Чемерис О. А.,

кандидат педагогічних наук, доцент

МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ У ВИКЛАДАННІ ДИСЦИПЛІН ГЕОМЕТРИЧНОГО ЦИКЛУ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ

Сучасне суспільство має потребу у високоосвічених і мотивованих фахівцях, здатних виконувати відповідні функції в державних і приватних організаціях, тому роботодавці зацікавлені в забезпеченні високої якості підготовки майбутніх фахівців.

Підготовка майбутніх учителів – поняття широкоаспектне, воно включає в себе фундаментальну, психолого-педагогічну, методичну, інформаційно-технологічну, практичну та соціально-гуманітарну підготовки. Зміст фундаментальної підготовки передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю у класичних університетах і базується на новітніх досягненнях науки.

Професійна підготовка визначається як процес формування спеціаліста для однієї з галузей трудової діяльності, який пов'язаний з оволодінням певним родом занять, професією [1, с. 549]. У сучасній психолого-педагогічній літературі існує декілька підходів до визначення сутності професійної підготовки. Психологи розглядають її як засіб приросту індивідуального потенціалу особистості, розвитку резервних сил, пізнавальної й творчої активності на основі оволодіння загальнонауковими та професійно значущими знаннями, вміннями й навичками. Представники педагогічної науки вбачають сутність такої підготовки у набутті людиною професійної освіти, що є результатом засвоєння інтелектуалізованих знань, умінь та формування необхідних особистісних професійних якостей. Всебічний аналіз професійної підготовки проведений у працях В.А. Семиченко. Вона розглядає її в трьох аспектах: як процес, в ході якого відбувається професійне становлення майбутніх спеціалістів; як мету і результат діяльності вищого навчального закладу; як сенс включення студента у навчально-виховну діяльність [2].

Професійна підготовка для різних освітньо-кваліфікаційних рівнів визначається галузевими стандартами вищої педагогічної освіти та стандартами вищої освіти вищого навчального закладу. Як показав аналіз спеціальної літератури, професійна підготовка в технічному вищому навчальному закладі поділяється на три головні напрями: фундаментальна, гуманітарна, професійно-практична [3]. Професійно-педагогічна підготовка, що здійснюється в педагогічних навчальних закладах, складається з фундаментальної, психолого-педагогічної, методичної, інформаційно-технологічної, практичної й соціально-гуманітарної [4].

Оскільки предметом нашого дослідження є фундаментальна підготовка, розкриємо зміст даної категорії більш детально.

Назва *фундаментальна* походить від іменника *фундамент* (з лат. *fundamentum* – основа) – головне, істотне, що лежить в основі чого-небудь, на чому ґрунтується, базується щось [5, с. 511].

На сучасному етапі розвитку системи освіти йде пошук шляхів забезпечення якості фундаментальної освіти, яку академік В.А. Садовнічий розглядає як таку, що дає можливість людині в подальшому самостійно працювати, навчатися та переучуватися. Саме людина знає закони природи, закони розвитку суспільства, вміє логічно міркувати, аналізувати та пов'язувати факти, приймати рішення, вивчати явища з наукової точки зору. Таку освіту забезпечують фундаментальні науки [6, с. 7].

В Українській радянській енциклопедії (1985) читаємо, що всі науки можна поділити на *фундаментальні* та прикладні. Функція фундаментальних наук полягає в пізнанні законів реальної дійсності в "чистому вигляді", безвідносно до їх можливого практичного застосування (саме тому ці науки називають "чистими"). Фундаментальні науки покликані пояснювати навколишній світ, а прикладні, спираючись на їх досягнення, – перетворювати, змінювати його [7, с. 73].

У фундаментальних науках пошук законів здійснюється шляхом створення інваріантних, ідеалізованих моделей, які перевіряються на практиці спеціалістами, що проектують та реалізують їх у власній діяльності [8, с. 13].

Як зазначають В. Бабак, Е. Лузік, фундаментальна підготовка є загальнонауковою основою формування особистості, спрямованої на відтворення інтелектуального потенціалу суспільства, його системи цінностей, традицій і забезпечення внутрішнього зв'язку часу від покоління до покоління [9, с. 79].

Фундаментальна підготовка передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю у класичних університетах і базується на новітніх досягненнях науки [4].

На сучасному етапі розвитку системи вищої освіти фундаментальна підготовка створює умови для науково обґрунтованих рішень суспільства. Головним завданням фундаментальної підготовки є вивчення законів природи й сучасне обґрунтування можливостей їх практичного використання, що й визначає її функціональний напрям. Тоді відповідно до характеру свого предмета в ході фундаментальної підготовки в процесі навчання реалізуються дві цілі:

- визначення сутності явищ природи й пізнання їх законів (тактична мета);
- обґрунтування можливості на практиці використовувати пізнані закони (стратегічна мета).

Сформульовані цілі та завдання вказують на місце фундаментальної підготовки в системі університетської освіти – об'єднання фундаментальності, ступеневості пізнання і його професійної спрямованості. Оновлений зміст фундаментальної підготовки має містити проблемно орієнтовані курси, реалізація яких потребує від студентів та викладачів міждисциплінарного синтезу й об'ємного поліпредметного системного бачення [9, с. 80].

У цілому вивчення дисциплін, що є складовими фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики, спрямоване на формування загальної математичної культури, необхідної майбутньому вчителеві математики, оволодіння комплексом математичних методів та розвиток навичок застосування їх на практиці, розгортання теоретичних основ для прикладних наукових досліджень, забезпечення зв'язку з методичною підготовкою.

Аналіз наукових джерел, навчальних планів, програм ряду вищих педагогічних навчальних закладів дав можливість визначити особливості фундаментальної підготовки майбутніх фахівців, у томі числі й учителів. Протягом останніх десятиріч мали місце такі своєрідності:

- зміна кількості годин від значного збільшення до значного зменшення на користь введених спецкурсів;
- перерозподіл годин між окремими дисциплінами;
- введення нових дисциплін шляхом від'єднання окремих розділів від традиційно існуючих дисциплін тощо [10].

Як зазначає М. Корець, якість фундаментальної підготовки визначається не обсягом спеціальної навчальної дисципліни (кількість годин, що відводиться), а відбором структурованого навчального матеріалу, достатнього для послідовного опанування основними її положеннями як наукової системи, та вибором оптимальних шляхів реалізації навчального процесу [11, с. 50].

На думку Н.В. Кузьміної, якість освіти в цілому, й фундаментальної підготовки зокрема, залежить й від компетентності, умілості, майстерності спеціалістів освіти. Їх підготовку здійснюють викладачі класичних університетів (для всіх типів та рівнів професійних і загальноосвітніх навчальних закладів); педагогічних університетів – учителів, вихователів, викладачів для загальноосвітніх шкіл, професійних коледжів, додаткової освіти тощо [8, с. 37].

Із зазначеного вище робимо попередній висновок, що якість фундаментальної підготовки залежить від оптимального підбору змісту, від шляхів реалізації навчальних дисциплін (технології, методичної системи тощо), від компетентності фахівців вищих навчальних закладів, від її гуманістичної спрямованості.

