec{\beta}, \vec{\vartheta}$ – одиничні вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі відповідно. Вектор бінормалі $\vec{\beta}$ можна визначити як:
А) похідну $\vec{\beta} = \vec{\tau}'(t)$; **Б)** похідну $\vec{\beta} = \vec{\vartheta}`(t)$;
В) векторний добуток $\vec{\beta} = \vec{\tau} \times \vec{\vartheta}$
Г) скалярний добуток $\vec{\beta} = (\vec{\tau}\ \ \vec{\vartheta})$; **Д)** інша відповідь.
45) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$, вектори $\vec{\tau}, \vec{\beta}, \vec{\vartheta}$ – одиничні вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі відповідно. Вектор головної нормалі $\vec{\vartheta}$ можна визначити як:
А) похідну $\vec{\vartheta} = \vec{\tau}'(t)$; **Б)** похідну $\vec{\vartheta} = \vec{\beta}'(t)$;
В) векторний добуток $\vec{\vartheta} = \vec{\tau} \times \vec{\beta}$;
Г) скалярний добуток $\vec{\vartheta} = (\vec{\tau}\ \ \vec{\beta})$; **Д)** інша відповідь.

46) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$, вектори $\vec{\tau}, \vec{\beta}, \vec{\vartheta}$ – одиничні вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі відповідно. Вектор дотичної $\vec{\tau}$ можна визначити як:
А) векторний добуток $\vec{\tau} = \vec{\vartheta} \times \vec{\beta}$;
Б) скалярний добуток $\vec{\tau} = (\vec{\vartheta}\ \ \vec{\beta})$; **В)** похідну $\vec{\tau} = \vec{\vartheta}'(t)$;
Г) похідну $\vec{\tau} = \vec{\beta}'(t)$; **Д)** інша відповідь.

47) Нормаллю до *** є вектор дотичної до кривої в цій точці.
А) нормальної площини кривої в певній точці;

Б) спрямної площини кривої в певній точці;
В) стичної площини кривої в певній точці;
Г) до будь-якої площини кривої в певній точці;
Д) інша відповідь.

48) Нормаллю до *** є вектор головної нормалі до кривої в цій точці.
А) стичної площини в певній точці;
Б) спрямної площини в певній точці;
В) нормальної площини в певній точці;
Г) до будь-якої площини кривої в певній точці;
Д) інша відповідь.

49) Нормальним вектором до *** є вектор бінормалі до кривої в цій точці.
А) стичної площини кривої в певній точці;
Б) спрямної площини кривої в певній точці;
В) нормальної площини кривої в певній точці;
Г) до будь-якої площини кривої в певній точці;
Д) інша відповідь.

50) Задано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. Вектори $\vec{\tau}, \vec{\beta}, \vec{\vartheta}$ – напрямні вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі до кривої відповідно. Вектор $\vec{\tau}$ є напрямним вектором нормалі до:
А) спрямної площини; **Б)** нормальної площини ;
В) стичної площини; **Г)** дотичної площини; **Д)** інша відповідь.

51) Натуральним параметром при заданні кривої вважають:
А) довжину вектора дотичної до кривої;
Б) довжину вектора головної нормалі до кривої;
В) довжину вектора бінормалі до кривої;
Г) кут повороту вектора дотичної;
Д) довжину дуги кривої.

52) Вектор дотичної до кривої в певній точці є перпендикулярним до:
А) стичної площини в цій точці;
Б) спрямної площини в цій точці;
В) нормальної площини в цій точці;
Г) до будь-якої площини; **Д)** інша відповідь.

53) Вектор бінормалі до кривої в певній точці є перпендикулярним до:

А) стичної площини в цій точці;

Б) спрямної площини в цій точці;

В) нормальної площини в цій точці;

Г) до будь-якої площини; **Д)** інша відповідь.

54) Вектор головної нормалі до кривої в певній точці є перпендикулярним до:

А) стичної площини в цій точці;

Б) спрямної площини в цій точці;

В) нормальної площини в цій точці;

Г) до будь-якої площини; **Д)** інша відповідь.

55) Кут між кривими, які перетинаються в певній точці, можна знайти за допомогою:

А) векторного добутку векторів дотичних до кожної з кривих у цій точці;

Б) мішаного добутку векторів дотичних до кожної з кривих у цій точці;

В) скалярного добутку векторів дотичних до кожної з кривих у цій точці;

Г) мішаного добутку векторів дотичних до кожної з кривих у цій точці і вектора бінормалі; **Д)** інша відповідь.

56) Напрямок вектора першої похідної від функції, що задає криву, визначає вектор:

А) бінормалі до гладкої кривої;

Б) дотичної до гладкої кривої;

В) головної нормалі до гладкої кривої;

Г) головний вектор гладкої кривої; **Д)** інша відповідь.

57) Дотичну до кривої задано рівнянням $\frac{x-4}{3}=\frac{y+7}{-2}=\frac{z-1}{6}$. Напрямний вектор дотичної має координати:

А) (-4; 7; -1); **Б)** (4; -7; 1); **В)** (3; -2; 6); **Г)** (-3; 2; -6); **Д)** (4; -2; 1).

58) Дотичну до кривої в точці *А* задано рівнянням
$\frac{x-4}{3}=\frac{y+7}{-2}=\frac{z-1}{6}$. Точка *А* має координати:

А) (-4; 7; -1); **Б)** (4; -7; 1); **В)** (3; -2; 6); **Г)** (-3; 2; -6); **Д)** (4; -2; 1).

59) Бінормаль до кривої задано рівнянням $\frac{x+5}{8}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{9}$. Напрямний вектор бінормалі має координати:

А) (-8; 2; -9); **Б)** (5; -3; 2); **В)** (8; -2; 9); **Г)** (-5; 3; -2); **Д)** (5; -2; 2).

60) Бінормаль до кривої в точці *A* задано рівнянням $\frac{x+5}{8} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{9}$. Координати точки *A*:

А) (-8; 2; -9); **Б)** (5; -3; 2); **В)** (8; -2; 9); **Г)** (-5; 3; -2); **Д)** (5; -2; 2).

61) Головна нормаль до кривої задано рівнянням $\frac{x+7}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-9}$. Напрямний вектор головної нормалі має координати:

А) (-7; 0; 2); **Б)** (7; 0; -2); **В)** (7; 1; 2); **Г)** (0; 2; -9); **Д)** (0; -2; 9).

62) Головна нормаль до кривої в точці *A* задано рівнянням $\frac{x+7}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-9}$. Точка *A* має координати:

А) (-7; 0; 2); **Б)** (7; 0; -2); **В)** (7; 1; 2); **Г)** (0; 2; -9); **Д)** (0; -2; 9).

63) Стична площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $5(x+7) - 2(y-3) + 9(z-2) = 0$. Координати точки M_0:

А) (7; -3; -2); **Б)** (-7; 3; 2); **В)** (5; -2; 9); **Г)** (-5; 2; -9); **Д)** (5;-2; -2).

64) Стична площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $5(x+7) - 2(y-3) + 9(z-2) = 0$. Вектор бінормалі до кривої в цій точці має координати:

А) (7; -3; -2); **Б)** (-7; 3; 2); **В)** (5; -2; 9); **Г)** (-5; 2; -9); **Д)** (5;-2; -2).

65) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3\text{x} + 5(y-8) - 4(z+6) = 0$. Координати точки M_0:

А) (3; 5; -4); **Б)** (-3; -5; 4); **В)** (0; -8; 6); **Г)** (0; 8; -6); **Д)** (1; 8; -6).

66) Нормальна площина до кривої в певній точці M_0 задається рівнянням $3\text{x} + 5(y-8) - 4(z+6) = 0$. Вектор дотичної до кривої в цій точці має координати:

А) (3; 5; -4); **Б)** (-3; -5; 4); **В)** (0; -8; 6); **Г)** (0; 8; -6); **Д)** (1; 8; -6).

67) Рівняння спрямної площини до кривої в точці M(1; -2; 3), якщо вектор головної нормалі в цій точці має координати $\vec{\vartheta}$ (5; 0; -4), має вигляд:

А) 5x – 4z + 12 = 0; **Б)** 5x + y – 4z + 12 = 0;
В) 5x – 4z + 7 = 0; **Г)** 5x + 4z + 7 = 0; **Д)** інша відповідь.

68) Рівняння стичної площини до кривої в точці М(3; -4; 5), якщо вектор бінормалі в цій точці $\vec{\beta}$ (1; 2; 3), має вигляд:

А) 3x - 4y + 5z - 26 = 0; **Б)** 3x – 4y + 5z – 10 = 0;
В) x + 2y + 3z + 26 = 0; **Г)** x + 2y + 3z – 10 = 0; **Д)** інша відповідь.

69) Рівняння нормальної площини до кривої в точці М(1; 2; -3), якщо вектор дотичної в цій точці $\vec{r}\,'$ (6; 7; -8), має вигляд:

А) 6x + 7y – 8z - 4 = 0; **Б)** 6x + 7y – 8z - 44 = 0;
В) 6x + 7y – 8z + 4 = 0; **Г)** x + 2y – 3z – 40 = 0; **Д)** інша відповідь.

70) Рівняння головної нормалі до кривої в точці М(1; -2; 3), якщо напрямний вектор головної нормалі в цій точці $\vec{\vartheta}$ (5; 0; -4), має вигляд:

А) $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{3}$; **Б)** $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{-4}$;
В) $\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{-4}$; **Г)** $\frac{x+5}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$; **Д)** інша відповідь.

71) Рівняння бінормалі до кривої в точці М(3; -4; 5), якщо напрямний вектор бінормалі в цій точці має координати $\vec{\beta}$ (1; 2; 3), має вигляд:

А) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{5}$; **Б)** $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+3}{5}$;
В) $\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-5}{3}$; **Г)** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+5}{3}$; **Д)** інша відповідь.

72) Дано криву $x = t, \quad y = t^2, z = e^{2t}$. Вектор другої похідної $\vec{r} = \vec{r}\,''(t)$ у довільній її точці має координати:

А) (0; 2 t; $4e^{2t}$); **Б)** (0; 2; $4e^{2t}$); **В)** (1; 2; 2 e^{2t});
Г) (1; 2 t; $2e^{2t}$); **Д)** інша відповідь.

73) Рівняння спрямної площини до кривої з вектором $\vec{\vartheta}$ (5; 1; -4) головної нормалі в точці М(1; 2; 5) має вигляд:

А) 5x + y – 4z + 27 = 0; **Б)** 5x + y – 4z + 13 = 0;
В) x + 2y + 5z + 13 = 0; **Г)** x + 2y + 5z + 27 = 0; **Д)** інша відповідь.

74) Рівняння стичної площини до кривої в точці М(3; 4; -5), вектор бінормалі якої в цій точці $\vec{\beta}$ (1; -2; 3), має вигляд:

А) 3x - 4y + 5z – 26 = 0; **Б)** 3x + 4y - 5z + 20 = 0;

В) x – 2y + 3z + 26 = 0; **Г)** x – 2y + 3z + 20 = 0; **Д)** інша відповідь.

75) Рівняння нормальної площини до кривої з вектором дотичної $\vec{r}\,'$ (6; 7; 10) у точці М(1; 2; -6) має вигляд:

А) 6x + 7y + 10z - 80 = 0; **Б)** 6x + 7y + 10z + 40 = 0;
В) x + 2y – 6z + 80 = 0; **Г)** x + 2y – 6z + 40 = 0; **Д)** інша відповідь.

76) Рівняння головної нормалі з напрямним вектором $\vec{\vartheta}$ (5; 1; -4) у точці кривої М(1; 2; 7) має вигляд:

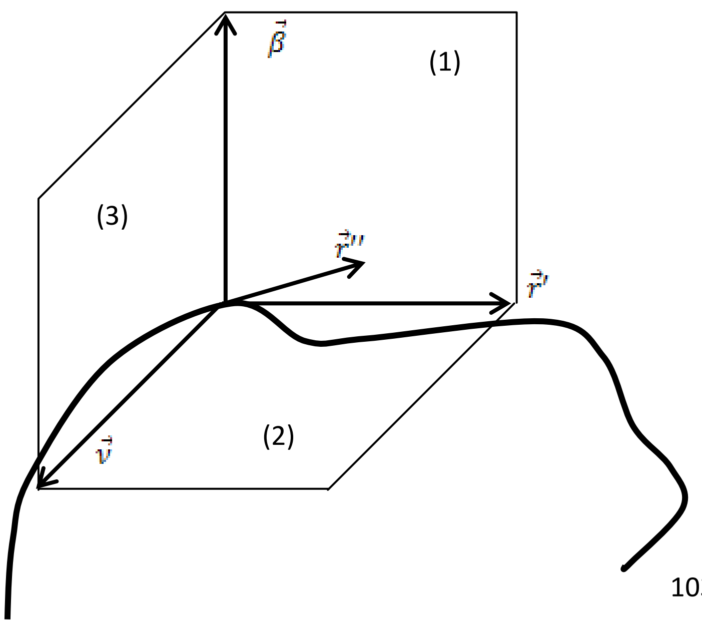
А) $\frac{x-5}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+4}{7}$; **Б)** $\frac{x+5}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-4}{7}$;
В) $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-7}{-4}$; **Г)** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+2}{1}=\frac{z\mp7}{-4}$; **Д)** інша відповідь.

77) Рівняння бінормалі до кривої в точці М(3; -9; -5), якщо напрямний вектор бінормалі в цій точці $\vec{\beta}$ (1; 2; 8), має вигляд:

А) $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-9}=\frac{z-8}{-5}$; **Б)** $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-9}=\frac{z+8}{-5}$;
В) $\frac{x-3}{1}=\frac{y+9}{2}=\frac{z+5}{8}$; **Г)** $\frac{x+3}{1}=\frac{y-9}{2}=\frac{z-5}{8}$; **Д)** інша відповідь.

78) Рівняння дотичної до кривої в точці М(0; 2; -3), якщо напрямний вектор дотичної в цій точці $\vec{r}\,'$ (6; 0; -8), має вигляд:

А) $\frac{x}{6}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+3}{-8}$; **Б)** $\frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-8}$;
В) $\frac{x-6}{0}=\frac{y}{2}=\frac{z+8}{-3}$; **Г)** $\frac{x-6}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+8}{-8}$; **Д)** інша відповідь.



79) На рисунку зображено тригранник Френе просторової кривої. Елемент $\vec{\beta}$ – це:

А) вектор бінормалі до кривої;
Б) вектор дотичної до кривої;
В) вектор головної нормалі до кривої;
Г) головний вектор кривої;
Д) інша відповідь.

80) На рисунку зображено тригранник Френе просторової кривої. Елемент $\overrightarrow{\vartheta}$ – це:

А) вектор бінормалі до кривої; **Б)** вектор дотичної до кривої;
В) вектор головної нормалі до кривої;
Г) головний вектор кривої; **Д)** інша відповідь.

81) На рисунку зображено тригранник Френе просторової кривої. Елемент $\vec{r}'$ – це:

А) вектор бінормалі до кривої; **Б)** вектор дотичної до кривої;
В) вектор головної нормалі до кривої;
Г) головний вектор кривої; **Д)** інша відповідь.

82) На рисунку зображено тригранник Френе просторової кривої. Елемент (1) – це:

А) спрямна площина кривої; **Б)** стична площина кривої;
В) нормальна площина кривої;
Г) дотична площина кривої; **Д)** інша відповідь.

83) На рисунку зображено тригранник Френе просторової кривої. Елемент (2) – це:

А) спрямна площина кривої; **Б)** стична площина кривої;
В) нормальна площина кривої;
Г) дотична площина кривої; **Д)** інша відповідь.

84) На рисунку зображено тригранник Френе просторової кривої. Елемент (3) – це:

А) спрямна площина кривої; **Б)** стична площина кривої;
В) нормальна площина кривої;
Г) дотична площина кривої; **Д)** інша відповідь.

85) Головна нормаль до кривої в певній її точці задається рівнянням $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-7}{-4}$. Довжина вектора головної нормалі в цій точці:

А) $\sqrt{42}$; **Б)** $\sqrt{56}$; **В)** $2\sqrt{3}$; **Г)** $\sqrt{10}$; **Д)** інша відповідь.

86) Бінормаль до кривої в певній її точці задається рівнянням $\frac{x-3}{1}=\frac{y+9}{2}=\frac{z+5}{8}$. Довжина вектора бінормалі в цій точці:

А) $\sqrt{69}$; **Б)** $\sqrt{115}$; **В)** $\sqrt{17}$; **Г)** $\sqrt{11}$; **Д)** інша відповідь.