Таким чином, *якість фундаментальної підготовки майбутнього вчителя математики* будемо розглядати як глибоке засвоєння спеціально відібраного, структурованого теоретичного матеріалу з основ спеціальності у ході спеціально організованого, гуманістично спрямованого навчального процесу й набуття таких умінь та навичок, яке створює передумови для їх реалізації за будь-яких обставин та в будь-який час, формування необхідних особистісних професійних якостей учителя математики.

Професор О.Г. Величко, підсумовуючи вище наведені фактори впливу на якість підготовки майбутніх фахівців, а отже й вчителів, наводить наступні рекомендації для викладачів:

- прийняття студентів як рівноправних партнерів та забезпечення студентам відповідного середовища;
- прищеплення студентам почуття відповідальністю та їх значимості;
- створення студентам середовища, де вони змогли б виявити свої сильні сторони й нейтралізувати слабкі;
- надання допомоги студентам у навчанні завдяки командній роботі;
- залучення студентів і викладачів до процесу прийняття рішень, що мають відношення до них самих;
- надання студентам можливості поділитися своїм ентузіазмом, мріями з викладачами, адміністрацією [12, с. 221].

Пошук певних груп факторів дозволить вдосконалити систему, форми й методи організації навчального процесу майбутніх фахівців і дозволить реалізувати певну технологію, націлену на забезпечення якості освітнього процесу.

В останні роки підходи до проблеми "якість освіти" надмірно концентруються навколо стандартів (облікова кваліфікаційна картка, облікова кваліфікаційна характеристика тощо) для всіх спеціальностей підготовки фахівців у вищих навчальних закладах та перевіркою їх виконання центральними інституціями. В Україні практично не враховують широкі можливості самих колективів вищих навчальних закладів і громадськості. Практично відсутня незалежна відкритість навчальних закладів, усвідомлення необхідності звітуватися і відповідати не лише перед Міністерством освіти і науки України, а й перед тими групами населення, які найбільше зацікавлені в якості навчально-виховного процесу і високій компетентності випускників університетів, – роботодавцями, батьками студентів тощо [13, с. 45].

IV. ПЕРЕЛІК КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ВИПУСКНИКА

Інтегральна компетентність	**ІК.** Здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у сфері професійної діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування певних теорій та методів математичної науки і характеризується комплексністю та невизначеністю педагогічних умов організації навчально-виховного процесу в основній (базовій) середній школі.
Загальні компетентності	**ЗК 1.** Здатність до пошуку інформації, її аналізу та критичного оцінювання. **ЗК 2.** Здатність застосовувати набуті знання в практичних ситуаціях. **ЗК 3.** Здатність до самовдосконалення та саморозвитку. **ЗК 4.** Здатність діяти етично, соціально відповідально та свідомо. **ЗК 5.** Здатність використовувати інформаційно-комунікаційні технології. **ЗК 6.** Здатність до адаптації та дії в новій ситуації на основі креативності. **ЗК 7.** Здатність вільно спілкуватися державною мовою (усно та письмово). **ЗК 8.** Здатність розв’язувати поставлені професійні завдання в колективі, під керівництвом лідера. **ЗК 9.** Здатність використовувати знання іноземної мови в освітній діяльності.
Спеціальні (фахові, предметні) компетентності	**ПК 1.** Здатність використовувати математичні інструменти для розв’язування прикладних задач. **ПК 2.** Здатність формулювати наукову проблему, аналізувати її та синтезувати рішення. **ПК 3.** Здатність до аналізу, співставлення, порівняння педагогічних явищ, формування сучасного педагогічного мислення**.** **ПК 4.** Здатність до здійснення цілеспрямованої діяльності з проектування та організації педагогічного процесу, окремих його складових відповідно до цілей, задач середньої освіти та розробки нормативної, організаційної й навчально-методичної документації. **ПК 5.** Здатність розробляти методичні та дидактичні матеріали, що використовуються учнями в навчальному процесі. **ПК 6.** Здатність володіти методикою аналізу навчально-виховної діяльності у ЗОШ, проведення педагогічної діагностики та моніторингу якості освіти. **ПК 7.** Здатність визначати рівень особистісного і професійного розвитку; планувати та здійснювати власне наукове дослідження, присвячене суттєвій проблемі навчання математики у середній школі. **ПК 8.** Здатність представляти результати досліджень у вигляді звітів і публікацій державною та однією з іноземних мов. **ПК 9.** Здатність використовувати теоретичні знання та практичні навички застосування комунікативних технологій, ораторського мистецтва та риторичної комунікації для здійснення ділових комунікацій у професійній сфері.

	ПК 10. Здатність створювати належний психологічний клімат в класі; виявляти шляхи оптимізації управління навчально-виховним процесом та створювати умови для їх реалізації. **ПК 11.** Здійснювати педагогічний супровід процесів соціалізації та професійного самовизначення учнів, підготовки їх до свідомого вибору життєвого шляху.

Протягом останніх десятиріч сформувалися певні стереотипи, які вказують на досягнення якості в освіті, а саме:

- пошук шляхів підвищення якості являє собою різноманітні зусилля, які включають всі види діяльності в навчанні;
- набутий досвід роботи, знання, якими ми володіємо, вміння, які ми використовуємо, і наше ставлення до проблеми забезпечення якості – усе це бере свій початок в освіті, яку ми отримали раніше;
- світова конкуренція вимагає змін в організації навчання: революція якості примусила освітянські установи переглянути мету свого існування;
- умови навчання мають бути такими, щоб людина, яка хоче навчатися, була впевнена, що вона зможе зробити все, що потрібно для підвищення якості підготовки [42, с. 228].

Питання якості освіти вимагає налагодження системи моніторингу освіти, головною метою якої є збирання, оцінювання та аналіз її якісних показників на всіх рівнях функціонування, виявлення причин такого стану, поширення й доступу до цієї інформації громадськості, всіх користувачів освітніх послуг, поліпшення управління для підвищення якісних показників в освіті. За результатами моніторингу якості освіти органи управління отримують інформацію про стан освітньої системи та її окремих складових, виявляють проблеми, що виникли в процесі запровадження педагогічних інновацій, прогнозують майбутні зміни [152; 153].

В останнє десятиріччя значно збільшилася кількість досліджень щодо проблеми педагогічної підготовки майбутнього вчителя, який досконало володіє професійними знаннями, вміннями та навичками, виробляє свій індивідуальний стиль роботи, моделює свою майбутню діяльність, тобто проблема забезпечення якості освіти набула конкретної спрямованості, а саме виділилась проблема забезпечення якості підготовки майбутніх учителів [140].

Фундаментальна підготовка майбутнього вчителя математики передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю вищих педагогічних навчальних закладів та класичних університетів і базується на новітніх досягненнях науки. Для майбутнього вчителя математики згідно з навчальним планом, прийнятим Житомирським державним університетом імені Івана Франка, такими дисциплінами є елементарна математика, математичний та комплексний аналіз, різні розділи геометрії, лінійна алгебра, алгебра і теорія чисел, дискретна математика, диференціальні рівняння, теорія ймовірностей та математична статистика, вибрані питання окремих дисциплін, історія математики, ряд спецкурсів (основи векторного й тензорного аналізу, задачі з параметрами, основи наукових досліджень тощо).

Проаналізувавши навчальні плани та програми, розроблені кафедрами математики й математичного аналізу Житомирського державного університету імені Івана Франка, визначимо особливості фундаментальної підготовки на прикладі геометрії, математичного аналізу та алгебри й теорії чисел.

Діючі тематичні плани з вибраних дисциплін складені на основі раніше діючих програм із врахуванням сучасних вимог до загальноосвітньої і професійної підготовки вчителя математики, міжпредметних зв'язків і зв'язку із шкільним курсом математики, досвіду викладання в педагогічних вищих закладах освіти. Принципово вони відрізняються від попередніх більшою детальністю і гнучкістю, оскільки включають інваріантну обов'язкову і варіативну на вибір кафедри, викладача частини, а також кількістю годин [199].

Наведемо порівняльну характеристику розподілу загальних годин для спеціальності "Математика. Фізика" згідно з навчальними планами Житомирського державного університету імені Івана Франка для основних (базових) математичних дисциплін (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Розподіл годин для математичних дисциплін

(спеціальність "Математика. Фізика")

Навчальні роки	Статус навчального закладу	Математичний аналіз	Геометрія	Алгебра і теорія чисел
1993-1994 н.р.	педагогічний інститут	392	270	238
2000-2001 н.р	педагогічний університет	816	480	405
з 2004 р. по н.ч.	класичний університет	702	402	200

Збільшення на певному етапі кількості годин пояснюється включенням до навчальної дисципліни окремих питань сучасної науки (так, для математичного аналізу – теми з функціонального аналізу, для геометрії – питань основ геометрії тощо) та введенням як обов'язкової самостійної контрольної роботи, написання якої передбачає самостійне опрацювання теоретичного матеріалу з самостійним розв'язуванням задач. Частково зменшення годин з 2004 року пов'язане з їх перерозподілом між основними дисциплінами та введеними спецкурсами (для математичного аналізу та геометрії) або поділом дисципліни на дві самостійні (від алгебри й теорії чисел відокремлено лінійну алгебру).

Спираючись на запропоновані теоретичні положення та специфіку курсу "Проективна геометрія", дамо характеристику змістового компонента предметної технології науково-методичного супроводу.

У цілому компонент являє собою систему особистісно-привласнених студентом фізико-математичного факультету *якісних знань* із фундаментальних дисциплін. Головною ознакою таких знань є багатофункціональність. Це не просто інформація, що пасивно зберігається в пам’яті, а засіб регуляції практичної діяльності, який полягає в нестандартному застосуванні засвоєних знань. Висока насиченість теоретичними знаннями, які включають в себе аксіоми, основні теореми, леми, правила з обов'язковою реалізацією їх через уміння й навички – це особливість змістового компонента, що розглядається.

Сама предметна галузь надає необмежені можливості для інтелектуального розвитку, тренування вмінь аналізувати, синтезувати, абстрагувати, класифікувати, систематизувати, узагальнювати, планувати, а відпрацьовані вміння можна з успіхом переносити зі світу абстракції у реальний світ.

Зміст навчальних предметів необхідно насичувати таким матеріалом, який буде сприяти послідовній багатоланковій диференціації когнітивних структур і їх подальшій інтеграції. Іншими словами, бажано, щоб навчальний матеріал мав потенційну можливість до диференціації й інтеграції інформації, тобто до збільшення елементів розумової діяльності (дій, операцій і пізнавальних результатів) з подальшим їх упорядкуванням, структурним ієрархізованим об'єднанням [264, с. 30-33]. Це може здійснюватися на рівні конкретизації й узагальнення, систематизації знань, класифікації понять тощо.

Наприклад, логічний каркас програми з геометрії складається з ряду розділів: аналітична геометрія на площині та в просторі, основи геометрії, конструктивна, проективна та диференціальна геометрії. Цей курс повинен створювати в студентів максимально повне і цілісне сприймання математичної науки (від Евкліда до наших часів).

Розглянемо зміст навчальних фундаментальних дисциплін на прикладі проективної геометрії.

У нині діючих підручниках з вищої геометрії для фізико-математичних спеціальностей вищих закладів освіти не завжди звертається увага на зв'язок університетського та шкільного курсів геометрії, який значною мірою сприяє покращенню якості фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики. Особливо відчутною для студентів ця проблема стає при вивченні питань проективної геометрії, які найбільш відірвані від теорії та методики викладання геометрії в школі. Тому виникає потреба в такому викладанні теоретичних питань курсу проективної геометрії, який запропоновано в складеній навчальній програмі, розробленій на базі кафедри математики ЖДУ імені Івана Франка (див. табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Навчальна програма курсу проективної геометрії

з\п	*Тема*	*Лекції (год.)*	*Практ. (год.)*
	Проективний простір	3	
	Теорема Дезарга	2	2
	Складне відношення чотирьох елементів форм І-го ступеня	2	4
	Повний чотирьохвершинник	1	
	Проективна відповідність	3	2
	Інволюція	4	2
	Проективні перетворення форм ІІ-го ступеня	3	
	Перспективні колінеації й гомології	3	4
	Проективна теорія кривих ІІ-го порядку	6	8
0	Полюси й поляри кривої ІІ-го порядку	3	2
1	Афінна і метрична геометрія з проективної точки зору	4	
Контрольна робота			2
Усього		34	26

Завдання курсу проективної геометрії у вищому освітньому закладі – розширення та поглиблення знань студентів щодо геометричних перетворень, їх інваріантів, обґрунтування необхідності розширення евклідового простору введенням невласних елементів (точок, прямих, площин) та побудови проективного простору й проективної геометрії в цілому. Навчальна програма включає основні поняття та методи проективної геометрії, головним з яких є метод центральної проекції. Саме тому вивчення проективної геометрії починається з перетворення центральної проекції і проективних властивостей фігур, які зберігаються при довільних центральних проекціях. Запропонована концепція викладу курсу проективної геометрії дозволяє тісно пов’язати нові поняття й теореми проективної геометрії з матеріалом елементарної геометрії, що має важливе значення в системі фахової підготовки майбутніх учителів математики.

Взявши евклідовий простір за основний в побудові проективного простору ми відмовилися від аксіоматичного методу побудови геометрії. Центральне місце в програмі займають принципи двоїстості, теорема Дезарга, подвійне (складне) відношення, гармонізм, проективні відповідності форм першого ступеня (колінеації), проективна теорія кривих другого порядку. Детально розглянута з проективної точки зору побудова афінної і метричної геометрії, яка має безпосереднє відношення до курсу елементарної (шкільної) геометрії. Кожна із зазначених геометрій (афінна й метрична) визначається своєю групою (за означенням Клейна). У побудованій груповій класифікації проективних перетворень містяться афінна, метрична група і група рухів.

Поданий змістовий компонент відповідає цілям, що визначені потребами розвитку суспільства, науки, культури та особистості; проявляється у введенні до нього тих знань, умінь і навичок, які відповідають сучасному рівню розвитку соціуму, наукового знання й забезпечують можливості особистісного зростання майбутнього фахівця.

Безумовно, впровадження етапу предметних технологій технології забезпечення якості фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики передбачає не тільки засвоєння змісту комплексу навчальних дисциплін, але й певну організацію педагогічного процесу, використання форм, методів, засобів, що забезпечують творчий розвиток, соціальне, культурне становлення студента, а також підвищують якість фундаментальної підготовки в цілому.