87) Дотична до кривої в певній її точці задається рівнянням $\frac{x-6}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+8}{-8}$. Довжина вектора дотичної в цій точці:

А) $\sqrt{74}$; **Б)** $\sqrt{15}$; **В)** 2; **Г)** $\sqrt{101}$; **Д)** інша відповідь.

88) Дано криву $\vec{r}(t^3;\,3t^2-1;5t)$. Декартові координати точки М($t=1$), яка належить цій кривій:

А) (1; 3; 5); **Б)** (3; 6; 5); **В)** (1; 2; 5);
Г) (3; 11; 25); **Д)** інша відповідь.

89) Дано криву $\vec{r}(t^3+t;\,3t^2-1;5t)$. Декартові координати точки М($t=0$), що належить цій кривій:

А) (3; -1; 5); **Б)** (1; 0; 5); **В)** (0; -1; 0);
Г) (3; 11; 25); **Д)** інша відповідь.

90) Дано криву $x=e^t,\ y=e^{-t},\ z=t^2$. Декартові координати точки М($t=0$), що належить цій кривій:

А) (e; -e; 2); **Б)** (e; -e; 0); **В)** (-1; 1; 0); **Г)** (1; -1; 0); **Д)** (1; 1; 0).

91) Абсолютна величина вектора дотичної до кривої $\vec{r}(\sin t;\ t;\ -\cos t)$ дорівнює:

А) 2; **Б)** t^2+1; **В)** $\sqrt{2}$; **Г)** $\sqrt{t^2+1}$; **Д)** інша відповідь.

92) Дано криву $\vec{r}(\sin t;\ t;\ -\cos t)$. Вектор дотичної до кривої в точці $t=\frac{\pi}{2}$ має координати:

А) (1; 1; 0); **Б)** (0; 1; 1); **В)** (1; 0; 1); **Г)** $(1;1;1)$; **Д)** інша відповідь.

93) Довжина дуги кривої $\vec{r}(\sin t;\ t;\ -\cos t)$ між точками $t_1=0,\ t_2=\frac{\pi}{2}$ дорівнює:

А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **Б)** $\sqrt{2}$; **В)** $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$; **Г)** 2π; **Д)** інша відповідь.

94) Довжина напрямного вектора дотичної до кривої $\vec{r}(\sin t;\ t;\ -\cos t)$ у точці $t=\frac{\pi}{2}$ дорівнює:

А) 2; **Б)** t^2+1; **В)** $\sqrt{2}$; **Г)** $\sqrt{t^2+1}$; **Д)** інша відповідь.

95) Дано криву $\vec{r}(3t - t^3;\ 3t^2; 3t + t^3)$. Вектор дотичної до кривої в точці $t = 1$ має координати:

А) (3; 6; 3); **Б)** (0; 6; 6); **В)** (2; 3; 4); **Г)** (0; 3; 0); **Д)** інша відповідь.

96) Дано криву $\vec{r}(\sin t;\ \ t;\ -\cos t)$. Вектор другої похідної $\vec{r} = \vec{r}\,''(t)$ до кривої в довільній її точці має координати:

А) (-sint; 0; cost); **Б)** (cost; 1; −sint); **В)** (cost; 1; sint);

Г) (sint; 0; cost); **Д)** інша відповідь.

97) Довжина дуги кривої $\vec{r}(\sin t;\ \ t;\ \cos t)$ між точками $t_1 = 0,\ t_2 = \pi$ дорівнює:

А) $\sqrt{2}$; **Б)** 2; **В)** $\sqrt{2}\pi$; **Г)** 2π; **Д)** інша відповідь.

98) Дано криву $x = t,\ y = 2t^2,\ z = t^3$. Яка з даних точок належить кривій?

А) A(1; 1; 1); **Б)** B(0; 2; 0); **В)** C(1; 2; 0); **Г)** D(1; 2; 1); **Д)** жодна.

99) Дано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. У певній точці простору бінормаль паралельна до площини x – y + 8z = 0. Напрямний вектор бінормалі:

А) паралельний до вектора (1; -1; 8);
Б) перпендикулярний до вектора (1; -1; 8);
В) напрямлений під кутом 45^0 до вектора (1; -1; 8);
Г) співнапрямлений із вектором (1; -1; 8); **Д)** інша відповідь.

100) Дано криву $\vec{r} = \vec{r}(t)$. У певній точці простору головна нормаль паралельна до площини x – 2y + 8z = 0. Вектор головної нормалі:

А) паралельний до вектора (1; -2; 8);
Б) перпендикулярний до вектора (1; -2; 8);
В) напрямлений під кутом 45^0 до вектора (1; -2; 8);
Г) співнапрямлений із вектором (1; -2; 8); **Д)** інша відповідь.

101) Дано криву $\vec{r}(t^3 + t;\ 3t^2 - 1; 5t)$. Вектор другої похідної $\vec{r} = \vec{r}\,''(t)$ кривої у точці $t = 0$ співнапрямлений із:

А) вектором $\vec{i}$; **Б)** вектором $\vec{j}$; **В)** вектором $\vec{k}$;

Г) вектором дотичної; **Д)** інша відповідь.

102) Дано криву $\vec{r}(t^3;\ 3t\ \ ;5)$. Вектор другої похідної $\vec{r} = \vec{r}^{\,``}(t)$ кривої у точці $t = 1$ співнапрямлений із:

А) вектором $\vec{i}$; **Б)** вектором $\vec{j}$; **В)** вектором $\overrightarrow{k}$;
Г) вектором дотичної; **Д)** інша відповідь.

103) Дано криву $\vec{r}(t^3;\ 3t^2 - 1; 5t)$. Довжина вектора другої похідної $\vec{r} = \vec{r}^{\,``}(t)$ у точці $t = 1$ дорівнює:

А) 6; **Б)** $6\sqrt{2}$; **В)** 1; **Г)** $\sqrt{2}$; **Д)** інша відповідь.

104) Дано криву $x = e^t,\ y = e^{-t},\ z = t^2$. Довжина вектора другої похідної $\vec{r} = \vec{r}^{\,``}(t)$ у точці $t = 0$ дорівнює:

А) $\sqrt{2}$; **Б)** $e\sqrt{2}$; **В)** $\sqrt{6}$; **Г)** 1; **Д)** інша відповідь.

105) Яка із перелічених точок належить лінії $\vec{r}\ \ (t) = (t + 1; 2t - 3; 3t)$?

А) A(-1; -5; -3); **Б)** B(2; -1; 3); **В)** C(1; 1; 2);
Г) кожна з точок A, B, C; **Д)** жодна з цих точок.

106) При якому значенні параметра t точка B(2; -1; 3) належить лінії $\vec{r}\ \ (t) = (t + 1; 2t - 3; 3t)$?

А) $t = 0$; **Б)** $t = 1$; **В)** $t = -1$;
Г) точка B у жодному разі не належить лінії;
Д) точка B при будь-якому значенні t належить лінії.

107) Скрут еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{в^2} = 1$ у вершині A(a; 0) дорівнює:

А) *0*; **Б)** 1; **В)** $\frac{1}{a}$; **Г)** a; **Д)** інша відповідь.

108) Скрут гіперболи $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{в^2} = 1$ у вершині A(-a; 0) дорівнює:

А) 0; **Б)** 1; **В)** $\frac{1}{a}$; **Г)** -a; **Д)** інша відповідь.

109) Якій із перелічених кривих належить точка M(1; 0; 1)?

А) $\vec{r}(\cos t;\ \sin t;\ \ t\ )$; **Б)** $\vec{r}\left(t^2;\ \ t + 1;\ \ln\frac{1}{t}\right)$; **В)** $\vec{r}(t^2;\ \ t - 1; t^3)$;

Г) $\vec{r}(sin^3 t;\ \ cos^3 t;\ \sin t \cos t)$;
Д) жодній з цих ліній точка М не належить.

110) Триграннник Френе кривої називають:
А) одиничним; **Б)** стичним; **В)** супровідним;
Г) прямокутним; **Д)** інша відповідь.

1.3.2. Теорія поверхонь

111) Якщо будь-який окіл точки М належить множині *Ф,* то така точка М називається:
А) зовнішньою; **Б)** граничною; **В)** поверхневою;
Г) внутрішньою; **Д)** інша відповідь.

112) Дотична площина до поверхні $F(x; y; z) = 0$ у деякій точці задається рівнянням $9x + 17y - 15z + 8 = 0$. Координати вектора нормалі в цій точці:
А) (-9; -17; -15); **Б)** (9; 17; -15); **В)** (-15; 17; 9);
Г) (17; -15; 8); **Д)** (-9; -17; 8).

113) Першою квадратичною формою поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ є вираз:
А) $dS = E\,du^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2$;
Б) $dS^2 = E\,du + 2F\,dudv + G\,dv$;
В) $dS^2 = E\,du^2 + F\,dudv + G\,dv^2$;
Г) $dS^2 = E\,du^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2$;
Д) інша відповідь.

114) Коефіцієнти I квадратичної форми поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ можна обчислити за формулами:
А) $E = \vec{r_u}^2,\ F = \vec{r_u} \cdot \vec{r_v},\ G = \vec{r_v}^2$;
Б) $E = |\overrightarrow{r_u}|,\ F = |\overrightarrow{r_u} \cdot \overrightarrow{r_v}|,\ G = |\overrightarrow{r_v}|$;
В) $E = \vec{r_v}^2,\ F = \vec{r_u} \cdot \vec{r_v},\ G = \vec{r_u}^2$;
Г) $E = |\overrightarrow{r_v}|,\ F = |\overrightarrow{r_u} \cdot \overrightarrow{r_v}|,\ G = |\overrightarrow{r_u}|$; **Д)** інша відповідь.

115) Перша квадратична форма поверхні виражає:
А) площу частинки поверхні;
Б) площу кола, що лежить на поверхні;

В) довжину дуги кривої на поверхні;

Г) довжину кола, яке лежить на поверхні; **Д)** інша відповідь.

116) Коефіцієнти I квадратичної форми поверхні $z = z(x; y)$ можна обчислити за формулами:

А) $E = 1 + z_y^2,\ F = z_x z_y,\ G = 1 + z_x^2;$

Б) $E = 1 + z_x,\ F = z_x z_y,\ G = 1 + z_y;$

В) $E = 1 + z_y,\ F = z_x z_y,\ G = 1 + z_x;$

Г) $E = 1 + z_x^2,\ F = z_x z_y,\ G = 1 + z_y^2;$

Д) $E = 1 + z_y^2,\ F = z_x^2 z_y^2,\ G = 1 + z_x^2.$

117) Коефіцієнти I квадратичної форми поверхні *Ф(x, y, z)=0* можна обчислити за формулами:

А) $E = 1 + \frac{\Phi_x}{\Phi_z}, F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}, G = 1 + \frac{\Phi_y}{\Phi_z};$

Б) $E = 1 + \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_z}\right)^2, F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}, G = 1 + \left(\frac{\Phi_y}{\Phi_z}\right)^2;$

В) $E = 1 + \left(\frac{\Phi_y}{\Phi_z}\right)^2, F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}, G = 1 + \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_z}\right)^2;$

Г) $E = 1 + \frac{\Phi_y}{\Phi_z}, F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}, G = 1 + \frac{\Phi_x}{\Phi_z};$

Д) $E = 1 + \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_z}\right)^2, F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z}, G = 1 + \left(\frac{\Phi_y}{\Phi_z}\right)^2.$

118) Кут між кривими на поверхні можна визначити як кут між:

А) дотичною і нормаллю в точці перетину кривих;

Б) дотичними до цих кривих у точці їх перетину;

В) радіусами кривини кривих у точці їх перетину;

Г) дотичною і бінормаллю в точці перетину кривих;

Д) інша відповідь.

119) Координатна сітка поверхні є ортогональною. Тоді коефіцієнт першої квадратичної форми:

А) $E = 0$; **Б)** $F = 1$; **В)** $G = 0$; **Г)** $E = 1$; **Д)** $F = 0$.

120) Площа частини поверхні *D* з першою квадратичною формою $ds^2 = E\,du^2 + 2F\,dudv + Gdv^2$ обчислюється за формулою:

А) $S = \iint_D (EG - F^2)dudv$; **Б)** $S = \iint_D \sqrt{F^2 - EG}dudv$;

В) $S = \iint_D \sqrt{EG - F^2}dudv$; **Г)** $S = \iint_D \sqrt{EF - G^2}dudv$;

Д) $S = \iint_D \sqrt{FG - E^2}dudv$.

121) Коефіцієнт E першої квадратичної форми поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ обчислюється за формулою:

А) $E = \vec{r_u}^2$; **Б)** $E = \vec{r_u} \cdot \vec{r_v}$; **В)** $E = \vec{r_v}^2$;

Г) $E = |\overrightarrow{r_u} \cdot \overrightarrow{r_v}|$; **Д)** інша відповідь.

122) Коефіцієнт F першої квадратичної форми поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ обчислюється за формулою:

А) $F = \vec{r_u} \cdot \vec{r_v}$; **Б)** $F = |\overrightarrow{r_u} \cdot \overrightarrow{r_v}|$; **В)** $F = \vec{r_v}^2$;

Г) $F = \vec{r_u}^2$; **Д)** інша відповідь.

123) Коефіцієнт G першої квадратичної форми поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ обчислюється за формулою:

А) $G = \vec{r_v}^2$; **Б)** $G = |\overrightarrow{r_v}|$; **В)** $G = \vec{r_u}^2$;

Г) $G = \vec{r_u} \cdot \vec{r_v}$; **Д)** інша відповідь.

124) Коефіцієнт E першої квадратичної форми поверхні $z = z(x; y)$ можна обчислити за формулою:

А) $E = 1 + z_y^2$; **Б)** $E = 1 + z_x$; **В)** $E = z_x z_y$;

Г) $E = 1 + z_x^2$; **Д)** інша відповідь.

125) Коефіцієнт F першої квадратичної форми поверхні $z = z(x; y)$ можна обчислити за формулою:

А) $F = 1 + z_y^2$; **Б)** $F = 1 + z_x^2$; **В)** $F = 2z_x z_y$;

Г) $F = z_x z_y$; **Д)** $F = z_x^2 z_y^2$.

126) Коефіцієнт G першої квадратичної форми поверхні $z = z(x; y)$ можна обчислити за формулою:

А) $G = 1 + z_y^2$; **Б)** $G = z_x z_y$; **В)** $G = 1 + z_y$;

Г) $G = 1 + z_y^2$; **Д)** інша відповідь.

127) Коефіцієнти E першої квадратичної форми поверхні *Ф(x, y, z)=0* можна обчислити за формулою:

А) $E = 1 + \frac{\Phi_x}{\Phi_z}$; **Б)** $E = 1 + \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_z}\right)^2$; **В)** $E = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}$;

Г) $E = 1 + \frac{\Phi_y}{\Phi_z}$; **Д)** $E = 1 + \left(\frac{\Phi_y}{\Phi_z}\right)^2$.

128) Коефіцієнт F першої квадратичної форми поверхні *Ф(x, y, z)=0* можна обчислити за формулою:

А) $F = 1 + \frac{\Phi_x}{\Phi_z}$; **Б)** $F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}$; **В)** $F = \frac{2\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z^2}$;

Г) $F = 1 + \frac{\Phi_y}{\Phi_z}$; **Д)** $F = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z}$.

129) Коефіцієнт G першої квадратичної форми поверхні *Ф(x, y, z)=0* можна обчислити за формулою:

А) $G = 1 + \frac{\Phi_y}{\Phi_z}$; **Б)** $G = 1 + \left(\frac{\Phi_y}{\Phi_z}\right)^2$; **В)** $G = 1 + \left(\frac{\Phi_x}{\Phi_z}\right)^2$;

Г) $G = 1 + \frac{\Phi_x}{\Phi_z}$; **Д)** $G = \frac{\Phi_x \Phi_y}{\Phi_z}$.

130) Якщо коефіцієнт F першої квадратичної форми дорівнює нулю, то:
А) координатна сітка поверхні є колінеарною;
Б) координатна сітка поверхні є довільною;
В) координатна сітка поверхні є ортогональною;
Г) координатна сітка поверхні є асимптотичною;
Д) інша відповідь.

131) Дано поверхню $x = u^2 + v^2,\ y = u^2 - v^2,\ z = uv$. Вектор $\overrightarrow{r_v}$ має координати:

А) $\overrightarrow{r_v} = (2\mathrm{u}; 2u;\ uv)$; **Б)** $\overrightarrow{r_v} = (v; v;\ u)$; **В)** $\overrightarrow{r_v} = (2v; 2v;\ u)$;

Г) $\overrightarrow{r_v} = (2v; -2v;\ u)$; **Д)** інша відповідь.