ТЕОРЕМА ПАСКАЛЯ У РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ З ПРОЕКТИВНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ГІПЕРБОЛУ І ПАРАБОЛУ

Самим істотним компонентом процесу розв'язання практичних задач з будь-якого розділу геометрії є застосування математичного моделювання, яке розглядають як засіб наукового дослідження та навчального пізнання, необхідний для утворення математичних абстракцій при введенні математичних понять та як метод розв'язування прикладних задач [1, с. 35].

Одним із базовими понять теми «Проективна відповідність форм другого ступеня» є категорія «ряд точок другого порядку (лінія другого порядку)», яку використовують для означення наступної геометричної фігури.

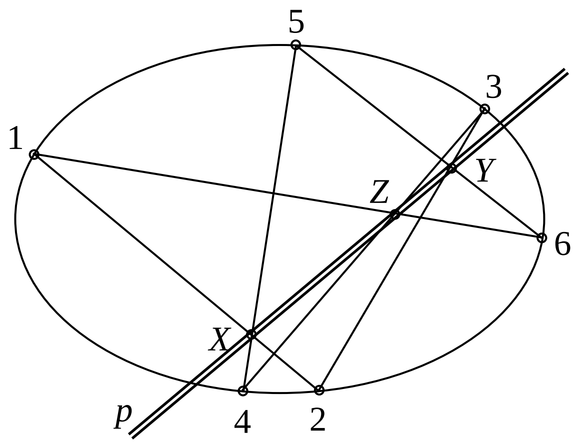


Рис. 1. Шестивершинник

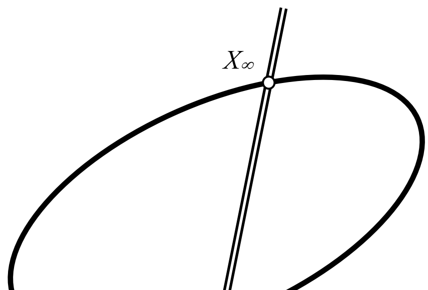
Фігура, яка складається із шести точок ряду другого порядку і шести відрізків, які послідовно з’єднують ці точки, називається *шестивершинником* (шестикутником), вписаним у лінію другого порядку (див. рис. 1).

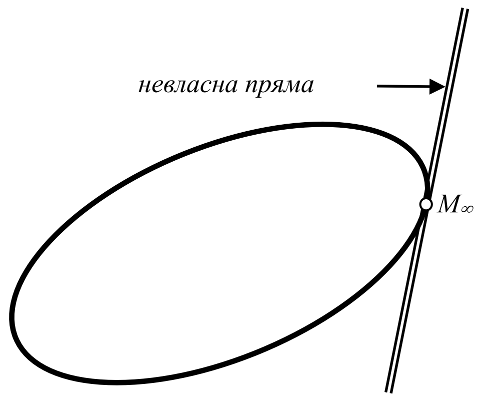
Довільний шестивершинник, вписаний у лінію другого порядку, має властивість, сформульовану Б. Паскалем, що точки перетину пар протилежних сторін лежать на одній прямій (прямій Паскаля) (див. рис. 1). Тому якщо вершини шестикутника (точки) занумерувати від 1 до 6, то матимемо таку *модель-схему для розв’язування задач на теорему Паскаля:*

$$\left.\begin{array}{l}(1,2)\cap(4,5)=X\\(2,3)\cap(5,6)=Y\\(3,4)\cap(6,1)=Z\end{array}\right\}\text{ – пряма Паскаля } p.$$

Теорема Паскаля залишається правильною і в тих випадках, коли шестивершинник, вписаний в лінію другого порядку, вироджується в п’яти-, чотири-, тривершинник при суміщенні двох і більше вершин або коли лінія другого порядку розпадається на дві лінії першого порядку. Якщо дві вершини зближаються і в граничному випадку збігаються, то сторона, якій належали ці дві точки, стає дотичною до ряду другого порядку в цій точці.

Утворення ліній другого порядку (гіперболи, параболи) з проективної точки зору можна пояснити на прикладі перетину невласної прямої з еліпсом (це буде модель, яку ми на афінній площині подаємо як перетин еліпса і власної прямої) (див. рис. 2, 3).

Вважатимемо *гіперболічним* ряд другого порядку, якщо дві його	

довільні точки розміщені на невласній прямій	**Рис. 2. Модель гіперболи**
Вважатимемо *параболічним* ряд другого порядку, якщо одна його довільна точка розміщені на невласній прямій	 **Рис. 3. Модель параболи**

Наведемо приклади задач із поданим вище типом моделювання.

Задача 1. Дано дві власні точки *A і B* і невлану точку C_∞ параболи. Через точку *A* проведено дотичну t_A до параболи і відмінну від неї пряму *a*. Побудувати другу точку прямої *a* з параболою.

Розв'язання.

Опишемо розв'язання даної задачі на моделі. Парабола – це крива II-го порядку, яка дотикається до невласної прямої (див. рис. 3). Занумеруємо задані точки та застосуємо схему за теоремою Паскаля (див. рис. 4).

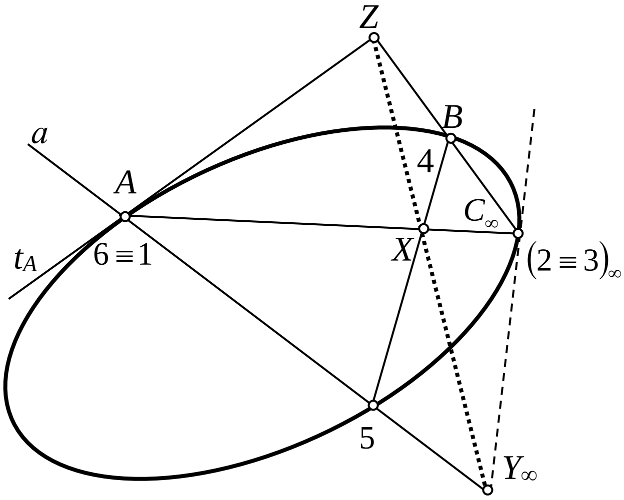


Рис. 4. Розв'язання задачі 1 на моделі

Згідно даних в умові маємо: $A \equiv 6 \equiv 1$, $t_A \equiv (6{,}1)$, $C_\infty \equiv (2 \equiv 3)_\infty$, $a \equiv (5{,}6)$, $B \equiv 4$. Шуканою буде точка 5.

Використовуємо схему: $(2_\infty, 3_\infty) \cap (5{,}6) = Y_\infty$, $(6{,}1) \cap (3_\infty, 4) = Z$. $Y_\infty Z \equiv p$ – пряма Паскаля. Тому $(1, 2_\infty) \cap p = X$, а $(X, 4) \cap (5{,}6) \equiv 5$ – шукана точка.

Виконаємо тепер побудову в проективній площині (згідно описаної послідовності дій) (див. рис. 5).