132) Дано поверхню $x = u^2 + v^2,\ y = u^2 - v^2,\ z = uv$. Коефіцієнт F першої квадратичної форми цієї поверхні:

А) $F = u^2v^2$; **Б)** $F = 0$; **В)** $F = uv$; **Г)** $F = \sqrt{uv}$; **Д)** $F = 2uv$.

133) Дано поверхню $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$. Коефіцієнт G першої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $8u^2 + v^2$; **Б)** uv; **В)** $u^2 + v^2$;
Г) $8v^2 + u^2$; **Д)** $16u^2 + v^2$.

134) Дано поверхню $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$. Коефіцієнт E першої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $8u^2 + v^2$; **Б)** uv; **В)** $u^2 + v^2$;
Г) $8v^2 + u^2$; **Д)** $16u^2 + v^2$.

135) Дано поверхню обертання $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = u^2$. Коефіцієнт E першої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $1 + 4u^2$; **Б)** u^2; **В)** u; **Г)** 0; **Д)** 1.

136) Дано поверхню обертання $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = u^2$. Вектор $\vec{r_u}$ має координати:

А) $\vec{r_u} = (\cos v\ ; \sin v\,;\ u^2)$; **Б)** $\vec{r_u} = (\cos v\ ;\ \sin v\,;\ u)$;
В) $\vec{r_u} = (-\sin v\,; \cos v\ ;\ 2u)$; **Г)** $\vec{r_u} = (\cos v\ ;\ \sin v\,;\ 2u)$;
Д) інша відповідь.

137) Дано поверхню обертання $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = u^2$. Коефіцієнт G першої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $1 + 4u^2$; **Б)** u^2; **В)** u; **Г)** 0; **Д)** 1.

138) Дано поверхню обертання $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = u^2$. Вектор $\vec{r_v}$ має координати:

А) $\vec{r_v} = (-usinv; ucosv;\ u^2)$; **Б)** $\vec{r_v} = (\cos v\ ;\ \sin v\,;\ 2u)$;
В) $\vec{r_v} = (usinv;\ -ucosv;\ 0)$; **Г)** $\vec{r_v} = (-usinv;\ ucosv;\ 0)$;
Д) інша відповідь.

139) Дано поверхню обертання $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = u^2$. Коефіцієнт F першої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $1+4u^2$; Б) u^2; В) u; Г) 0; Д) 1.

140) Другою квадратичною формою поверхні $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$ є вираз:

А) $Ldu+2Mdudv+Ndv$; **Б)** $Ldu^2+2Mdudv+Ndv^2$;

В) $Ldu+Mdudv+Ndv$; **Г)** $Ldu^2+Mdudv+Ndv^2$;

Д) $Ldu^2+2Mdu^2dv^2+Ndv^2$.

141) Коефіцієнти II квадратичної форми поверхні $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$ можна обчислити за формулами:

А) $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$, $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{\sqrt{EG-F^2}}$, $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$;

Б) $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$, $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$, $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{\sqrt{EG-F^2}}$;

В) $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{\sqrt{EG-F^2}}$, $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$, $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$;

Г) $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{EG-F^2}$, $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{EG-F^2}$, $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{EG-F^2}$;

Д) $L=(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})$, $M=(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})$, $N=(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_u})$.

142) Коефіцієнт L другої квадратичної форми поверхні $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$ можна обчислити за формулою:

А) $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$; **Б)** $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$; **В)** $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{\sqrt{EG-F^2}}$;

Г) $L=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{EG-F^2}$; **Д)** $L=(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})$.

143) Коефіцієнт М другої квадратичної форми поверхні $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$ можна обчислити за формулою:

А) $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{\sqrt{EG-F^2}}$; **Б)** $\mathrm{M}=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$; **В)** $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$;

Г) $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{EG-F^2}$; **Д)** $M=(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})$.

144) Коефіцієнт N другої квадратичної форми поверхні $\vec{r}=\vec{r}(u,v)$ можна обчислити за формулою:

А) $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$; **Б)** $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uu}})}{\sqrt{EG-F^2}}$; **В)** $M=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{uv}})}{\sqrt{EG-F^2}}$;

Г) $N=\frac{(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_{vv}})}{EG-F^2}$; **Д)** $N=(\vec{r_u},\ \vec{r_v},\ \vec{r_u})$.

145) Дано поверхню $\vec{r} = \vec{r}\left(u;\ \frac{u^2}{2};\ v\right)$. Вектор $\overrightarrow{r_{uv}}$ має координати:

А) (0; 0; 0); **Б)** (1; *u*; 1); **В)** (0; *u*; 0);

Г) $(0; 1; 0)$; **Д)** інша відповідь.

146) Дано поверхню $\vec{r} = \vec{r}\left(u;\ \frac{u^2}{2};\ v\right)$. Вектор $\overrightarrow{r_{uu}}$ має координати:

А) (0; 0; 0); **Б)** (1; *u*; 1); **В)** (0; *u*; 0);

Г) $(0; 1; 0)$; **Д)** інша відповідь.

147) Дано поверхню $\vec{r} = \vec{r}\left(u;\ \frac{u^2}{2};\ v\right)$. Коефіцієнт M другої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $\sqrt{1+u^2}$; **Б)** $\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$; **В)** 1;

Г) 0; **Д)** інша відповідь.

148) Дано поверхню $\vec{r} = \vec{r}\left(u;\ \frac{u^2}{2};\ v\right)$. Вектор $\overrightarrow{r_{vv}}$ має координати:

А) (0; 0; 0); **Б)** (1; *u*; 1); **В)** (0; *u*; 0);

Г) $(0; 1; 0)$; **Д)** інша відповідь.

149) Дано поверхню $\vec{r} = \vec{r}\left(u;\ \frac{u^2}{2};\ v\right)$. Коефіцієнт N другої квадратичної форми цієї поверхні дорівнює:

А) $\sqrt{1+u^2}$; **Б)** $\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$; **В)** 1;

Г) 0; **Д)** інша відповідь.

149) Дано поверхню $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$. Вектор $\overrightarrow{r_{vv}}$ у точці $P(u = 1, v = 1)$ має координати:

А) (0; 0; 0); **Б)** (2; 2; 0); **В)** (2; -2; 0);

Г) $(2; -2; 1)$; **Д)** інша відповідь.

150) Дано поверхню $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$. Вектор $\overrightarrow{r_{uu}}$ у точці $P(u = 1, v = 1)$ має координати:

А) (0; 0; 0); **Б)** (2; 2; 0); **В)** (2; -2; 0);

Г) $(2;-2;1)$; Д) інша відповідь.

151) Дано поверхню $x = u^2 + v^2$, $y = u^2 - v^2$, $z = uv$. Вектор $\overrightarrow{r_{uv}}$ у точці $P(u = 1, v = 1)$ має координати:

А) (0; 0; 1); **Б)** (2; 2; 0); **В)** (2; -2; 0);
Г) $(0;0;0)$; **Д)** інша відповідь.

152) Поверхню задано рівнянням $z = z(x;y)$. Коефіцієнти другої квадратичної форми можна обчислити за формулами:

А) $L = \frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$, $M = \frac{z_{xy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$, $N = \frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$;

Б) $L = \frac{z_{xx}}{1+z_x^2+z_y^2}$, $M = \frac{z_{xy}}{1+z_x^2+z_y^2}$, $N = \frac{z_{yy}}{1+z_x^2+z_y^2}$;

В) $L = \frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$, $M = \frac{z_{xy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$, $N = \frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$;

Г) $L = \frac{z_{yy}}{1+z_x^2+z_y^2}$, $M = \frac{z_{xy}}{1+z_x^2+z_y^2}$, $N = \frac{z_{xx}}{1+z_x^2+z_y^2}$;

Д) $L = z_{xx}$, $M = z_{xy}$, $N = z_{yy}$.

152) Поверхню задано рівнянням $z = z(x;y)$. Коефіцієнт L другої квадратичної форми можна обчислити за формулою:

А) $L = \frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$; **Б)** $L = \frac{z_{xx}}{1+z_x^2+z_y^2}$; **В)** $L = \frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$;

Г) $L = \frac{z_{yy}}{1+z_x^2+z_y^2}$; **Д)** $L = z_{xx}$.

153) Поверхню задано рівнянням $z = z(x;y)$. Коефіцієнт M другої квадратичної форми можна обчислити за формулою:

А) $M = \frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$; **Б)** $M = \frac{z_{xy}}{1+z_x^2+z_y^2}$; **В)** $M = \frac{z_{xy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$;

Г) $M = \frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$; **Д)** $M = z_{xy}$.

154) Поверхню задано рівнянням $z = z(x;y)$. Коефіцієнт N другої квадратичної форми можна обчислити за формулою:

А) $N = \frac{z_{xx}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$; **Б)** $N = \frac{z_{yy}}{1+z_x^2+z_y^2}$; **В)** $N = \frac{z_{yy}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}$;

Г) $N = \frac{z_{xx}}{1+z_x^2+z_y^2}$; **Д)** $N = z_{yy}$.

155) Дано сферу $x = R\cos u \cos v$, $y = R\cos u \sin v$, $z = R\sin u$. Вектор $\overrightarrow{r_{uv}}$ має координати:

А) $(-R\sin u \sin v;\ R\sin u \cos v; 0)$;

Б) $(R\sin u \sin v; -R\sin u \cos v; 0)$;

В) $(-R\sin u \cos v;\ R\sin u \sin v; 0)$;

Г) $(R\sin u \cos v; -R\sin u \sin v; 0)$; **Д)** інша відповідь.

156) Дано сферу $x = R\cos u \cos v$, $y = R\cos u \sin v$, $z = R\sin u$. Вектор $\overrightarrow{r_{vv}}$ має координати:

А) $(-R\cos u \cos v; -R\cos u \sin v; -R\sin u)$;

Б) $(R\sin u \sin v; -R\cos u \sin v; -R\sin u)$;

В) $(-R\cos u \sin v;\ R\cos u \cos v; 0)$;

Г) $(R\sin u \cos v; -R\sin u \sin v; 0)$; **Д)** інша відповідь.

157) Дано сферу $x = R\cos u \cos v$, $y = R\cos u \sin v$, $z = R\sin u$. Вектор $\overrightarrow{r_{uu}}$ має координати:

А) $(-R\sin u \sin v;\ R\sin u \cos v; 0)$;

Б) $(R\sin u \sin v; -R\sin u \cos v; 0)$;

В) $(-R\sin u \cos v;\ R\sin u \sin v; 0)$;

Г) $(R\sin u \cos v; -R\sin u \sin v; 0)$; **Д)** інша відповідь.

158) Дотична площина до поверхні $F(x;y;z) = 0$ у деякій точці задається рівнянням $18x + 3y - 4z - 41 = 0$. Координати вектора нормалі до поверхні в цій точці:

А) $(-18;\ -3;\ -4)$; **Б)** $(18;\ 3;\ -4)$; **В)** $(-18;\ 3;\ 4)$;

Г) $(3;\ -4;\ -41)$; **Д)** $(18;\ -3; 4)$.

159) Вектор нормалі до поверхні $F(x;y;z) = 0$ у точці $M(3;5;7)$ має координати $\vec{n}\ (18;3;\ -4)$. Рівняння дотичної площини до поверхні в точці M має вигляд:

А) $18x + 3y - 4z - 41 = 0$; **Б)** $18x + 3y - 4z - 11 = 0$;
В) $3x + 5y + 7z - 41 = 0$;
Г) $3x + 5y + 7z - 11 = 0$; **Д)** інша відповідь.

160) $\vec{n}\ (3;8;12)$ – вектор нормалі до поверхні $F(x;y;z) = 0$ у точці $M_0(-3;4;5)$. Рівняння дотичної площини до поверхні в цій точці має вигляд:
А) $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{12}$; **Б)** $\frac{x-3}{-3} = \frac{y-8}{4} = \frac{z-12}{5}$;
В) $3x + 8y + 12z - 19 = 0$; **Г)** $3x + 8y + 12z - 83 = 0$;
Д) інша відповідь.

161) Дано поверхню $F(x;y;z) = 0$. $3x + 8y + 12z - 83 = 0$ – рівняння дотичної площини до цієї поверхні у точці $M_0(-3;4;5)$. Рівняння нормалі до поверхні в цій точці має вигляд:
А) $\frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{12}$; **Б)** $\frac{x-3}{-3} = \frac{y-8}{4} = \frac{z-12}{5}$; **В)** $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{8} = \frac{z-5}{12}$;
Г) $\frac{x+3}{3} = \frac{y+4}{8} = \frac{z+5}{12}$; **Д)** $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-4} = \frac{z-12}{-5}$.

162) Вектор нормалі до поверхні $F(x;y;z) = 0$ у точці $M(3;-5;2)$ має координати $\vec{n}\ (4;-1;\ 6)$. Рівняння дотичної площини до поверхні в точці M має вигляд:
А) $4x - y + 6z - 29 = 0$; **Б)** $4x - y + 6z - 5 = 0$;
В) $3x - 5y + 2z - 41 = 0$;
Г) $3x - 5y + 2z - 11 = 0$; **Д)** інша відповідь.

163) $\vec{n}\ (3;-4;1)$ – вектор нормалі до поверхні $F(x;y;z) = 0$ у точці $M_0(3;-9;-5)$. Рівняння дотичної площини до поверхні в цій точці має вигляд:
А) $\frac{x+3}{3} = \frac{y-9}{-4} = \frac{z-5}{1}$; **Б)** $\frac{x-3}{3} = \frac{y+9}{-4} = \frac{z+5}{1}$;
В) $3x - 4y + z - 50 = 0$; **Г)** $3x - 4y + z - 40 = 0$;
Д) інша відповідь.

164) $3x - 4y + z - 40 = 0$ – рівняння дотичної площини до поверхні $F(x; y; z) = 0$ у точці $M_0(3; -9; -5)$. Рівняння нормалі до поверхні в цій точці:

А) $\frac{x-3}{3} = \frac{y+4}{-9} = \frac{z-1}{-5}$;
Б) $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{-9} = \frac{z+1}{-5}$;
В) $\frac{x-3}{3} = \frac{y+9}{-4} = \frac{z+5}{1}$;
Г) $\frac{x+3}{3} = \frac{y-9}{-4} = \frac{z-5}{1}$;
Д) інша відповідь.

165) Довжина дуги лінії $u = v$ з першою квадратичною формою $dS^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2$ між точками $M_1(u_1;\, v_1)$ та $M_2(u_2;\, v_2)$ обчислюється:

А) $S = \int_{u_1}^{u_2} \sqrt{u^2 + a^2 + 1}\, du$;
Б) $S = \int_{v_1}^{v_2} \sqrt{u^2 + a^2 + 1}\, dv$;
В) $S = \int_{v_1}^{v_2} \sqrt{u^2 + a^2 + 1}\, du$;
Г) $S = \int_{u_1}^{u_2} \int_{v_1}^{v_2} \sqrt{u^2 + v^2 + 1}\, dudv$;
Д) $S = \int_{u_1}^{u_2} \int_{v_1}^{v_2} (u^2 + v^2 + 1)\, dudv$.

166) На поверхні з першою квадратичною формою $dS^2 = du^2 + (u^2 + 9)dv^2$ диференціал дуги лінії $u = v$ дорівнює:

А) $dS^2 = (u^2 + 10)du^2$;
Б) $dS = \sqrt{u^2 + 10}du$;
В) $dS^2 = (u^2 + 9)du^2$;
Г) $dS = \sqrt{u^2 + 9}du$;
Д) $dS = \sqrt{u^2 + 10}dv$.

167) На поверхні з першою квадратичною формою $dS^2 = du^2 + dv^2$ диференціал дуги лінії $u = 2v$ дорівнює:

А) $dS^2 = 5du^2$;
Б) $dS = \sqrt{5}du$;
В) $dS^2 = 5dv^2$;
Г) $dS = 5dv$;
Д) $dS = \sqrt{5}dv$.

168) На поверхні з першою квадратичною формою $dS^2 = du^2 + dv^2$ диференціал дуги лінії $u = 3v$ дорівнює:

А) $dS^2 = 10dv^2$;
Б) $dS = \sqrt{10}dv$;
В) $dS = \sqrt{10}du$;
Г) $dS^2 = 10du^2$;
Д) $dS = 10dv$.