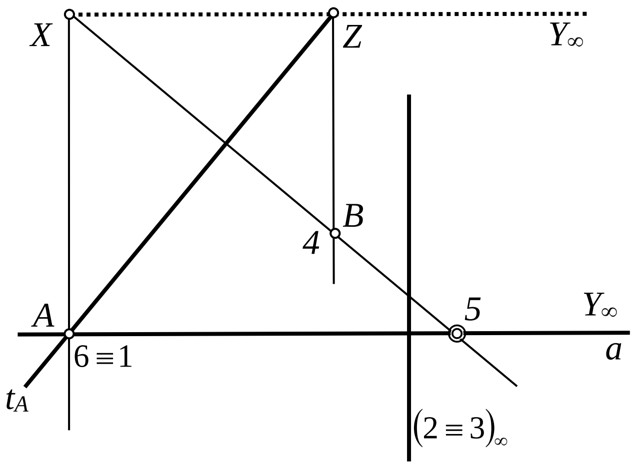


Рис. 5. Розв'язання задачі 1 на проективній площині

Задача 2. Дано чотири точки гіперболи, з них дві власні – *A, B* та дві невласні – C_∞, D_∞ і дотичну в точці *A*. Провести дотичну в точці *B*.

Розв'язання.

Опишемо розв’язання даної задачі на моделі. Гіпербола – це крива другого порядку з двома невласними точками (див. рис. 2). Занумеруємо задані точки та застосуємо схему теореми Паскаля (див. рис. 6).

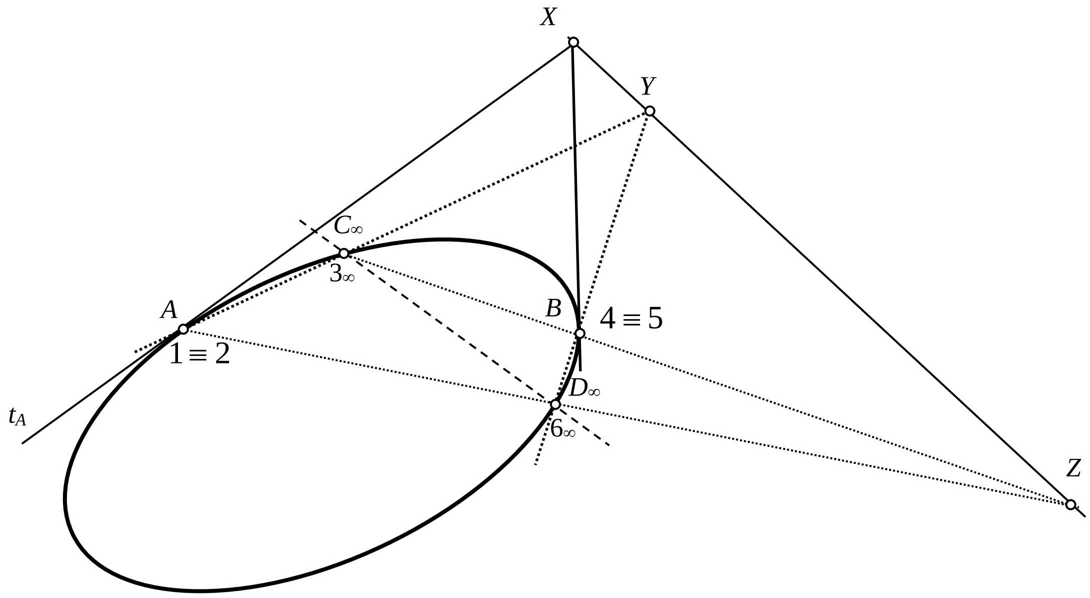


Рис. 6. Розв’язання задачі 2 на моделі

Згідно даних в умові маємо: $A \equiv 1 \equiv 2$, $t_A \equiv (1,2)$, $C_\infty \equiv 3_\infty$, $D_\infty \equiv 6_\infty$, $B \equiv 4 \equiv 5$. Шуканою буде дотична $t_B \equiv (4,5)$. Використовуємо схему: $(2,3_\infty) \cap (5,6_\infty) = Y$, $(6_\infty,1) \cap (3_\infty,4) = Z$. $YZ \equiv p$ – пряма Паскаля. Тому $(1,2) \cap p = X$, а $(X,4 \equiv 5) \equiv (4,5) \equiv t_B$.

Виконаємо тепер побудову в проективній площині (згідно описаної послідовності дій) (див. рис. 7).

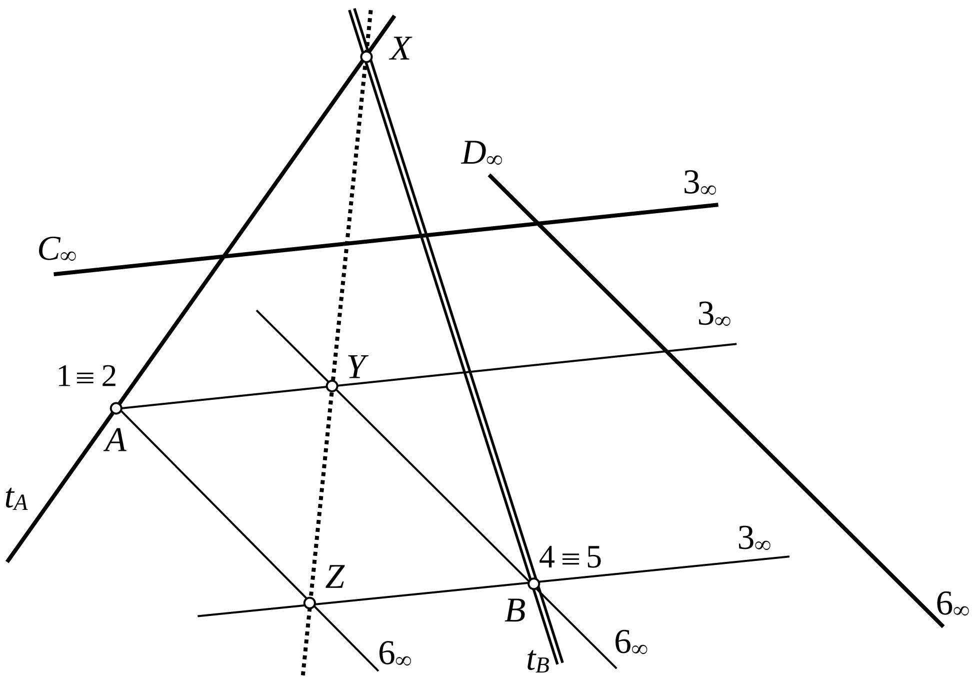


Рис. 7. Розв’язання задачі 2 на проективній площині

Використання математичних моделей при викладенні фундаментальних дисциплін значно полегшує сприймання матеріалу і дозволяє розв’язувати практичні задачі, які є основою формування у майбутніх фахівців умінь математичного моделювання.

Математичне моделювання та моделі в проективній геометрії

Постановка проблеми. Освітня політика України орієнтована на досягнення сучасного світового рівня, докорінне покращення змісту, форм і методів навчання, збільшення інтелектуального потенціалу країни. Стратегічні напрямки розвитку вищої освіти визначені Конституцією України, Законами України "Про освіту", "Про вищу освіту", Національною доктриною розвитку освіти, указами Президента України, постановами Кабінету Міністрів України. Однією з найважливіших задач стає розвиток логіки мислення майбутніх фахівців, вміння користуватися знаннями та бути здатним до самоосвіти.