169) Точка $M(3;5;7)$ належить поверхні $x = 2u - v,\ y = u^2 + v^2,\ z = u^3 - v^3$. Криволінійні координати точки M:

А) $u = 2,\ v = 1$ або $u = 0{,}4,\ v = -2{,}2$;

Б) $u = -2,\ v = 1$; **В)** $u = -2,\ v = -1$; **Г)** $u = 2,\ v = 1$;

Д) $u = -2,\ v = 1$ або $u = 0{,}4,\ v = -2{,}2$.

170) Коефіцієнт M другої квадратичної форми кругового циліндра $x = R\cos v,\ y = R\sin v,\ z = u$ дорівнює:

А) R^2; **Б)** 0; **В)** R; **Г)** 1; **Д)** R^3.

171) Коефіцієнт L другої квадратичної форми кругового циліндра $x = R\cos v,\ y = R\sin v,\ z = u$ дорівнює:

А) R^2; **Б)** 0; **В)** R; **Г)** 1; **Д)** R^3.

172) Для прямого гелікоїда $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = av$ координати вектора $\overrightarrow{r_{vv}}$:

А) $(0;0;0)$; **Б)** $(u\sin v; u\cos v; 0)$;

В) $(-u\cos v;\ -u\sin v;\ 0)$; **Г)** $(-u\cos v;\ -u\sin v;\ 1)$;

Д) інша відповідь.

173) Коефіцієнт L другої квадратичної форми прямого гелікоїда $x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = av$ дорівнює:

А) $\frac{2a}{\sqrt{u^2+a^2}}$; **Б)** $\frac{a}{\sqrt{u^2+a^2}}$; **В)** $-\frac{a}{\sqrt{u^2+a^2}}$; **Г)** 0; **Д)** $-\frac{a}{u^2+a^2}$.

174) k_1 і k_2 – головні кривини поверхні. Повна кривина поверхні обчислюється за формулою:

А) $K = k_1 + k_2$; **Б)** $K = \frac{k_1+k_2}{2}$; **В)** $K = k_1 \cdot k_2$;

Г) $K = k_1^2 + k_2^2$; **Д)** $K = \sqrt{k_1 \cdot k_2}$.

175) k_1 і k_2 – головні кривини поверхні. Середня кривина поверхні обчислюється за формулою:

А) $H = k_1 + k_2$; **Б)** $H = k_1 \cdot k_2$; **В)** $H = \frac{k_1 + k_2}{2}$;

Г) $H = \sqrt{k_1 \cdot k_2}$; **Д)** $H = \frac{k_1^2 + k_2^2}{2}$.

176) Точка поверхні буде еліптичною, якщо в цій точці:
А) повна кривина додатна; **Б)** повна кривина від`ємна;
В) повна кривина дорівнює 0; **Г)** середня кривина додатна;
Д) середня кривина дорівнює 0.

177) Точка поверхні буде параболічною, якщо в цій точці:
А) повна кривина додатна; **Б)** повна кривина від`ємна;
В) повна кривина дорівнює 0; **Г)** середня кривина додатна;
Д) середня кривина дорівнює 0.

178) Точка поверхні буде гіперболічною, якщо в цій точці:
А) повна кривина додатна; **Б)** повна кривина від`ємна;
В) повна кривина дорівнює 0; **Г)** середня кривина додатна;
Д) середня кривина дорівнює 0.

179) Диференціальне рівняння асимптотичних ліній поверхні має вигляд:
А) $Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2 = 0$;
Б) $Edu^2 + Fdudv + Gdv^2 = 0$;
В) $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2 = 0$;
Г) $Ldu^2 + Mdudv + Ndv^2 = 0$;
Д) $Ldu^2 + 2Mdu^2dv^2 + Ndv^2 = 0$.

180) Лінією кривини називається лінія на поверхні, напрямок якої в кожній її точці співпадає з:
А) асимптотичним напрямком; **Б)** спряженим напрямком;
В) головним напрямком; **Г)** нормальним напрямком;
Д) напрямком дотичної.

181) Якщо ϕ_1 і ϕ_2 – I і II квадратичні форми поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u; v)$, то нормальну кривину можна обчислити за формулою:

А) $K_n = \varphi_1 \cdot \varphi_2$; **Б)** $K_n = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$; **В)** $K_n = \varphi_1 + \varphi_2$;

Г) $K_n = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}$; **Д)** $K_n = \sqrt{\varphi_1 \cdot \varphi_2}$.

182) Напрямок $\frac{du}{dv}$ на поверхні називається асимптотичним, якщо вздовж такого напрямку:

А) повна кривина дорівнює 0; **Б)** середня кривина дорівнює 0;
В) нормальна кривина дорівнює 0; **Г)** повна кривина максимальна;
Д) інша відповідь.

183) Нормальну кривину поверхні у будь-якій її точці можна визначити за допомогою теореми:

А) Гаусса; **Б)** Дюпена; **В)** Родріда;
Г) Меньє; **Д)** Ейлера.

184) Зміст теореми Меньє можна виразити формулою (θ – кут між нормаллю до поверхні та головною нормаллю кривої на поверхні у деякій точці):

А) $H = k\cos\theta$; **Б)** $K_n = k\cos\theta$; **В)** $K_n = k^2\cos\theta$;
Г) $K = K_n\cos\theta$; **Д)** інша відповідь.

185) Під внутрішньою геометрією розуміють геометрію, що вивчає об'єкти, які залежать лише від:

А) площі ділянки поверхні; **Б)** площі поверхні;
В) квадрату довжини дуги кривої на поверхні;
Г) довжини дуги кривої на поверхні; **Д)** від кривини поверхні.

186) Координатна сітка на поверхні є асимптотичною, якщо:

А) $L = N = 0$; **Б)** $L = M = 0$; **В)** $M = N = 0$;
Г) $E = F = 0$; **Д)** $E = G = 0$.

187) Координатна сітка на поверхні буде спряженою, якщо:

А) $L = 0$; **Б)** $M = 0$; **В)** $N = 0$; **Г)** $F = 0$; **Д)** $G = 0$.

188) Повну кривину поверхні називають:

А) кривиною Меньє; **Б)** Родрігівською кривиною;
В) Ейлеровою кривиною; **Г)** Гауссовою кривиною;
Д) кривиною Дюпена.

189) Внутрішня геометрія поверхонь вивчає об'єкти, які визначаються лише:

А) геодезичною кривиною; **Б)** третьою квадратичною формою;

В) другою квадратичною формою;
Г) першою квадратичною формою; **Д)** інша відповідь.

190) Індикатрису кривини поверхні називають індикатрисою:
А) Гаусса; **Б)** Дюпена; **В)** Ейлера;
Г) Френе; **Д)** інша відповідь.

191) Повною кривиною поверхні називають:
А) середнє арифметичне головних кривин;
Б) середнє геометричне головних кривин;
В) добуток головних кривин; **Г)** частку головних кривин;
Д) суму головних кривин.

192) Середньою кривиною поверхні називають:
А) середнє арифметичне головних кривин;
Б) середнє геометричне головних кривин;
В) добуток головних кривин; **Г)** частку головних кривин;
Д) суму головних кривин.

193) Для поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u; v)$ нормальну кривину можна визначити як:
А) добуток першої і другої квадратичних форм поверхні;
Б) відношення першої квадратичної форми поверхні до другої;
В) суму першої і другої квадратичних форм поверхні;
Г) відношення другої квадратичної форми поверхні до першої;
Д) середнє квадратичне першої і другої квадратичних форм поверхні.

195) Параболоїд, який найбільш щільно прилягає до даної поверхні, називають:
А) дотичним; **Б)** стичним; **В)** сферичним;
Г) особливим; **Д)** інша відповідь.

196) Точка поверхні з другою квадратичною формою $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ буде еліптичною, якщо в цій точці:
А) $LN - M^2 > 0$; **Б)** $LN - M^2 < 0$; **В)** $LN + M^2 < 0$;
Г) $LN + M^2 > 0$; **Д)** $LN - M^2 = 0$.

197) Точка поверхні з другою квадратичною формою $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ буде гіперболічною, якщо в цій точці:
А) $LN - M^2 > 0$; **Б)** $LN - M^2 < 0$; **В)** $LN + M^2 < 0$;
Г) $LN + M^2 > 0$; **Д)** $LN - M^2 = 0$.

198) Точка поверхні з другою квадратичною формою $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ буде параболічною, якщо в цій точці:

А) $LN - M^2 > 0$; **Б)** $LN - M^2 < 0$; **В)** $LN + M^2 < 0$;
Г) $LN + M^2 > 0$; **Д)** $LN - M^2 = 0$.

199) Через кожну точку $P(u_0;\ v_0)$ поверхні можна провести в заданому напрямку:

А) безліч нормалей до поверхні; **Б)** жодної нормалі до поверхні;
В) єдину нормаль до поверхні; **Г)** дві нормалі до поверхні;
Д) інша відповідь.

200) Вираз виду $d\vec{n}^2 = d\varphi^2$ носить назву:

А) перша квадратична форма поверхні;
Б) третя квадратичної форма поверхні;
В) друга квадратичної форма поверхні;
Г) рівняння нормалі; **Д)** інша відповідь.

ЧАСТИНА 2. ЗАВДАННЯ НА ВСТАНОВЛЕННЯ ВІДПОВІДНОСТІ (ЛОГІЧНІ ПАРИ)

Виконання завдань цієї форми полягає у встановленні відповідності між математичними термінами, формулами, умовами, твердженнями, висновками тощо, логічно пов'язаними між собою, але розташованими за умовою завдання у різних групах довільним чином.

Завдання цієї форми вважається виконаним, якщо до кожного пункту, позначеного цифрою, вказаний один правильний варіант відповіді, позначений буквою.

2.1. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

1) Установіть відповідність між синонімічними виразами у векторній алгебрі:

1) колінеарність;
2) базис;
3) компланарність;
4) довжина вектора.

А) відстань між двома точками;
Б) лінійна залежність трьох векторів;
В) перпендикулярність векторів;
Г) лінійна незалежність двох векторів;
Д) лінійна залежність двох векторів.

2) Установіть відповідність між діями над векторами та їх результатом, якщо відомо, що $\vec{a}\,(1,0,-3)$ і $\vec{b}\,(0,-2,1)$:

1) $(\vec{a},\vec{b})$;
2) $|\vec{a}+\vec{b}|$;
3) $-6\vec{a}+\vec{b}$;
4) $[\vec{a},\vec{b}]$.

А) 3;
Б) -3;
В) $(\overrightarrow{-6,-2,19})$;
Г) $(\overrightarrow{-6,-1,-2})$;
Д) -4.

3) Установіть відповідність між діями над векторами та їх результатом, якщо відомо, що $\vec{a}\,(1,-3,2)$ і $\vec{b}\,(1,0,-4)$:

1) $(\vec{a},-2\vec{b})$;
2) $|\vec{a}-\vec{b}|$;
3) $2\vec{a}-3\vec{b}$;
4) $-[\vec{a},\vec{b}]$.

А) $3\sqrt{5}$;
Б) 14;
В) $(\overrightarrow{-1,-6,16})$;
Г) $(\overrightarrow{-12,6,3})$;

Д) 14.

4) Установіть відповідність між геометричним заданням векторів та числом, що виражає їх скалярний добуток:

1) $|\vec{a}|=8,\ |\vec{b}|=5,\ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=60^0$;

2) $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1,\ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=135^0$;

3) $|\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=1,\ \vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$;

4) $|\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=1,\ \vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$.

А) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

Б) 3;

В) -3;

Г) 20;

Д) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5) У прямокутній декартовій системі координат задано піраміду з вершинами в точках $A(1;2;3)$, $B(-2;4;1)$, $C(7;6;3)$, $D(4;-3;-1)$. Установіть відповідність між величинами, які пов'язані з цією пірамідою та значеннями цих величин:

1) площа грані ABC;

2) косинус кута між ребрами AD, AC;

3) об'єм піраміди;

4) довжина висоти, яка проведена до грані ABC

А) $6\frac{3}{7}$;

Б) 30;

В) $-\frac{1}{5\sqrt{26}}$;

Г) 14;

Д) 216.

6) У прямокутній декартовій системі координат чотирикутник $ABCD$ заданий координатами своїх вершин: $A(2;-3;1)$, $B(-1;1;1)$, $C(-4;5;6)$, $D(2;-3;6)$. Установіть відповідність між величинами, які пов'язані з цим чотирикутником та значеннями цих величин:

1) площа чотирикутника;

2) косинус кута A;

3) косинус кута C;

4) довжина BH, де H – основа перпендикуляра, що проведений із точки B на пряму AC.

А) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;

Б) $\frac{75}{2}$;

В) $\sqrt{5}$;

Г) 0;

Д) 13,5.

7) Установіть відповідність між основними поняттями та типом рівняння прямої на площині:

1) перпендикулярність;
2) колінеарність;
3) відстань від початку координат до прямої;
4) перетин прямих.

А) нормальне рівняння;
Б) з кутом між прямими;
В) рівняння через дві точки;
Г) через вектор нормалі і точку;
Д) рівняння пучка.

8) Установіть відповідність між розміщення прямої відносно осей та початку координат на площині і записом загального рівняння прямої.

1) пряма проходить через початок координат;
2) пряма паралельна осі *Ox*;
3) пряма паралельна осі *Oy*;
4) пряма співпадає з віссю *Ox*.

А) $By = 0, B \neq 0$;
Б) $Ax + C = 0, A \neq 0$;
В) $By + C = 0, B \neq 0$;
Г) $Ax + By = 0$;
Д) $Ax = 0, A \neq 0$.

9) Установіть відповідність між видом рівняння прямої на площині та його аналітичним записом.

1) векторне рівняння прямої;
2) рівняння прямої у відрізках;
3) рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом;
4) рівняння прямої у нормальній формі.

А) $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$;
Б) $\overrightarrow{M_0M} = \vec{a}t$;
В) $y = kx + b$;
Г) $Ax + By + C = 0$;
Д) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

10) Нехай задано дві прямі ($l_1 : y = k_1x + b_1$ і $l_2 : y = k_2x + b_2$). Установіть відповідність між твердженнями та їх аналітичним описом.

1) дві прямі паралельні;
2) дві прямі співпадають
3) дві прямі перпендикулярні;
4) дві прямі перетинаються.

А) $\begin{vmatrix} (-k_1) & 1 \\ (-k_2) & 1 \end{vmatrix} \neq 0$;
Б) $\begin{vmatrix} k_1 & b_1 \\ k_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$;
В) $k_1 \cdot k_2 = -1$;
Г) $k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$;
Д) $k_1 = k_2, b_1 = b_2$.

11) Установіть відповідність між типом рівняння прямої на площині та його аналітичною формою:

1) рівняння прямої у відрізках;

2) рівняння з кутовим коефіцієнтом;

3) загальне рівняння;

4) канонічне рівняння.

А) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

Б) $\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}$;

В) $Ax+By+C=0$;

Г) $y-y_0=k(x-x_0)$;

Д) $y=kx+b$.

12) Установіть відповідність між поняттями та науковцями, які їх ввели або розробляли:

1) метод координат;

2) аналітична геометрія

3) вектор;

4) координати.

А) Сільвестр Лакруа;

Б) П'єр Ферма;

В) Карл Гаусс;

Г) Гіппарх;

Д) Вільям Гамільтон.

13) Установіть відповідність між основними поняттями та типом рівняння площини:

1) компланарність;

2) перетин площин;

3) відстань від початку координат до площини;

4) два неколінеарні вектори.

А) через напрямний підпростір;

Б) нормальне рівняння;

В) з кутом між площинами;

Г) рівняння через три точки;

Д) рівняння пучка.

14) Установіть відповідність між типом рівняння прямої в просторі та його аналітичною формою:

1) векторне рівняння;

2) пряма як перетин двох площин;

3) через дві точки;

4) канонічні рівняння.

А) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$;

Б) $\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}=\frac{z-z_0}{a_3}$;

В) $\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$;

Г) $\overrightarrow{M_0M}=\lambda\cdot\vec{p}$;

Д) $Ax+By+C=0$.

15) Установіть відповідність між видом рівняння площини та його аналітичним записом:

1) нормальне рівняння площини;

2) загальне рівняння площини;

3) рівняння площини у відрізках на осях;

4) рівняння площини, яка задається точкою і вектором нормалі.

А) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=1$;

Б) $\overrightarrow{M_0M}=\lambda\cdot\vec{p}$;

В) $Ax+By+Cz+D=0$;

Г) $x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma-p=0$;

Д) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

16) Установіть відповідність між видом рівняння площини та його аналітичним записом:

1) параметричні рівняння площини;

2) загальне рівняння площини;

3) рівняння площини у відрізках на осях;

4) рівняння площини, яка задається точкою і вектором нормалі.