Важливою умовою модернізації педагогічної освіти є підвищення якості фундаментальної підготовки майбутніх учителів, яка є основою формування фахівця та оптимізує суспільний розвиток. Акцент у професійній підготовці переноситься з традиційного навчання на формування ключових компетенцій [1].

Аналіз попередніх досліджень. На сучасному етапі розвитку системи освіти йде пошук шляхів забезпечення компетентної фундаментальної освіти, яку академік В.А. Садовнічий розглядає як таку, що дає можливість людині в подальшому самостійно працювати, навчатися та переучуватися. Саме людина знає закони природи, закони розвитку суспільства, вміє логічно міркувати, аналізувати та пов'язувати факти, приймати рішення, вивчати явища з наукової точки зору. Таку освіту забезпечують фундаментальні науки [2, с. 7].

Однак рівень фундаментальної підготовки майбутніх учителів не відповідає вимогам європейських стандартів. Особливо це стосується майбутніх учителів математики, оскільки система знань, умінь та навичок, якою оволодівають студенти фізико-математичного факультету, реалізується на високому рівні складності. Останнє зумовлює потребу узагальнення досвіду фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики та вимагає оновлення її теоретико-методологічних засад.

Вивчення питання забезпечення компетентної фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики представлене такими аспектами: професійна підготовка майбутніх учителів математики (Н.А. Барило, К.В. Нєдялкова, Н.І. Одарченко, О.В. Семеніхіна, Б.К. Юдрупа); організація навчальної діяльності студентів фізико-математичного факультету (Н.А. Барило, Т.В. Васильєва, В.Ф. Єфімов, Н.І. Одарченко, О.В. Семеніхіна, Л.В. Ушанкіна, Б.К. Юдрупа, Т.В. Ящун); виділення чинників, що впливають на ефективість навчання майбутніх учителів математики (Т.Г. Величко, М.І. Мєшков, К.В. Нєдялкова, І.П. Підласий, І.Ю. Потай, М.П. Хоменко).

Головною рисою компетентності випускників фізико-математичного факультету має бути опанування ними методу математичного моделювання, методологія якого описана ґрунтовно такими науковцями: А.М. Колмогоровим, А.М. Тихоновим, О.А. Самарським, Б.В. Гнеденком. Тому формування вмінь математичного моделювання при вивченні фундаментальних курсів (математичного аналізу, елементарної математики, різних розділів геометрії, алгебри й теорії чисел, теорії ймовірностей та математичної статистики, спецкурсів тощо) є одним з найважливіших дидактичних завдань фізико-математичного факультету. Цьому присвячені праці Т.В. Крилової, Л.І. Нічугівської, Л.Л. Панченко.

Мета статті – розкрити основні моменти методу математичного моделювання та навести приклади його використання на практичних заняттях з проективної геометрії.

Виклад основного матеріалу. Метою навчання математичним методам є показ можливостей використання математики для розв'язання практичних задач, у навчанні студентів реалізації цих можливостей на виробництві, в побуті, у науковій роботі. Самим істотним компонентом процесу розв'язання практичних задач методами математики є математичне моделювання. Тому досягнення вказаної мети повинно бути обов'язково пов'язане з формуванням у студентів умінь будувати й досліджувати математичні моделі. Це буде сприяти оволодінню моделюванням не лише як методом розв'язання практичних задач, але й як методом наукового пізнання, будуть розв'язані питання розуміння значущості абстрактних математичних понять (наукових моделей) в пізнанні реальної дійсності.

У наш час моделювання дуже широко застосовується не лише в наукових дослідженнях, але й при розв'язуванні задач, які виникають в техніці, економіці, геології, медицині тощо. Тому поняття «моделювання» й «модель» розглядають в широкому розумінні.

Під математичним моделюванням розуміють вивчення властивостей об'єкта на його математичній моделі [3, с. 3]. Математичне моделювання розглядають як засіб наукового дослідження та навчального пізнання, необхідний для утворення математичних абстракцій при введенні математичних понять та як метод розв'язування прикладних задач [4, с. 35].

Під математичною моделлю розуміють наближений опис якого-небудь класу явищ зовнішнього світу, виражений за допомогою математичної символіки [3, с. 5].

Побудову математичної моделі, тобто вивчення явища за допомогою математичної моделі, можна умовно розбити на чотири етапи: етап змістовного опису; етап формалізації опису; етап остаточної побудови моделі (ідентифікації параметрів і перевірки адекватності моделі); етап перегляду і вдосконалення моделі за результатами узагальнення емпірично накопичених даних [6].

У процесі математичного моделювання виділяють три рівні [7, с. 119]:

І. Формалізація – переклад запропонованої задачі (ситуації) на мову математичної теорії (побудова математичної моделі задачі).

ІІ. Розв’язання задачі в межах математичної теорії (розв’язання всередині моделі).

ІІІ. Переклад результату математичного розв’язання задачі на ту мову, якою була сформульована вихідна задача (інтерпретація одержаного математичного розв’язання).

Частіше за все математична модель являє собою дещо спрощену схему (опис) оригіналу, а отже, має певний ступінь похибки. Одна й та ж модель може описувати різні процеси, об’єкти; тому результати внутрімодельного дослідження одного явища частіше за все можуть бути перенесені на інше.

Моделювання може бути використане у навчанні таким чином:

- по-перше, воно виступає як зміст, який повинен бути засвоєний студентами в результаті навчання, і як спосіб пізнання, яким повинен оволодіти майбутній фахівець;
- по-друге, моделювання є одним із навчальних засобів, за допомогою яких формується навчальна діяльність студентів.

За метою використання в навчанні моделювання ділять на два типи: моделювання об’єктів вивчення та моделювання дій і операцій щодо вивчення цих об’єктів.

Перший тип використовують для виявлення й фіксації тих загальних відносин, які відображають сутність явищ, об'єктів, процесів, які вивчаються. Наприклад, $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ – теоретична модель поняття «квадратне рівняння з однією змінною». Ця модель та її конкретизація використовується як для вивчення теорії квадратних рівнянь загалом, так і для розв'язання задач практичного змісту.

Другий тип навчального моделювання застосовується для виявлення й фіксації загальної схеми дій і операцій, пов'язаних з розв'язанням певного кола задач. У навчальній моделі цього виду зазначено, які дії, операції, в якому порядку, при яких умовах потрібно виконати, щоб вивчити певний об'єкт потрібного виду. Кожна така модель – це схема діяльності щодо розв'язання навчальної задачі, пов'язаної з вивченням певного виду об'єктів.

Наприклад, довільний алгоритм виконання певного виду дій є певна модель, яка є навчальною, якщо ставиться задача щодо вивчення суті та властивостей цієї дії. А одержаний план, його фіксація – навчальне моделювання другого типу.

Можна стверджувати, що перший тип навчального моделювання відображає предметну сторону навчальної діяльності студентів, а другий – оперативну сторону. Оскільки в реальній навчальній діяльності ці дві сторони завжди єдині, тому в більшості випадків навчальні моделі використовують і як моделі, тих об'єктів, які вивчаються, так і моделі дій для цього вивчення.

Наведемо приклади моделей обох типів у проективній геометрії під час вивчення теми «Проективна відповідність форм другого ступеня».