А) $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=1$;

Б) $Ax+By+Cz+D=0$;

В) $\begin{cases} x=x_0+ul_1+vm_1 \\ y=y_0+ul_2+vm_2 \\ z=z_0+ul_3+vm_3 \end{cases}$;

Г) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$;

Д) $x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma-p=0$.

17) Установіть відповідність між розміщенням площини у просторі відносно системи координат і записом загального рівняння площини.

1) площина паралельна *xOy*;

2) площина паралельна осі *Oz*;

3) площина паралельна осі *Ox*;

4) площина проходить через початок координат.

А) $By+Cz+D=0$;

Б) $Ax+By+D=0$;

В) $Ax+By+Cz=0$;

Г) $Cz+D=0, C\neq 0$;

Д) $Ax+By+Cz+D=0$.

18) Установіть відповідність між формулою та величиною, яка знаходиться за її допомогою.

1) $\cos\alpha=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$;

2) $\frac{|[\overrightarrow{M_0M_1}\times\vec{l}\,]|}{|\vec{l}\,|}$;

3) $\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$;

А) відстань від точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ до площини;

Б) відстань від точки $M_0(x_0;y_0;z_0)$ до прямої в просторі;

В) відстань між

4) $\dfrac{|(\overrightarrow{M_1M_2}, \vec{p}_1, \vec{p}_2)|}{|[\vec{p}_1 \times \vec{p}_2]|}$.

мимобіжними прямими;

Г) об'єм багатогранника;

Д) кут між двома площинами.

19) Установіть відповідність між лініями другого порядку та їх канонічними рівняннями:

1) гіпербола;

2) парабола;

3) еліпс;

4) коло.

А) $x^2 + 5y^2 = 8$;

Б) $y^2 - 3x = 0$;

В) $2x^2 + 2y^2 = 7$;

Г) $2x^2 - y^2 = 1$;

Д) $2x^2 - 3y^2 = 0$.

20) Установіть відповідність між геометричними об'єктами та їх рівняннями:

1) дві прямі, що перетинаються;

2) парабола;

3) дві паралельні прямі;

4) уявний еліпс.

А) $5x^2 + 2y^2 = -1$;

Б) $2x^2 - 1 = 0$;

В) $-x^2 + 3y^2 = 0$;

Г) $3x^2 + 2y^2 = 4$;

Д) $2x^2 + y = 0$.

21) Установіть відповідність між лініями другого порядку та їх канонічними рівняннями:

1) лінія I-го порядку;

2) лінія другого порядку;

3) лінія третього порядку;

4) уявна лінія другого порядку.

А) $x^2 - y^3 = 5$;

Б) $y^2 + x = 0$;

В) $2x^2 + 6y^2 = -1$;

Г) $5x - 3y = 8$;

Д) $2x^2y^2 + 5y^2 = 1$.

22) Установіть відповідність між поверхнями II-го порядку та дотичною площиною щодо спільних елементів:

1) однопорожнинний гіперболоїд;

2) еліпсоїд;

3) пара площин, які перетинаються;

4) циліндр.

А) одна спільна точка;

Б) одна спільна пряма;

В) лише три спільні точки;

Г) дві спільні прямі;

Д) спільна площина.

23) Установіть відповідність між поверхнями ІІ-го порядку та типами центрів:

1) еліптичний параболоїд;
2) параболічний циліндр;
3) двопорожнинний гіперболоїд;
4) гіперболічний циліндр.

А) пряма центрів;
Б) один центр;
В) нецентральна поверхня;
Г) нескінченно віддалена пряма центрів;
Д) абсолютно центральна поверхня.

24) Закінчіть математичне речення, яке описує властивості прямолінійних твірних однопорожнинного гіперболоїда та гіперболічного параболоїда:

1) через кожну точку поверхні проходить …;
2) сім'ї прямих …;
3) будь-які дві твірні однієї сім'ї …;
4) довільні дві твірні різних сімей …

А) … мимобіжні;
Б) … одна і тільки одна твірна з кожної сім'ї;
В) … перетинаються або паралельні;
Г) … повністю лежать на поверхні;
Д) паралельні до деякої прямої.

25) Установіть відповідність між назвою площини та її означенням для поверхні ІІ-го порядку:

1) дотична площина;
2) площина центрів;
3) площина симетрії;
4) діаметральна площина.

А) точка і симетрична відносно цієї площини до неї точка належать поверхні;
Б) містить середини паралельних хорд поверхні, паралельних до деякого вектора;
В) це геометричне місце прямих, які проходять через точку і дотикаються до поверхні в цій точці;
Г) це вироджений центр поверхні, існує лише у паралельних площин;
Д) має з поверхнею лише три спільні точки.

26) Установіть відповідність між поверхнями II-го порядку та канонічними рівняннями:

1) гіперболічний параболоїд;
2) циліндр;
3) однопорожнинний гіперболоїд;
4) конус.

А) $3x^2 - 4y^2 = z$;
Б) $5x^2 + y^2 - z^2 = 1$;
В) $3x^2 - y^2 + 6z^2 = 0$;
Г) $-3x^2 - y^2 + 6z^2 = 4$;
Д) $x^2 - 2y^2 = 7$.

27) Установіть відповідність між рівняннями поверхонь обертання й поверхонь II-го порядку та відповідною віссю обертання (якщо є):

1) $3x^2 + 3y^2 - 2z^2 = 1$;
2) $4x^2 - 4y^2 + z^2 = 0$;
3) $\frac{x^2}{3} - y^2 + \frac{z^2}{3} + 2y = 1$;
4) $4y^2 - x^2 + 4z^2 = 1$.

А) вісь обертання – координатна вісь Ox;
Б) немає осі обертання;
В) вісь обертання – координатна вісь Oy;
Г) будь-яка координатна вісь є віссю обертання;
Д) вісь обертання – координатна вісь Oz.

28) Установіть відповідність між поверхнями другого порядку та канонічними рівняннями:

1) гіперболічний параболоїд;
2) однопорожнинний гіперболоїд;
3) двопорожнинний гіперболоїд;
4) еліптичний параболоїд.

А) $x^2 - y^2 + 2z^2 = -1$;
Б) $y^2 + 5x + 4z^2 = 0$;
В) $7x^2 - 4y^2 + 2z^2 = 0$;
Г) $5x^2 - y^2 + 3z^2 = 6$;
Д) $3x^2 - y^2 = z$.

29) Установіть відповідність між поверхнями другого порядку та канонічними рівняннями:

1) еліптичний параболоїд;
2) циліндр;
3) однопорожнинний гіперболоїд;
4) конус.

А) $x^2 + 2y^2 + z^2 = -1$;
Б) $2x^2 + y^2 = 5z$;
В) $x^2 + 2y^2 = 1$;
Г) $7x - y^2 + 2z^2 = 0$;
Д) $3x^2 - 8y^2 + 2z^2 = 0$.

30) Установіть відповідність між поверхнями II-го порядку та дотичною площиною щодо спільних елементів:

1) гіперболічний параболоїд;
2) сфера;
3) пара площин, які перетинаються;
4) конус.

А) одна спільна точка;
Б) одна спільна пряма;
В) дві спільні прямі;
Г) три спільні прямі;
Д) спільна площина.

2.2. ОСНОВИ ГЕОМЕТРІЇ

1) Установіть відповідність між здобутками та представниками шкіл Стародавньої Греції:

1) властивості вертикальних кутів;
2) відкриття несумірних відрізків;
3) відкриття конічних перерізів;
4) обчислення площі поверхні кулі.

А) Менехм;
Б) Піфагор;
В) Архімед;
Г) Евклід;
Д) Фалес.

2) Установіть відповідність між змістом та видом математичних тверджень геометрії Евкліда:

1) рівні одному й тому ж є рівними;
2) точка є те, що немає частин;
3) якщо пряма, що не проходить через жодну з вершин трикутника, перетинає одну з його сторін, то вона перетинає тільки одну з двох інших його сторін;
4) від будь-якої точки до будь-якої іншої можна провести пряму лінію.

А) означення;
Б) аксіома;
В) постулат;
Г) теорема;
Д) лема.

3) Установіть відповідність між поняттями та їх означеннями:

1) орицикл;
2) кутовий дефект трикутника;
3) еквідистанта;
4) пряма лінія у Евкліда.

А) геометричне місце точок площини, розміщених по один бік від прямої на однакових відстанях від неї;
Б) геометричне місце точок перетину прямих паралельного пучка із січними

рівного нахилу, проведеними з довільної точки однієї з них до кожної іншої прямої пучка;

В) різниця між числом π і сумою кутів трикутника;

Г) те, що має тільки довжину і ширину;

Д) лінія, яка однаково розміщена відносно всіх своїх точок.

4) Установіть відповідність між помилками у дослідженні V постулату та прізвищами вчених, які їх робили:

1) використав еквівалентне твердження;
2) користувався при доведенні тільки рисунком;
3) зробив обчислювальну помилку;
4) використав метод від супротивного.

А) А. Лежандр;
Б) Дж. Саккері;
В) І. Ламберт;
Г) Прокл;
Д) Евклід.

5) Установіть відповідність між типом прямої та її властивостями на площині Лобачевського:

1) паралельні;
2) збіжні;
3) розбіжні;
4) перпендикулярні до третьої.

А) перетинають задану пряму;
Б) граничні серед прямих, які не перетинають задану пряму;
В) не перетинають задані пряму і не паралельні;
Г) рівновіддалені одна від одної;
Д) розбіжні.

6) Установіть відповідність між вченими, які досліджували V постулат та геометричними фігурами, які вони використовували:

1) Дж. Саккері;
2) І. Ламберт;
3) А. Лежандр;
4) Прокл.

А) чотирикутник з трьома прямими кутами;
Б) трикутник;
В) паралельні прямі;
Г) чотирикутник з двома прямими кутами і двома рівними бічними сторонами;
Д) коло.

7) З’єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження щодо властивостей прямих на площині Лобачевського:

1) дві паралельні прямі на площині Лобачевського … (описати розміщення);

2) у площині Лобачевського паралельні прямі …;

3) розбіжні прямі на площині Лобачевського …;

4) при перетині двох паралельних прямих третьою на площині Лобачевського сума внутрішніх односторонніх кутів …

А) не може дорівнювати $2d$;

Б) не мають спільного перпендикуляра;

В) більша за $2d$;

Г) можуть мати лише один спільний перпендикуляр;

Д) необмежено розходяться в протилежний бік паралельності.

8) З’єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження щодо властивостей трикутників на площині Лобачевського:

1) сума кутів трикутника в геометрії Лобачевського …;

2) на площині Лобачевського …;

3) описати коло можна …;

4) два трикутники рівні, якщо три кути одного трикутника …

А) не навколо будь-якого трикутника;

Б) рівні трьом кутам іншого трикутника;

В) залежить від форми трикутника;

Г) не залежить від форми трикутника;

Д) не існує нерівних подібних трикутників.

9) З’єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження щодо властивостей еквідистанти:

1) кожна пряма з еквідистантою може мати …;

2) еквідистанта в площині Лобачевського – …;

3) еквідистанта може рухатись по собі …;

4) дотична до еквідистанти …

А) опукла пряма лінія;

Б) не більше двох спільних точок;

В) перпендикулярна до висоти, проведеної через точку дотику;

Г) не більше однієї спільної точки;

Д) не деформуючись.

10) З'єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження щодо властивостей орицикла:

1) усі внутрішні точки хорди орицикла лежать …;	**А)** не більше двох спільних точок;
2) кожний орицикл повністю визначається заданням …;	**Б)** двох точок;
3) орицикл можна розглядати як …;	**В)** однієї його осі і однієї його точки;
4) будь-яка пряма з орициклом може мати …	**Г)** граничне положення кола з нескінченно віддаленим центром;
	Д) всередині орицикла.

11) Установіть відповідність між науковою працею і автором:

1) «Початки»;	**А)** М. Лобачевський;
2) «Основи геометрії»;	**Б)** К. Гаус;
3) «Уявна геометрія»;	**В)** М. Паш;
4) «Лекції з нової геометрії».	**Г)** Евклід;
	Д) Д. Гільберт.

12) Установіть відповідність між розділами геометрії та їх розробниками:

1) гіперболічна;	**А)** Г. Монж;
2) параболічна;	**Б)** Б. Ріман;
3) еліптична;	**В)** Я. Бойяї;
4) абсолютна.	**Г)** М. Лобачевський;
	Д) Евклід.

13) Установіть відповідність між періодами дослідження проблеми несуперечливості геометрії та прізвищами науковців, які займались цими питаннями:

1) змістовний аксіоматичний метод;	**А)** Є. Бельтрамі;
2) несуперечливість геометрії Лобачевського;	**Б)** Д. Пеано;
3) перші спроби аксіоматичної побудови геометрії;	**В)** Д. Гільберт;
4) напівформальний аксіоматичний метод	**Г)** Евклід;
	Д) О.В. Погорєлов.

14) Установіть відповідність між аксіомами та групами, до яких вони належать в аксіоматиці Д. Гільберта:

1) від даної півпрямої в даній	**А)** група I «Аксіоми

півплощині, що визначається цією півпрямою та її продовженням, можна відкласти кут, і до того ж єдиний, конгруентний даному куту;

2) які б не були точки A і C, на прямій AC існує принаймі одна точка B така, що точка C лежить між точками A і B;

3) які б не були дві точки, існує не більше однієї прямої, яка проходить через кожну з цих точок;

4) нехай на прямій *a* задано нескінченну послідовність відрізків, з яких кожен наступний лежить всередині попереднього. Тоді на цій прямій існує точка X, яка лежить всередині всіх відрізків.

належності»;

Б) група II «Аксіоми порядку»;

В) група III «Аксіоми конгруентності»;

Г) група IV «Аксіоми неперервності»;

Д) група V «Аксіома паралельності».

15) Установіть відповідність між прізвищами математиків та основними поняттями їх аксіоматик:

1) М. Пієрі;
2) В. Каган;
3) Г. Вейль;
4) Ф. Бахман.

А) симетрія;
Б) пряма;
В) рух;
Г) відстань;
Д) вектор.

16) Установіть відповідність між аксіомами та групами, до яких вони належать в аксіоматиці Г. Вейля:

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ для будь-яких трьох точок A, B, C;

2) $\vec{a} * \vec{a} \geq 0$ для будь-якого вектора $\vec{a}$;

3) будь-які чотири вектори лінійно незалежні;

4) існує такий вектор $\vec{0}$, що $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$ для будь-якого вектора $\vec{a}$.

А) група I «Аксіоми додавання векторів»;

Б) група II «Аксіоми множення вектора на число»;

В) група III «Аксіоми скалярного добутку векторів»;

Г) група IV «Аксіоми розмірності»;

Д) група V «Аксіоми відкладання вектора».

17) Установіть відповідність між основними поняттями та їх інтерпретацією в різних реалізаціях геометрії Лобачевського:

1) Л-пряма в реалізації Бельтрамі-Клейна;
2) Л-площина в реалізації Бельтрамі-Клейна;
3) Л-пряма в реалізації Пуанкаре;
4) Л-площина в реалізації Пуанкаре.

А) звичайні прямі евклідової площини;
Б) відкриті хорди абсолюта;
В) відкритий абсолютний круг;
Г) евклідові півкола;
Д) півплощина евклідової площини.

18) Установіть відповідність між назвами етапів та способом перевірки системи аксіом для несуперечливої геометрії:

1) інтерпретація;
2) умова несуперечливості;
3) умова незалежності;
4) умова повноти.

А) доводимо окремо для кожної аксіоми;
Б) знаходження реалізації для системи аксіом;
В) виділяємо міжпредметні зв’язки;
Г) є умовною, бо спираємось на несуперечливість певної науки;
Д) доводимо ізоморфірм усіх реалізацій.

19) Установіть відповідність між геометричним об’єктом та його реалізацією:

1) точка в арифметичній реалізації векторної системи аксіом Г. Вейля;
2) вектор в арифметичній реалізації векторної системи аксіом Г. Вейля;
3) точка в декартовій реалізації системи аксіом евклідової геометрії;
4) пряма в декартовій реалізації системи аксіом евклідової геометрії.

А) впорядкована пара чисел;
Б) сукупність усіх точок, координати яких задовольняють лінійне рівняння;
В) матриця-рядок;
Г) система лінійних рівнянь;
Д) матриця-стовпець.

20) Установіть відповідність між ученими та посадами, які вони обіймали:

1) А. Лежандр;
2) К. Гаус;
3) Д. Гільберт;

А) російський математик; ординарний профессор, декан, ректор Казанського університету;

4) М. Лобачевський.