Приклад І. Базовими поняттями даної теми є «ряди точок другого порядку (лінії другого порядку)» і «пучки другого порядку», які використовують для означення наступних геометричних фігур.

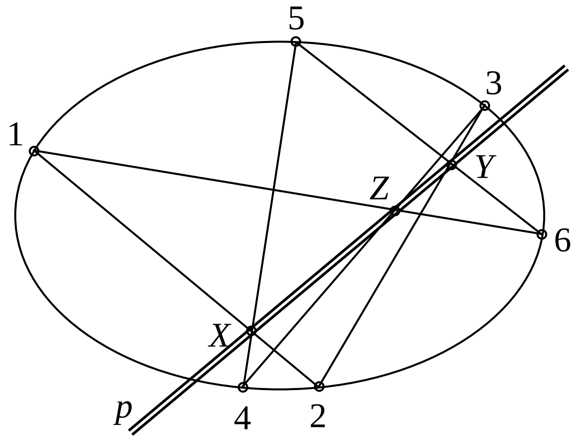


Рис. 1. Шестивершинник

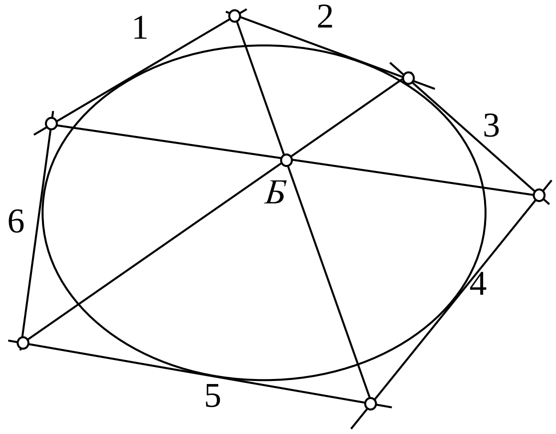


Рис. 2. Шестисторонник

Фігура, яка складається із шести точок ряду другого порядку і шести відрізків, які послідовно з'єднують ці точки, називається *шестивершинником* (шестикутником), вписаним у лінію другого порядку (див. рис. 1).

Фігура, утворена шістьма прямими пучка другого порядку, жодні три з яких не належать одній точці, називається *шестисторонником* (див. рис. 2).

Довільний шестивершинник, вписаний у лінію другого порядку, має властивість, сформульовану Б. Паскалем, що точки перетину пар протилежних сторін лежать на одній прямій (прямій Паскаля) (див. рис. 1). Тому якщо вершини шестикутника (точки) занумерувати від 1 до 6, то матимемо таку *модель-схему для розв'язування задач на теорему Паскаля:*

$$\left.\begin{matrix}(1,2)\cap(4,5)=X\\(2,3)\cap(5,6)=Y\\(3,4)\cap(6,1)=Z\end{matrix}\right\}\text{ – пряма Паскаля } p.$$

Довільний шестисторонник, сторони якого належать прямим пучка другого порядку, має властивість, сформульовану Ш. Бріаншоном, що три прямі, які сполучають його протилежні вершини, належать одній точці (точці Бріаншона) (див. рис. 2). Тому якщо сторони шестисторонника (прямі) занумерувати від 1 до 6, то матимемо таку *модель-схему для розв'язування задач на теорему Бріаншона:*

$$\left.\begin{matrix}(1,2)-(4,5)\\(2,3)-(5,6)\\(3,4)-(6,1)\end{matrix}\right\}-\text{Б – точка Бріаншона}$$

Задача 1. Зробити рисунок до теореми Бріаншона, коли точка Бріаншона є невласною.

Розв’язання.

Розв’яжемо задачу, використовуючи відповідну схему модель. Занумеруємо прямі – сторони шестикутника від 1 до 6 і запишемо модель-схему розв’язування задач на теорему Бріаншона згідно умови:

$$\left.\begin{matrix}(1,2)-(4,5)\\(2,3)-(5,6)\\(3,4)-(6,1)\end{matrix}\right\}\ Б \equiv B_{\infty}$$

Точка Бріаншона є невласною, отже прямі $(1,2)-(4,5)$, $(2,3)-(5,6)$, $(3,4)-(6,1)$ мають бути на рисунку паралельні (див. рис. 3).

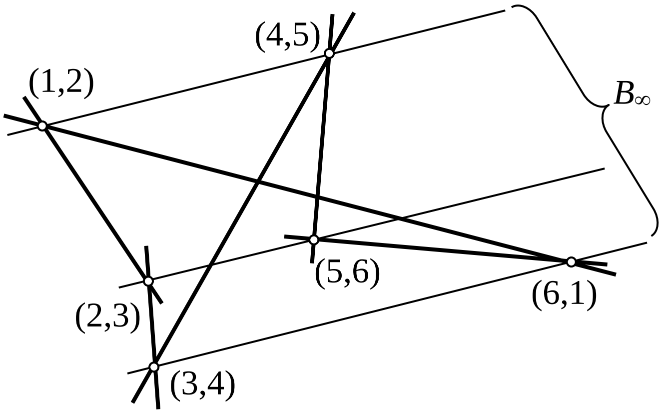


Рис. 3

Приклад II. Тепер наведемо використання іншого типу моделі в проективній геометрії. Утворення ліній другого порядку (гіперболи, параболи) можна пояснити на прикладі перетину невласної прямої з еліпсом (це буде модель, яку ми на афінній площині подаємо як перетин еліпса і власної прямої) (див. рис. 4, 5).

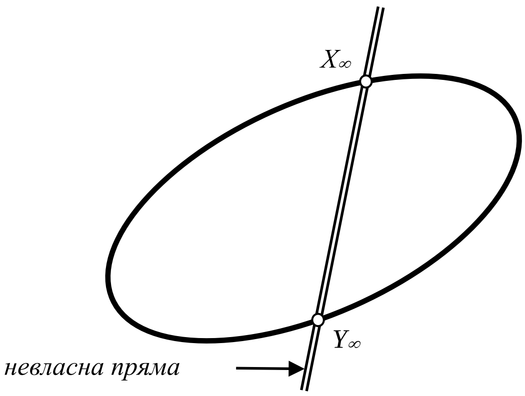
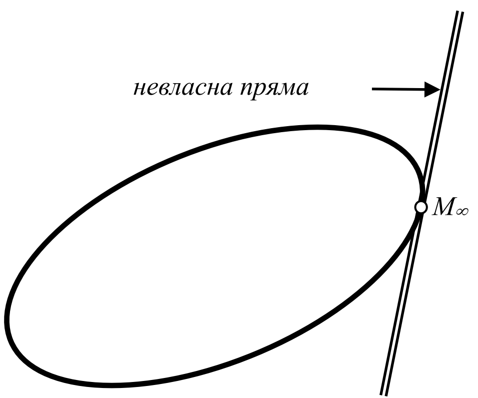
Вважатимемо *гіперболічним* ряд другого порядку, якщо дві його довільні точки розміщені на невласній прямій	 **Рис. 4. Модель гіперболи**
Вважатимемо *параболічним* ряд другого порядку, якщо одна його довільна точка розміщені на невласній прямій	

	Рис. 5. Модель параболи

Наведемо приклад задачі із поданим вище типом моделювання.