Б) математик-універсал; професор математики спочатку в Кенігсберзі, потім в Геттінгенському університеті;

В) німецький математик; професор Вищої технічної школи Цюріха, професор Геттінгенского університету, потім працював в Принстоні в Інституті перспективних досліджень;

Г) французький математик, член Французької академії наук, кавалер ордену Почесного легіону;

Д) німецький математик, астроном, геодезист та фізик; приват-доцент Брауншвейзького університету, член-кореспондент Петербурзької академії наук; професор в Ґеттінгені і посметрно директор Ґеттінгенської обсерваторії.

21) З'єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження геометрії Рімана щодо властивостей кутів сферичних трикутників:

1) сума трьох плоских кутів тригранного кута …;

2) кут даного трикутника і відповідна сторона полярного відносно даного трикутника …;

3) у будь-якому сферичному трикутнику різниця суми двох будь-яких кутів і третього …;

4) у будь-якому сферичному трикутнику сума кутів …

А) завжди більша за 180^0;

Б) більша від нуля і менша за 360^0;

В) завжди менша від 540^0 і більша від 180^0;

Г) завжди менша двох прямих кутів;

Д) в сумі дають 180^0.

22) З'єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження геометрії Рімана щодо властивостей сторін сферичних трикутників:

1) проти рівних сторін сферичного трикутника лежать …;

2) кожна сторона сферичного трикутника …;

3) півпериметр сферичного трикутника …;

А) завжди більший від кожної його сторонни;

Б) менша від 180^0;

В) рівні кути;

Г) менша від суми двох інших і більша за їх різницю;

4) сума сторін сферичного трикутника … — **Д)** завжди менша від 360^0 і більша від нуля.

23) З'єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження щодо основних понять планіметрії Рімана:

1) Р-точка …;
2) Р-пряма …;
3) Р-площина …;
4) Р-точка лежить на Р-прямій, …

А) сфера;
Б) будь-яка пара діаметрально протилежних точок сфери;
В) звичайна пряма площини;
Г) будь-яке велике коло сфери;
Д) якщо точки лежать на великому колі сфери.

24) З'єднайте частини, щоб утворились правильні аксіоми геометрії Рімана:

1) кожна пара прямих, що лежать в одній площині, …;
2) які б не були точки A і B, існує пряма, …;
3) які б не були точки A і B, …;
4) на кожній прямій лежать …

А) яка проходить через кожну з цих точок;
Б) існує не більше однієї прямої, яка проходить через кожну з цих точок;
В) перетинаються;
Г) принаймі три точки;
Д) принаймі дві точки.

25) З'єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження щодо особливостей прямої і площини Рімана:

1) будь-яка точка прямої Рімана …;
2) дві точки прямої визначають два відрізки, …;
3) площина Рімана – …;
4) будь-яка пряма розділяє площину …

А) які взаємно доповнюють один одного;
Б) на дві півплощини;
В) будь-яка поверхня другого порядку;
Г) замкнена поверхня;
Д) не поділяє її на два променя, а лише розрізає.

26) З'єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження геометрії Рімана:

1) сума внутрішніх кутів трикутника …;

А) менший за 2π;

2) довжина кожної прямої …;

3) периметр будь-якого трикутника …;

4) площа всієї площини …

Б) дорівнює π;

В) нескінченна;

Г) дорівнює 2π;

Д) більша за 180^0.

27) З’єднайте частини, щоб утворилась відповідність між формулами та теоремами планіметрії Рімана:

1) $\sin b \cos C = \sin a \cos c - \cos a \sin c \cos B$;

2) $\cos\ a = \cos b\ \cos c + \sin b\ \sin c\ \cos A$;

3) $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} = K$;

4) $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$.

А) теорема синусів для сферичного трикутника;

Б) формула п’яти елементів;

В) теорема косинусів для сторін сферичного трикутника;

Г) теорема косинусів для кутів сферичного трикутника;

Д) формула чотирьох елементів.

28) З’єднайте частини, щоб утворилась відповідність між геометричним об’єктом та його кривиною:

1) кривина кола …;

2) кривина прямої …;

3) кривина площини Рімана …;

4) кривина орицикла …

А) додатна;

Б) від’ємна;

В) обернена до радіуса;

Г) варіативна;

Д) дорівнює нулю.

29) З’єднайте частини, щоб утворилась відповідність між формулюванням та назвою тверджень різних геометрій:

1) через кожну точку, яка не лежить на даній прямій, можна провести одну і тільки одну пряму, паралельну даній;

2) через точку, взяту зовні прямої, у площині, що ними визначається, можна провести не менше двох прямих, які не перетинають дану пряму;

3) на площині Лобачевського не існує подібних нерівних трикутників;

4) будь-які дві прямі, розміщені в одній площині, перетинаються.

А) теорема геометрії Лобачевського;

Б) теорема геометрії Евкліда;

В) аксіома геометрії Лобачевського;

Г) аксіома геометрії Евкліда;

Д) аксіома геометрії Рімана.

30) З’єднайте частини, щоб утворились правильні математичні твердження геометрії Рімана (аксіоми):

1) геометричний простір;
2) евклідів простір;
3) простір Лобачевського;
4) простір Рімана.

А) сукупність об’єктів, які задовольняють систему аксіом геометрії Лобачевського;
Б) множина об’єктів, взаємне розміщення яких задовольняє вимоги аксіом системи;
В) сукупність різних геометричних об’єктів;
Г) сукупність об’єктів, які задовольняють систему аксіом геометрії Евкліда;
Д) сукупність об’єктів, які задовольняють систему аксіом геометрії Рімана.

2.3. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ

1) Встановити відповідність «аналітичний вираз – спосіб задання кривої».

1) $\begin{cases} y = \varphi(x) \\ z = \psi(x) \end{cases}$; **А)** параметрично;

2) $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$; **Б)** векторно-параметрично;

3) $\begin{cases} \varphi(x;y;z) = 0 \\ \psi(x;y;z) = 0 \end{cases}$; **В)** як перетин двох поверхонь;

4) $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$. **Г)** неявно;

Д) координатно.

2) Встановити відповідність «рівняння кривої – координати вектора дотичної» за умови, що *t=0*.

1) $x = e^t, y = e^{-t}, z = t^2$; **А)** (*1; –1; 0*);
2) $x = t, y = t^3, z = t^2 + 2$; **Б)** (*1; 1; 1*);
3) $x = e^t cost, y = e^t sint, z = e^t$; **В)** (*1; 0; 0*);
4) $x = t^2 - t, y = 2t^3, z = t$. **Г)** (*–1; 1; 0);*

Д) (*–1; 0; 1*).

3) Встановити відповідність: «рівняння дотичної до кривої в точці *A* – координати точки *A*».

1) $\frac{x-6}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z+5}{0}$; **А)** (3*; -5; 2*);

2) $\frac{x-7}{-6}=\frac{y+9}{7}=\frac{z}{-5}$; **Б)** (0*; 4; -8*);

3) $\frac{x-3}{5}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{7}$; **В)** *(0; -4; 8)*;

4) $\frac{x}{3}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+8}{2}$. **Г)** (7*; -9; 0*);

Д) (6*; 0; -5*).

4) Встановити відповідність: «поняття – означення поняття».

1) довжина дуги кривої; **2)** кривина кривої;

3) скрут кривої; **4)** стична площина кривої.

А) відношення приросту кута повороту дотичної до приросту довжини дуги, коли останній прямує до нуля;

Б) границя відношення приросту кута повороту бінормалі до приросту довжини дуги, коли останній прямує до нуля;

В) границя суми довжин ламаних, вписаних в криву, при умові, що довжини хорд необмежено зменшуються;

Г) найкраще прилягає до кривої в певній її точці;

Д) найкраще притискає криву в певній її точці.

5) Встановити відповідність: «поняття – формула для знаходження».

1) вектор бінормалі; **А)** $\chi=\frac{(\vec{r}'\,\vec{r}''\,\vec{r}''')}{|\vec{r}'\times\vec{r}''|^2}$;

2) скрут кривої; **Б)** $s=\int_{t}^{t_1}|\vec{r}(t)|dt$;

3) кривина кривої; **В)** $k=\frac{|\vec{r}'\times\vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}$;

4) довжина дуги кривої. **Г)** $\vec{\beta}=\vec{r}'(t)\times\vec{r}''(t)$;

Д) такої формули немає.

6) Встановити відповідність: «означення поняття – поняття».

1) Якщо будь-який окіл точки М множини Ф належить множині;

2) Вивчає об'єкти, які залежать лише від довжини дуги кривої на поверхні;

3) Вивчає геометричні образи, в першу чергу криві та поверхні, за допомогою методів математичного аналізу;

4) Якщо частина околу точки М множини Ф належить множині Ф, а частина не належить.

А) внутрішня точка; **В)** гранична точка;

Б) внутрішня геометрія; **Г)** диференціальна геометрія;

Д) окільна точка.

7) Установити відповідність: «позначення на рисунку – елемент тригранника Френе».

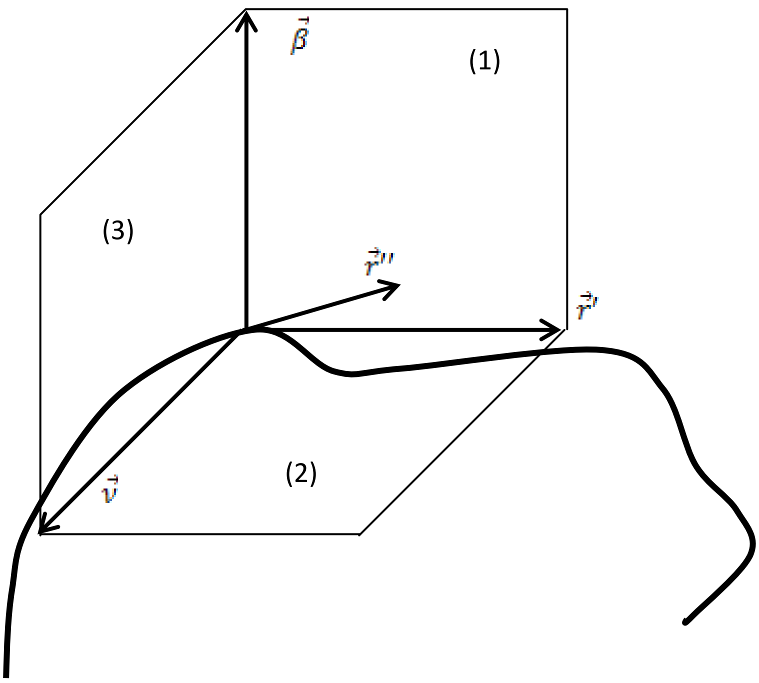
1) $\vec{\beta}$; **А)** спрямна площина;

2) $\vec{r}'$; **Б)** стична площина;

3) (2); **В)** бінормаль;

4) $\vec{\vartheta}$. **Г)** головна нормаль;

Д) дотична.



8) Установити відповідність: «елемент тригранника Френе – позначення на рисунку».

1) бінормаль;

2) дотична;

3) стична площина;

4) головна нормаль.

А) $\vec{r}'$; **Б)** (1); **В)** $\vec{\beta}$;

Г) $\vec{\vartheta}$; **Д)** (2).

9) Нехай М(x_0; y_0; z_0) – деяка точка кривої $\vec{r} = \vec{r}(t)$, $\vec{r}'(t)$, $\vec{\beta}$, $\vec{\vartheta}$ – вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі відповідно. Встановити відповідність: «елемент тригранника Френе – його рівняння».

1) стична площина; **2)** дотична;

3) бінормаль; **4)** нормальна площина.

А) $\frac{x-x_0}{x'(t_0)} = \frac{y-y_0}{y'(t_0)} = \frac{z-z_0}{z'(t_0)}$;

Б) $x_\beta(x-x_0)+y_\beta(y-y_0)+z_\beta(z-z_0)=0$;

В) $\frac{x-x_0}{x_\beta}=\frac{y-y_0}{y_\beta}=\frac{z-z_0}{z_\beta}$;

Г) такого рівняння немає;

Д) $x'(t_0)(x-x_0)+y'(t_0)(y-y_0)+z'(t_0)(z-z_0)=0$.

10) Нехай M(x_0; y_0; z_0) – деяка точка кривої $\vec{r}=\vec{r}(t)$, $\vec{r}'(t)$, $\vec{\beta}$, $\vec{\vartheta}$ – вектори дотичної, бінормалі, головної нормалі відповідно. Встановити відповідність: «елемент тригранника Френе – його рівняння».

1) стична площина; **2)** головна нормаль;

3) бінормаль; **4)** спрямна площина.

А) $\frac{x-x_0}{x_\gamma}=\frac{y-y_0}{y_\gamma}=\frac{z-z_0}{z_\gamma}$;

Б) $x_\beta(x-x_0)+y_\beta(y-y_0)+z_\beta(z-z_0)=0$;

В) $\frac{x-x_0}{x'(t_0)}=\frac{y-y_0}{y'(t_0)}=\frac{z-z_0}{z'(t_0)}$;

Г) $x_\gamma(x-x_0)+y_\gamma(y-y_0)+z_\gamma(z-z_0)=0$

Д) $\frac{x-x_0}{x_\beta}=\frac{y-y_0}{y_\beta}=\frac{z-z_0}{z_\beta}$.

11) Встановити відповідність: «поняття – означення поняття».

1) границя суми довжин ламаних, вписаних в криву, при умові, що довжини хорд необмежено зменшуються;

2) відношення приросту кута повороту дотичної до приросту довжини дуги, коли останній прямує до нуля;

4) найкраще прилягає до кривої в певній її точці;

3) границя відношення приросту кута повороту бінормалі до приросту довжини дуги, коли останній прямує до нуля;

А) стична площина кривої; **В)** довжина дуги кривої;

Б) скрут кривої; **Г)** дотична площина кривої;

Д) кривина кривої.

12) Встановити відповідність: «рівняння бінормалі до кривої в точці P – координати точки P».

1) $\frac{x-6}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z+5}{0}$; **А)** (6; 0; -5);

2) $\frac{x-7}{-6}=\frac{y+9}{7}=\frac{z}{-5}$; **Б)** (0; 4; -8);

3) $\frac{x-3}{5}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{7}$; **В)** (3; -5; 2);

4) $\frac{x}{3}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+8}{2}$. **Г)** (7; -9; 0);

Д) (-6; 0; 5).

13) Встановити відповідність «спосіб задання поверхні – аналітичний вираз».

1) векторно-параметрично; **А)** $\begin{cases} x=x(u,v) \\ y=y(u,v); \\ z=z(u,v) \end{cases}$

2) параметрично; **Б)** $z=f(x,y)$;

3) явне задання; **В)** $F(x,y,z)=0$;

4) неявне задання. **Г)** $\vec{r}=x(u,v)\vec{i}+y(u,v)\vec{j}+z(u,v)\vec{k}$;

Д) $F(x;y;z)=a$.

14) Встановити відповідність «аналітичний вираз – спосіб задання поверхні».

1) $\vec{r}=x(u,v)\vec{i}+y(u,v)\vec{j}+z(u,v)\vec{k}$; **А)** параметрично;

2) $\begin{cases} x=x(u,v) \\ y=y(u,v); \\ z=z(u,v) \end{cases}$ **Б)** явне задання;

3) $z=f(x,y)$; **В)** неявне задання;

4) $F(x,y,z)=0$; **Г)** векторно-параметрично;

Д) координатно.

15) Встановити відповідність «поверхня – рівняння поверхні».

1) сфера; **А)** $Ax+By+Cz+D=0$;

2) еліпсоїд; **Б)** $x^2+y^2-z^2=R^2$;

3) площина; **В)** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$;

4) гіперболоїд. **Г)** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$;

Д) $x^2+y^2+z^2=R^2$.

16) Встановити відповідність «поверхня – рівняння поверхні».

1) сфера;

2) площина;

3) еліптичний параболоїд;

4) гіперболічний параболоїд.

А) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;

Б) $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$;

В) $x^2 + y^2 - z^2 = R^2$;

Г) $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$;

Д) $Ax + By + Cz + D = 0$.

17) Дано поверхню $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = u^2$. Установити відповідність «коефіцієнти першої квадратичної форми – значення коефіцієнтів для $u = 1$, $v = 1$»:

1) $EG - F^2$;

2) E;

3) F;

4) G;

А) 5;

Б) 0;

В) 1;

Г) 20;

Д) 4.

18) Дано поверхню з першою квадратичною формою $ds^2 = du^2 + (u^2+4)dv^2$. Установити відповідність «лінія на поверхні – диференціал дуги для лінії на поверхні».

1) $u = v$;

2) $v = 2$;

3) $v = 2u$;

4) $u = 2v$.

А) $ds = \sqrt{4u^2 + 17}\, du$;

Б) $ds = \frac{1}{2}\sqrt{u^2 + 8}\, du$;

В) $ds = \sqrt{u^2 + 5}\, du$;

Г) $ds = du$;

Д) $ds = 2du$.

19) Установити відповідність «рівняння поверхні – вектор нормалі».

1) $x^2 + y^2 = z$;

2) $2x^2 - y^2 = z$;

3) $x^2 + 2y^2 + z^2 = 156$;

4) $x^2 + 2y^2 - z^2 = 169$;

А) $\vec{n}(2x;\ y; z)$;

Б) $\vec{n}(2x; 2y;\ -1)$;

В) $\vec{n}(4x; -2y;\ -1)$;

Г) $\vec{n}(x; 2y;\ z)$;

Д) $\vec{n}(x; 2y;\ -z)$.

20) Установити відповідність «рівняння поверхні – вектор нормалі».

1) $2x^2 - y^2 = z$;

2) $x^2 - 2y^2 + z^2 = 159$;

3) $x^2 - y^2 = z$;

4) $x^2 + 3y^2 + z^2 = 176$.

А) $\vec{n}$ (x; 3y; z);

Б) $\vec{n}(2x;\ y; z)$;

В) $\vec{n}$ (4x; -2y; -1);

Г) $\vec{n}$ (x; -2y; z);

Д) $\vec{n}$ (2x; -2y; -1).

21) Дано поверхню з І квадратичною формою $ds^2 = du^2 + dv^2$. Установити відповідність «лінія на поверхні – диференціал дуги для лінії на поверхні».

1) $u = 2v$;

2) $u = v$;

3) $v = 2u$;

4) $v = 2$.

А) $ds = \frac{\sqrt{5}}{2}\ du$;

Б) $ds = \sqrt{5}\ du$;

В) $ds = \sqrt{2}\ du$;

Г) $ds = du$;

Д) $ds = 2du$.

22) Дано поверхню $x = u\ cosv$, $y = u\ sinv$, $z = u^2$. Установити відповідність «вектор – координати вектора».

1) $\overrightarrow{r_{vv}}$;

2) $\overrightarrow{r_v}$;

3) $\overrightarrow{r_{uu}}$;

4) $\overrightarrow{r_u}$.

А) $(cosv;\ sinv;\ 2u)$;

Б) $(-u\ sinv;\ u\ cosv;\ 0)$;

В) $(0;\ 0;\ -2)$;

Г) $(u\ cosv;\ u\ sinv;\ 0)$;

Д) $(0;\ 0;\ 2)$.

23) Дано поверхню з першою квадратичною формою $ds^2 = du^2 + (u^2+8)dv^2$. Установити відповідність «лінія на поверхні – диференціал дуги для лінії на поверхні».

1) $v = 2u$;

2) $u = v$;

3) $v = 2$;

4) $v = 2$.

А) $dS = \sqrt{v^2 + 9}dv$;

Б) $dS = \sqrt{4u^2 + 33}du$;

В) $dS = \sqrt{u^2 + 9}du$;

Г) $dS = du$.

Д) $ds = 2du$.

24) Дано поверхню $x = u\ cosv$, $y = u\ sinv$, $z = u^2$. Установити відповідність «вектор – координати вектора».

1) $\overrightarrow{r_{uv}}$;

2) $\overrightarrow{r_v}$;

3) $\overrightarrow{r_{uu}}$;

4) $\overrightarrow{r_u}$.

А) (*cosv; sinv; 2u*);

Б) (*–u sinv; u cosv; 0*);

В) (*0; -2; 0*);

Г) (-*sinv; cosv* ; *0*);

Д) (*0; 0; 2*).

25) Дано поверхню *x* = *v cosu*, *y* = *v sinu*, *z* = v^2. Установити відповідність «вектор – координати вектора».

1) $\overrightarrow{r_{vv}}$;

2) $\overrightarrow{r_u}$;

3) $\overrightarrow{r_v}$;

4) $\overrightarrow{r_{uu}}$.

А) (-*vsinu; vcosu*; *0*);

Б) *(0; 0; -2);*

В) (v*cosu; vsinu; 0*);

Г) *(0; 0; 2);*

Д) (*cosu; sinu; 2v*).

26) Установити відповідність «аналітичний вираз – поняття».

1) $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$;

2) $dS^2 = E\,du^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2$;

3) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$;

4) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

А) друга квадратична форма;

Б) перша квадратична форма;

В) третя квадратична форма;

Г) сфера;

Д) еліпсоїд.

27) Установити відповідність «аналітичний вираз – поняття».

1) друга квадратична форма;

2) перша квадратична форма;

3) еліпсоїд;

4) сфера.

А) $dS^2 = E\,du^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2$;

Б) $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$;

В) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$;

Г) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$;

Д) $x^2 + y^2 - z^2 = R^2$.

28) Установити відповідність «властивість – вид точки поверхні».

1) кривина поверхні у певній точці дорівнює нулю;

2) повна кривина поверхні у певній точці від`ємна;

3) коефіцієнти квадратичних форм поверхні у певній точці пропорційні;

4) повна кривина поверхні у певній точці додатна.

А) еліптична;

Б) гіперболічна;

В) параболічна;

Г) омбілічна;

Д) емпірична.

29) Установити відповідність «вид точки поверхні – характеристика».

1) параболічна;
2) гіперболічна;
3) омбілічна;
4) еліптична;

А) $LN - M^2 > 0$;
Б) $LN - M^2 < 0$;
В) $LN - M^2 = 0$;
Г) $LN + M^2 = 0$;
Д) $\frac{L}{E} = \frac{M}{F} = \frac{N}{G}$.

30) Дано $dS^2 = E\,du^2 + 2F\,dudv + G\,dv^2$, $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ – перша і друга квадратичні форми поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$. Встановити відповідність: «коефіцієнт – формула для знаходження».

1) L;
2) F;
3) E;
4) M.

А) $\frac{(\overrightarrow{r_u}\ \overrightarrow{r_v}\ \overrightarrow{r_{uu}})}{\sqrt{EG - F^2}}$;
Б) $\overrightarrow{r_u}^2$;
В) $\frac{(\overrightarrow{r_u}\ \overrightarrow{r_v}\ \overrightarrow{r_{uv}})}{\sqrt{EG - F^2}}$;
Г) $\overrightarrow{r_u} \cdot \overrightarrow{r_v}$;
Д) $\overrightarrow{r_v}^2$.

ЧАСТИНА 3. ЗАВДАННЯ НА ВСТАНОВЛЕННЯ ПРАВИЛЬНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ

Виконання завдань цієї форми полягає в необхідності розташування варіантів дій (понять, формул, характеристик) у певній послідовності.

3.1. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

1) Установити правильну послідовність дій для основних етапів моделювання при розв'язуванні задач координатним та векторним методами:

А) складання векторних рівностей, рівнянь та їх систем;

Б) пояснення геометричного змісту одержаного результату;

В) переклад умови задачі на мову координат та векторів;

Г) розв'язування рівнянь та їх систем.

2) Установити послідовність дій для перевірки того факту, що точки лежать на одній прямій:

А) визначити координати точок;

Б) записати пропорції з відповідних координат цих векторів;

В) переконатись в рівності пропорцій;

Г) визначити координати будь-яких двох векторів з цих трьох точок.

3) Установити послідовність дій для знаходження половини площі паралелограма, заданого векторами, спрямованими по діагоналях:

А) знайти половину модуля векторного добутку векторів, спрямованих по сторонам паралелограма;

Б) знайти модуль векторного добутку векторів, спрямованих по сторонам паралелограма;

В) знайти векторний добуток векторів, спрямованих по сторонам паралелограма;

Г) виразити вектори, спрямовані по сторонам паралелограма.

4) Установити послідовність дій для знаходження об'єму тетраедра, заданого координатами своїх вершин:

А) обчислити мішаний добуток векторів, спрямованих по ребрам тетраедра;

Б) виразити вектори, спрямовані по ребрам тетраедра, що виходять з однієї вершини;

В) обчислити одну шосту від модуля мішаного добутку векторів, спрямованих по ребрам тетраедра;

Г) обчислити модуль мішаного добутку векторів, спрямованих по ребрам тетраедра.

5) Установити послідовність дій для знаходження висоти тетраедра, заданого координатами своїх вершин (грань, до якої проведена висота, будемо називати основою):

А) виразити вектори, спрямовані по ребрам тетраедра, що виходять з однієї вершини;

Б) обчислити модуль векторного добутку векторів, спрямованих по ребрам тетраедра, що лежать в основі тетраедра;

В) поділити знайдений об'єм на знайдену площу;

Г) обчислити модуль мішаного добутку векторів, спрямованих по ребрам тетраедра.

6) Установити послідовність дій для знаходження орта вектора бісектриси в трикутнику, заданому координатами своїх вершин:

А) знайти довжини сторін кута, з якого проведена бісектриса;

Б) обчислити координати вектора бісектриси;

В) за формулою складного відношення обчислити координати точки (кінця бісектриси), що належить протилежній стороні;

Г) кожну координату вектора бісектриси розділити на довжину бісектриси.

7) Установити послідовність дій для перевірки взаємного розміщення прямих на площині, заданих з різним типом вихідних даних:

А) скласти рівняння другої прямої;

Б) порівняти коефіцієнти з рівнянь та зробити висновки;

В) звести рівняння прямих до типу «через кутовий коефіцієнт»;

Г) скласти рівняння першої прямої.

8) Дано координати точок A і B та рівняння прямої d. Точки A і B лежать в одній півплощині відносно прямої d. Установити послідовність дій для знаходження точки C на прямій d, щоб сума відстаней CA і CB була найменшою:

А) розв'язати систему рівнянь;

Б) знайти координати точки P, симетричної до точки A відносно прямої d;

В) записати систему рівнянь прямих d і PB;

Г) скласти рівняння прямої PB.

9) Установити послідовність дій для переходу від загального рівняння прямої на площині до канонічної форми:

А) підставляємо усі знайдені дані в рівняння;

Б) підбираємо координати точки, що належить прямій;

В) від вектора нормалі перейти до напрямного вектора;

Г) визначити з рівняння координати вектора нормалі прямої.

10) Установити послідовність дій для перевірки того, що пряму p перетинає відрізок AB, якщо відоме рівняння прямої p та координати точок A і B:

А) підставити координати точки A в ліву частину рівняння прямої;

Б) переконатися, що в правій частині рівняння маємо 0;

В) порівнюємо результати з 0;

Г) підставити координати точки B в ліву частину рівняння прямої.

11) Установити послідовність дій для обчислення висоти BH трикутника ABC, заданого координатами своїх вершин:

А) записати рівняння прямої AC через дві точки;

Б) підставити координати точки B в рівняння прямої AC;

В) поділити результат на довжину вектора нормалі прямої;

Г) переписати рівняння прямої AC в загальному вигляді.

12) Установити послідовність дій для знаходження прямої p, яка проходить через точку перетину прямих a і c перпендикулярно до прямої x:

А) записати рівняння пучка прямих a і c;

Б) використати координатну форму взаємного розміщення прямих p і x;

В) знайти координати вектора нормалі прямої p пучка прямих a і c;

Г) підставити знайдене значення для параметра в рівняння пучка.

13) Установити послідовність дій для знаходження відстані від початку координат до заданої площини:

А) обчислити нормуючий множник;

Б) виписати вільний член з рівняння;

В) домножити ліву і праву частини рівняння площини на нормуючий множник;

Г) виписати координати вектора нормалі площини.

14) Установити послідовність дій для знаходження відстані між паралельними площинами:

А) поділити модуль різниці вільних членів на довжину вектора нормалі;

Б) привести коефіцієнти при змінних в обох рівняннях до однакового вигляду;

В) обчислити довжину вектора нормалі цих площин;

Г) знайти модуль різниці вільних членів з рівнянь площин.

15) Установити послідовність дій для переходу від рівняння прямої, заданої як перетин двох площин, до канонічної форми:

А) знайти векторний добуток векторів нормалей площин, що утворюють шукану пряму;

Б) виписати координати векторів нормалей площин, що утворюють шукану пряму;

В) знайти остаточно координати точки, яка належить прямій;

Г) підставити замість однієї змінної в системі рівняння конкретне значення.

16) Установити послідовність дій для складання рівняння площини, яка проходить через дві паралельні прямі:

А) знайти координати векторів, які належать шуканій площині або їй паралельні;

Б) записати координати точок, які належать цим прямим;

В) спростити записаний детермінант, складений з координат векторів, компланарних до шуканої площини;

Г) записати умову компланарності векторів.

17) Установити послідовність дій для обчислення відстані від точки A до прямої p:

А) виписати координати напрямного вектора прямої p;

Б) знайти координати точки B, як точки перетину прямої p і площини β;

В) обчислити відстань між точками A і B;

Г) скласти рівняння площини β, перпендикулярної до прямої p.

18) Установити послідовність дій для знаходження площини α, яка проходить через лінію перетину площин β і γ перпендикулярно до площини π:

А) записати рівняння пучка площин β і γ;

Б) використати координатну форму взаємного розміщення площин α і π;

В) знайти координати вектора нормалі площини α пучка площин β і γ;

Г) підставити знайдене значення для параметра в рівняння пучка.

19) Установити послідовність дій для знаходження директрис еліпса $x^2 + 3y^2 = 6$:

А) виписати параметри еліпса;

Б) підставити усе в рівняння директрис еліпса;

В) обчислити фокусний параметр;

Г) записати рівняння еліпса в канонічній формі.

20) Установити послідовність дій для знаходження директрис гіперболи $25x^2 - y^2 = 25$:

А) підставити усе в рівняння директрис гіперболи;

Б) записати рівняння гіперболи в канонічній формі;

В) обчислити фокусний параметр;

Г) виписати параметри гіперболи.

21) Установити послідовність дій для знаходження кута між асимптотами гіперболи $4x^2 - 9y^2 = 36$:

А) збільшити знайдений кут вдвічі;

Б) обчислити кут між асимптотою гіперболи та віссю Ox;

В) виписати параметри гіперболи;

Г) записати рівняння гіперболи в канонічній формі.

22) Установити послідовність дій для запису канонічного рівняння еліпса, якщо відомі відстань між фокусами та відстань між директрисами:

А) за відомою відстанню між директрисами та фокусним параметром обчислити довжину великої півосі;

Б) з фокусної відстані обчислити фокусний параметр;

В) підставити усі знайдені параметри в канонічне рівняння еліпса;

Г) обчислити довжину малої півосі.

23) Установити послідовність дій для зведення полярного рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду в прямокутних координатах:

А) виконати підстановку $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$;

Б) звести до спільного знаменника ліву та праву частину рівняння;

В) звільнитись від ірраціональності;

Г) виконати підстановку $\rho cos\varphi = x$.

24) Установити послідовність дій для запису дотичних до параболи $x^2 = 4y$ в точці *(0, -1)*:

А) за типом рівняння параболи записати рівняння дотичних з загальному вигляді;

Б) урахувати, що точка дотику належить параболі;

В) у рівняння дотичних підставити координати заданої точки;

Г) розв'язати систему рівнянь.

25) Установити послідовність дій для запису рівняння дотичної площини до заданої поверхні другого порядку, паралельної до заданої площини:

А) на мові векторів урахувати умову, що дотична і задана площини паралельні;

Б) розв'язати систему рівнянь;

В) урахувати, що точка дотику належить поверхні другого порядку;

Г) за типом поверхні другого порядку записати рівняння дотичної площини в загальному вигляді.

26) Установити послідовність дій для запису рівняння параболоїда обертання, утвореного обертанням параболи навколо заданої осі:

А) позбутись ірраціональності (піднести до квадрату ліву і праву частини рівнянь);

Б) у рівнянні параболи залишити без змін ту змінну, назва якої є в назві осі обертання;

В) відокремити в одну з частин рівняння ірраціональний вираз;

Г) для іншої змінної в рівнянні параболи зробити підстановку певним виразом.

27) Установити послідовність дій для визначення центру поверхні другого порядку:

А) за розв'язком системи класифікувати поверхню другого порядку;

Б) прирівняти частинні похідні до нуля і розв'язати систему цих рівнянь;

В) знайти частинні похідні лівої частини рівняння;

Г) перенести усі доданки в рівнянні поверхні другого порядку в ліву частину.