Задача 2. Дано чотири точки гіперболи, з них дві власні – *A, B* та дві невласні – C_∞, D_∞ і дотичну в точці *A*. Провести дотичну в точці *B*.

Розв'язання.

Опишемо розв'язання даної задачі на моделі. Гіпербола – це крива другого порядку з двома невласними точками (див. рис. 6). Занумеруємо задані точки та застосуємо схему теореми Паскаля.

Згідно даних в умові маємо: $A \equiv 1 \equiv 2$, $t_A \equiv (1,2)$, $C_\infty \equiv 3_\infty$, $D_\infty \equiv 6_\infty$, $B \equiv 4 \equiv 5$. Шуканою буде дотична $t_B \equiv (4,5)$. Використовуємо схему: $(2,3_\infty) \cap (5,6_\infty) = Y$, $(6_\infty,1) \cap (3_\infty,4) = Z$. $YZ \equiv p$ – пряма Паскаля. Тому $(1,2) \cap p = X$, а $(X,4 \equiv 5) \equiv (4,5) \equiv t_B$.

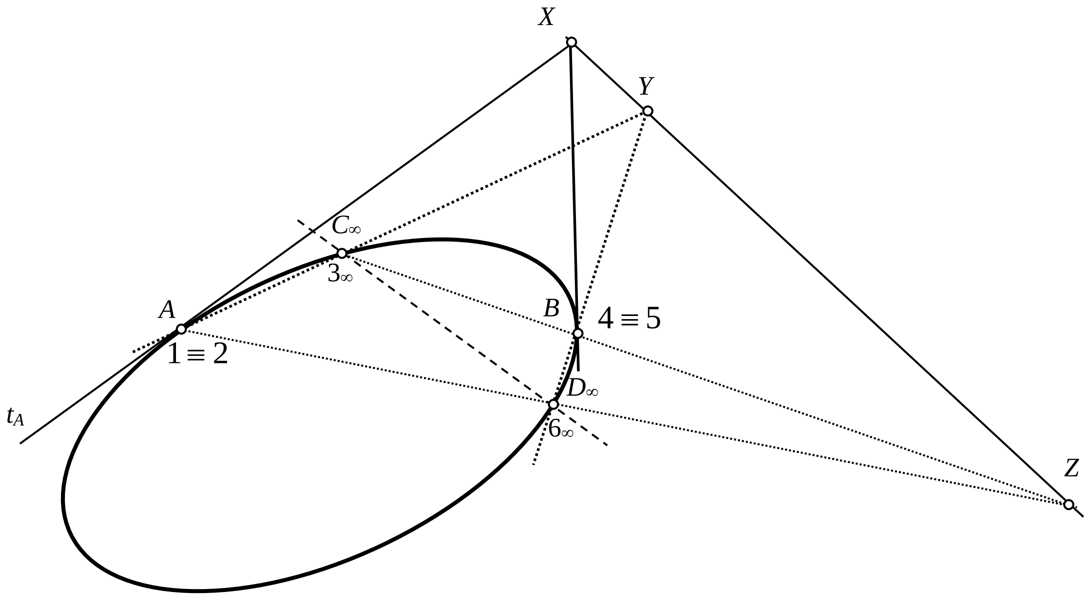


Рис. 6. Розв'язання задачі 2 на моделі

Виконаємо тепер побудову в проективній площині (згідно описаної послідовності дій) (див. рис. 6).

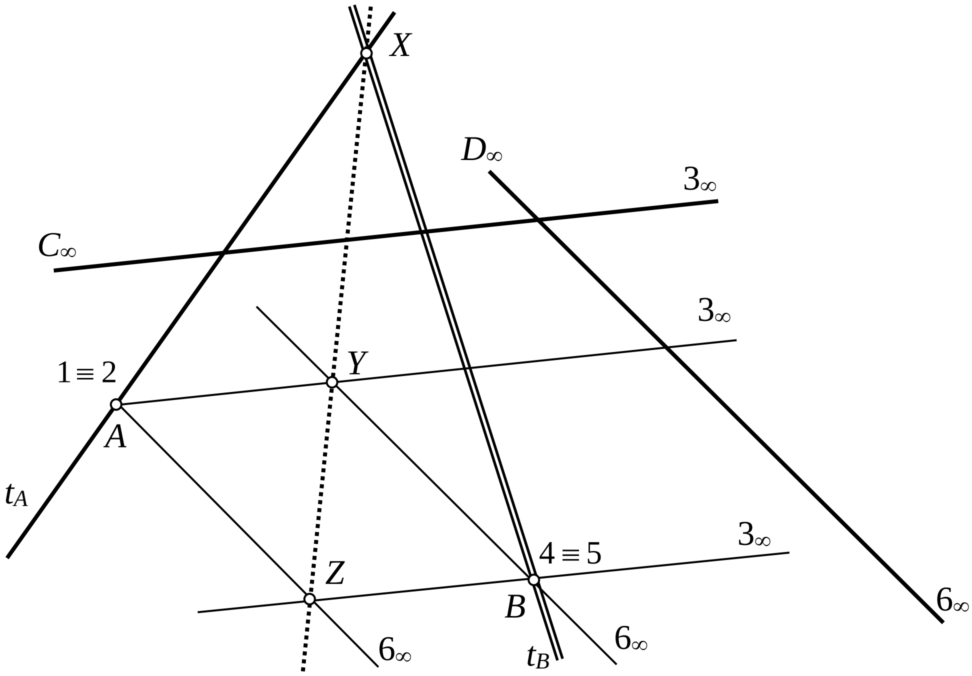


Рис. 6. Розв'язання задачі 2 на проективній площині

Висновки. Використання математичних моделей при викладенні фундаментальних дисциплін значно полегшує сприймання матеріалу і дозволяє розв'язувати практичні задачі, які є основою формування у майбутніх фахівців умінь математичного моделювання.

Література

1. Панченко Л.Л. Деякі психологічні особливості формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VII: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 34-41.

2. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії: навч. посібн. / Боровик В.Н., Яковець В.П. – Суми: ВТД «Університетська книга», 20004. – 464 с.

Література:

3. Якісна освіта– запорука самореалізації особистості: Тези доповіді Міністра освіти і наукиь України Станіслава Ніколаєнка на Підсумковій колегії

МОН України 17 серпня 2007 року // Освіта України. – 2007. – № 59 (839). – С. 1-33.

4. Садовничий В.А. Пока не поздно. Уже опаздываем. Образование, которое мы можем потерять. – М.: МГУ, 2002. – 199 с.

5. Станжицький О.М. Основи математичного моделювання: навч. посібн. / Станжицький О.М., Таран Є.Ю., Гординський Л.Д. – К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2006. – 96 с.

6. Панченко Л.Л. Деякі психологічні особливості формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VII: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 34-41.

7. Тіхонов А.Н. Математична модель [Електронний ресурс]. – Режим доступу до сторінки: http://vseslova.com.ua/word/Математична_модель-62624u.

8. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: учеб. пособие для студентов физ.-мат.спец.пед.ин-тов / Е.И. Лященко, К.В. Зобкова, Т.Ф. Кириченко и др.; под ред. Е.И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 233 с.

9. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії: навч. посібн. / Боровик В.Н., Яковець В.П. – Суми: ВТД «Університетська книга», 20004. – 464 с.