28) Установити послідовність дій для запису рівняння дотичної площини до заданої поверхні другого порядку, яка проходить через задану точку:

А) підставити координати заданої точки в рівняння дотичної площини;

Б) за типом поверхні другого порядку записати рівняння дотичної площини в загальному вигляді;

В) розв'язати систему рівнянь;

Г) урахувати, що точка дотику належить поверхні другого порядку.

29) Установити послідовність дій для запису рівняння однопорожнинного гіперболоїда обертання, утвореного обертанням гіперболи навколо заданої осі:

А) у рівнянні гіперболи залишити без змін ту змінну, назва якої є в назві осі обертання;

Б) відокремити в одну з частин рівняння ірраціональний вираз;

В) позбутись ірраціональності (піднести до квадрату ліву і праву частини рівнянь);

Г) для іншої змінної в рівнянні гіперболи зробити підстановку певним виразом.

30) Установити послідовність дій для запису рівняння еліпсоїда обертання, утвореного обертанням еліпса навколо заданої осі:

А) у рівнянні еліпса залишити без змін ту змінну, назва якої є в назві осі обертання;

Б) відокремити в одну з частин рівняння ірраціональний вираз;

В) для іншої змінної в рівнянні еліпса зробити підстановку певним виразом;

Г) позбутись ірраціональності (піднести до квадрату ліву і праву частини рівнянь).

3.2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ

1) Установити правильну послідовність дій у відшуканні елементів тригранника Френе:

А) координати вектора головної нормалі $\vec{\vartheta}$;

Б) координати вектора $\vec{r}''$; **В)** координати вектора $\vec{r}'$;

Г) координати вектора бінормалі $\vec{\beta}$.

2) Установити правильну послідовність дій у відшуканні елементів тригранника Френе:

А) рівняння стичної площини;

Б) координати вектора бінормалі $\vec{\beta}$;.

В) координати вектора $\vec{r}''$; **Г)** координати вектора $\vec{r}'$.

3) Установити правильну послідовність дій у відшуканні елементів тригранника Френе:

А) координати вектора головної нормалі ;

Б) координати вектора бінормалі $\vec{\beta}$;

В) координати вектора $\vec{r}'$; **Г)** координати вектора $\vec{r}''$.

4) Установити правильну послідовність дій у відшуканні елементів тригранника Френе:

А) рівняння головної нормалі; **Б)** рівняння бінормалі;

В) координати вектора $\vec{r}''$; **Г)** координати вектора дотичної.

5) Установити правильну послідовність дій у знаходженні елементів тригранника Френе:

А) рівняння головної нормалі; **Б)** рівняння бінормалі;

В) рівняння спрямної площини; **Г)** рівняння дотичної.

6) Установити правильну послідовність дій у знаходженні рівняння дотичної до кривої, яка задана як перетин поверхонь $\begin{cases} \varphi(x;y;z) = 0 \\ \psi(x;y;z) = 0 \end{cases}$:

А) рівняння дотичної; **Б)** координати вектора $\vec{r_\varphi}$;

В) координати вектора $\vec{r_\psi}$; **Г)** координати вектора $\vec{r}'$.

7) Установити правильну послідовність дій у знаходженні рівняння нормальної площини до кривої, яка задана як перетин поверхонь $\begin{cases}\varphi(x;y;z)=0\\ \psi(x;y;z)=0\end{cases}$:

А) рівняння нормальної площини; **Б)** координати вектора $\overrightarrow{r_\varphi}$;

В) координати вектора $\overrightarrow{r_\psi}$; **Г)** координати вектора $\vec{r}\,'$.

8) Установити правильну послідовність дій у відшуканні рівняння бінормалі до кривої, яка задана як перетин поверхонь $\begin{cases}\varphi(x;y;z)=0\\ \psi(x;y;z)=0\end{cases}$:

А) координати вектора $\overrightarrow{r_\psi}$; **Б)** координати вектора $\overrightarrow{r_\varphi}$;

В) координати вектора бінормалі $\vec{\beta}$; **Г)** координати вектора $\vec{r}\,'$.

9) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати вірне твердження щодо *кривини кривої*:

А) яка виражається як модуль вектора другої похідної;

Б) вектор-функції, яка задає криву;

В) регулярна (двічі диференційована) крива;

Г) у кожній своїй точці має кривину, відмінну від нуля.

10) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати вірне твердження щодо *кривини кривої*:

А) кривиною кривої в певній точці називається;

Б) коли остання прямує до нуля;

В) границя відношення приросту кута повороту;

Г) дотичної до приросту довжини дуги.

11) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати вірне твердження щодо *скруту кривої*:

А) скрутом кривої в певній точці називається;

Б) коли остання прямує до нуля;

В) границя відношення приросту кута повороту;

Г) стичної площини до приросту довжини дуги.

12) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати вірне твердження щодо *скруту кривої*:

А) якщо крива задана в натуральній параметризації, то;

Б) скрут буде виражатися формулою $\chi = \frac{(\vec{r}'\,\vec{r}''\,\vec{r}''')}{k^2}$;

В) регулярна (тричі диференційована) крива;

Г) у кожній своїй точці має скрут, відмінний від нуля.

13) Установити правильну послідовність операцій для знаходження елементів супровідного тригранника Френе просторової кривої:

А) відшукання рівняння головної нормалі;

Б) відшукання рівняння бінормалі;

В) відшукання рівняння спрямної площини;

Г) відшукання рівняння дотичної.

14) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати теорему про існування і єдність дотичної до кривої:

А) гладка крива в кожній своїй точці;

Б) визначається вектором першої похідної;

В) має дотичну і до того ж єдину;

Г) напрям дотичної.

15) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати теорему про існування стичної площини до кривої:

А) регулярна (двічі диференційована) крива;

Б) вектор-функції;

В) у кожній своїй точці має стичну площину;

Г) яка визначається векторами першої і другої похідної.

16) Установити правильну послідовність дій для знаходження довжини дуги лінії на поверхні:

А) знаходження квадрата диференціала довжини дуги для даної лінії;

Б) обчислення інтеграла;

В) знаходження диференціала довжини дуги для даної лінії;

Г) знаходження коефіцієнтів І квадратичної форми поверхні.

17) Установити правильну послідовність дій під час виведення формули для обчислення площі поверхні за допомогою І квадратичної форми:

А) знаходження дотичної площини у вибраній точці елементарної частини поверхні;

Б) знаходження площі елементарної частини поверхні в декартових координатах;

В) розбиття поверхні на елементарні частини;

Г) знаходження площі елементарної частини поверхні у криволінійних координатах.

18) Установити правильну послідовність дій для знаходження повної кривини поверхні:

А) знаходження коефіцієнтів II квадратичної форми поверхні;

Б) знаходження коефіцієнтів I квадратичної форми поверхні;

В) знаходження головних кривин;

Г) знаходження добутку головних кривин.

19) Установити правильну послідовність дій для знаходження середньої кривини поверхні $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$:

А) знаходження коефіцієнтів II квадратичної форми поверхні;

Б) знаходження коефіцієнтів I квадратичної форми поверхні;

В) знаходження середнього арифметичного головних кривин;

Г) знаходження головних кривин.

20) Установити правильну послідовність кроків при виведенні формули нормальної кривини кривої на поверхні:

А) $\vec{r}_{ss} \cdot \vec{n} = k \cdot |\vec{\vartheta}| \cdot |\vec{n}| \cdot cos\theta, \theta$ – кут між векторами $\vec{\vartheta}, \vec{n}$;

Б) $L = \overrightarrow{r_{uu}} \cdot \vec{n}, M = \overrightarrow{r_{uv}} \cdot \vec{n}, N = \overrightarrow{r_{vv}} \cdot \vec{n}$;

В) $\vec{\vartheta} = \frac{\overrightarrow{r_{ss}}}{k}$, κ – кривина кривої; **Г)** $\vec{r}_{ss} \cdot \vec{n} = k \cdot \vec{\vartheta} \cdot \vec{n}$.

21) Установити правильну послідовність дій для знаходження ліній кривини:

А) складання диференціального рівняння;

Б) знаходження коефіцієнтів II квадратичної форми поверхні;

В) знаходження коефіцієнтів I квадратичної форми поверхні;

Г) знаходження головних напрямків.

22) Установити правильну послідовність дій для знаходження асимптотичних ліній:

А) знаходження коефіцієнтів I квадратичної форми поверхні;

Б) знаходження коефіцієнтів II квадратичної форми поверхні;

В) складання диференціального рівняння;

Г) знаходження асимптотичних напрямків.

23) Установити правильну послідовність дій під час знаходження першої квадратичної форми поверхні:

А) знаходження коефіцієнта E;

Б) запис першої квадратичної форми поверхні;

В) знаходження коефіцієнта F;

Г) знаходження координат векторів $\vec{r_u}$ та $\vec{r_v}$.

24) Установити правильну послідовність дій під час знаходження другої квадратичної форми поверхні:

А) знаходження коефіцієнта M;

Б) знаходження коефіцієнтів першої квадратичної форми поверхні;

В) знаходження коефіцієнта L;

Г) запис другої квадратичної форми поверхні.

25) Установити правильну послідовність дій для складання рівняння дотичної площини до поверхні в точці A(x_0, y_0; z_0):

А) знаходження координат векторів $\vec{r_u}$ та $\vec{r_v}$;

Б) знаходження значень координат векторів $\vec{r_u}$, $\vec{r_v}$ у точці A;

В) зведення рівняння дотичної площини до загального вигляду;

Г) складання рівняння дотичної площини до поверхні в точці A(x_0, y_0; z_0).

26) Установити правильну послідовність висловів для того, щоб сформулювати теорему Меньє:

А) кривині кривої, що проходить в цьому напрямку;

Б) нормальна кривина поверхні у будь-якому її напрямку дорівнює;

В) помноженій на косинус кута між головною нормаллю цієї кривої і;

Г) нормаллю до поверхні в даній точці.

27) Установити правильну послідовність операцій для знаходження довжини дуги лінії на поверхні:

А) обчислення інтеграла;

Б) знаходження квадрата диференціала довжини дуги для даної лінії на поверхні;

В) знаходження диференціала довжини дуги для даної лінії на поверхні;

Г) знаходження коефіцієнтів I квадратичної форми поверхні.

28) Установити правильну послідовність операцій для встановлення другої квадратичної форми поверхні:

А) знаходження коефіцієнта M;

Б) знаходження коефіцієнтів першої квадратичної форми поверхні;

В) знаходження коефіцієнта L;

Г) запис другої квадратичної форми поверхні.

29) Установити правильну послідовність операцій у виведенні формули для обчислення площі поверхні за допомогою I квадратичної форми:

А) знаходження дотичної площини у вибраній точці елементарної частини поверхні;

Б) знаходження площі елементарної частини поверхні в декартових координатах;

В) розбиття поверхні на елементарні частини;

Г) знаходження площі елементарної частини поверхні у криволінійних координатах.

30) Установити правильну послідовність дій для знаходження повної кривини поверхні:

А) знайти коефіцієнти II квадратичної форми поверхні;

Б) знайти коефіцієнти I квадратичної форми поверхні;

В) знайти головні кривини;

Г) знайти добуток головних кривин.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Александров А. Д. Геометрия / Александров А. Д., Нецветаев Н. Ю. – М. : Наука, 1990.
2. Атанасян Л. С. Геометрия / Атанасян Л. С., Гуревич Г. Б. – М. : Просвещение, 1976.
3. Атанасян Л.С. Геометрия : учеб. пособ. для студ. физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Атанасян Л. С., Базылев В. Т. – В 2-х ч. – М. : Просвещение, 1987.
4. Атанасян Л. С. Сборник задач по геометри / Атанасян Л. С., Васильева М. В. – М. : Просвещение, 1975.
5. Базылев В. Т. Сборник задач по геометри / В. Т. Базылев. – М. : Просвещение, 1980.
6. Базылев В. Т. Геометрия / Базылев В. Т., Дуничев К. И. – М. : Просвещение, 1975.
7. Бакельман И. Я. Введение в дифференциальную геометрию в целом / И. Я. Бакельман. – М. : Наука, 1973.
8. Білоусова В. П. Аналітична геометрія / Білоусова В. П., Ільїн І. Г., Сергунова О. П., Котлова В. М. – К. : Рад. шк., 1957. – 382 с.
9. Болтянский В. Г. Наглядная топология / Болтянский В. Г., Ефремович В. А. – М. : Наука. 1982.
10. Борисевич Ю. Г. Введение в топологию : учеб. пособ. / Ю. Г. Борисевич. – М. : Высшая школа, 1980.
11. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія / О. А. Борисенко. – Х. : Основа, 1995. – 304 с.
12. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії : навч. посіб. / Боровик В. Н., Яковець В. П. – Суми : ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с.
13. Вища математика : навч. посіб. / Ф. М. Лиман, В. Ф. Власенко, С. В. Петренко та ін. ; за заг. ред. Ф. М. Лимана. – Суми : ВТД «Університетська книга», 2005. – 614 с.
14. Гриньов Б.В. Аналітична геометрія : підруч. для вищих техн. навч. закл. / Гриньов Б. В., Кириченко І. К. ; за ред. О. М. Литвина. – Харків : Гімназія, 2008. – 340 с.
15. Гриньов Б.В. Векторна алгебра : підруч. для вищих техн. навч. закл. / Гриньов Б. В., Кириченко І. К. ; за ред. О. М. Литвина. – Харків : Гімназія, 2008. – 164 с.
16. Кованцов М. І. Диференціальна геометрія / М. І. Кованцов. – К. : Вища школа, 1973. – 276 с.

17. Кованцов Н. И. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ : сборник задач / Н. И. Кованцов. –К. : Высшая школа. 1982.
18. Мищенко А. С. Курс дифференциальной геометрии и топологи / А. С. Мищенко. – М. : Изд-во МГУ, 1980. – 184 с.
19. Мищенко А. С. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологи / А. С. Мищенко. – М. : Изд-во МГУ, 1981.
20. Моденов П. С. Сборник задач по дифференциальной геометри / П. С. Моденов. – М. : Учпедгиз, 1949.
21. Лелон-Ферран Ж. Основания геометри / Ж. Лелон-Ферран. – М. : Мир, 1989.
22. Погорелов А. В. Геометрия : учеб. пособ. для студ. вузов, обучающихся по спец-ти „Математика" / А. В. Погорелов. – М. : Наука. Глав. ред. физико-математической лит-ры, 1983. – 176 с.
23. Погорелов А. В. Лекции по дифференциальной геометри / А. В. Погорелов. – Харьков : Изд-во ХГУ, 1964.
24. Польский Н. И. О различных геометриях / Н. И. Польский. –К. : Изд-во АН УССР, 1962.
25. Рашевский П. К. Курс дифференциальной геометри / П. К. Рашевский. – М.-Л. : ГИТТЛ, 1970. – 342 с.
26. Розедорн З. Р. Задачи по дифференциальной геометри / З. Р. Розедорн. – М. : Наука, 1971.
27. Рудавський Ю. К. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. підруч. / Рудавський Ю. К., Костровій П. П., Луник Х. П., Уханська Д. В. – Львів : Вид-во «Бескид Біт», 2002. – 262с.
28. Сборник задач и упражнений по дифферинциальной геометри / под. ред. В.Т. Воднева. – Минск : Выш. школа, 1970. – 376 с.
29. Сборник задач по дифференциальной геометри / под. ред. А. С. Феденко. – М. : Наука, 1979. – 272 с.
30. Франовський А. Ц. Диференціальна геометрія : курс лекцій для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. – Житомир: Поліграфічний центр ЖДПУ, 2001. – 84 с.
31. Франовський А. Ц. Диференціальна геометрія: практикум з розв'язування задач. – Житомир : Поліграфічний центр ЖДПУ, 2001. – 64 с.
32. Яковець В. Аналітична геометрія : навч. посіб. / Яковець В. П., Боровик В. Н., Ваврикович Л. В. – Суми : ВТД «Університетська книга», 2004. – 296 с.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Королюк Олена Миколаївна
Прус Алла Володимирівна
Фонарюк Олена Василівна
Чемерис Ольга Анатоліївна

Геометрія в тестах

практикум для організації самостійної роботи студентів

Надруковано з оригінал-макета авторів

Підписано до друку 01.07.18. Формат 60x90/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman. Друк різографічний.
Ум. друк. арк. 15.0. Обл. вид. арк. 13.0. Наклад 100. Зам. 76.

Видавництво Житомирського державного університету імені Івана Франка
м. Житомир, вул. Велика Бердичівська, 40
Свідоцтво про державну реєстрацію:
серія ЖТ №10 від 07.12.04 р.
електронна пошта (E-mail): zu@zu.edu.ua