

Розроблено та науково обґрунтовано теорію задач розвивальної математичної освіти. Здійснено системний аналіз визначених структурно-функціональних компонентів. Спроектовано узагальнені способи дій, які виконуються під час розв'язування задач

ТЕОРІЯ ЗАДАЧ РОЗВИВАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

**С.П. Семенець, кандидат педагогічних наук, доцент,
Житомирський державний університет імені Івана Франка**

Глибокі зміни, що відбуваються в суспільній свідомості й пов'язані з інформаційно-технологічним етапом розвитку суспільства, процесами демократизації, гуманізації, міжнародної інтеграції, детермінують необхідність побудови нових моделей школи і ВНЗ, постановку нових цілей і завдань у системі освіти, що передбачають перенесення центру уваги із сумарних технологій навчання на особистісно розвивальні. У цьому контексті **проблема розвивальної математичної освіти, що націлює на розвиток універсальних здібностей (науково-теоретичного мислення, учіння, особистісного становлення),** стала об'єктом наших наукових пошуків. Науково-методичне забезпечення розвивального навчання математики в початковій школі [1] посилює актуальність **теоретичного розв'язання та методичного забезпечення названої проблеми в середній і старшій ланках шкільної математичної освіти.** Одним із першочергових завдань є розробка навчальних програм і підручників розвивальної освіти, **деякі з них уже рекомендовані Міністерством освіти і науки України** (програма з математики для початкової школи, підготовлена Е.І. Александровою; навчальні програми з елементарної математики та методики її навчання для студентів фізико-математичних факультетів вищих педагогічних навчальних закладів [2]). Окремі теоретико-методичні аспекти розв'язання названої проблеми, що пов'язані з навчальним моделюванням, постановкою та розв'язуванням навчальних задач, структурою розвивально-задачного методу навчання

математики, вже висвітлювалися в наших роботах [3; 4]. **Мета цієї статті** – створити науково обґрунтовану теорію задач розвивальної математичної освіти, здійснити системний аналіз визначених структурно-функціональних компонентів, спроектувати узагальнені способи дій, які виконуються під час розв’язування задачних ситуацій.

Теоретико-методологічну основу досліджень склали концепція навчальної діяльності, діяльнісний підхід до навчання математики „як головна умова забезпечення ефективності математичної освіти” [5, 47], системний і особистісно орієнтований підходи до організації процесу учіння (навчального пізнання). Окрім цього, концептуальним стало положення про те, що формування та розвиток навчальної діяльності проходить у процесі постановки та розв’язування специфічних для неї задач [6; 7]. Тому проектування й конструювання системи різнотипних задач у розвивальній математичній освіті здійснюється на основі прийнятого нами принципу розвивальної наступності, *згідно з яким кожен наступний тип розв’язуваних задач має відрізнятися від попереднього вищим рівнем змістового теоретичного узагальнення.*

З огляду на вищезазначене розвивальна математична освіта базується на задачній системі, що представлена в схемі 1.

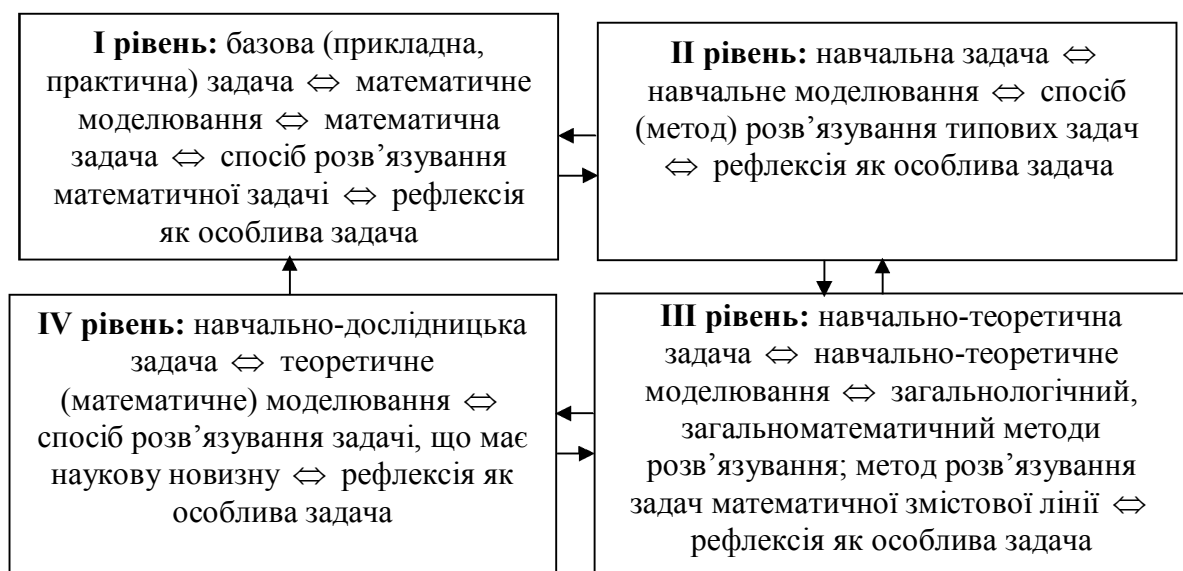


Схема 1. Задачна система розвивальної математичної освіти

У системі шкільної математичної освіти задачі можна поділити на задачі елементарної математики, початків аналізу, стохастики та науково-дослідницькі математичні задачі, які розв'язуються в рамках різних конкурсів, зокрема Малої академії наук. Серед перших трьох категорій задач виділимо насамперед базові. Це практичні та прикладні задачі, змістовий аналіз яких дозволяє виділити деяке початкове загальне (генетично вихідне) відношення, що виявляється в багатьох інших частинних випадках і використовується в процесі розв'язування певного типу задач. Фіксація знайденого відношення за допомогою деякого символу (моделі) створює умови для формування відповідних змістових абстракцій. У процесі реалізації відношення та сформованих змістових абстракцій у всіх можливих частинних випадках створюються можливості для формування відповідних змістових узагальнень, визначення прийомів, створення способів та методів розв'язування цілого класу задач. Завдяки цьому в навчальному процесі створюються умови для постановки задач, що відносяться до категорії навчальних. Формування узагальнених способів дій як результат розв'язування навчальних задач дозволяє планувати та контролювати навчальні дії, які використовуються в процесі розв'язування всіх частинних задач. Таким чином, постановка та розв'язування базових задач забезпечує засвоєння змістових абстракцій типових задачних ситуацій, які на теоретичному рівні вивчення, не можуть бути досліджені поза *рухом від абстрактного до конкретного, поза спеціальною організацією змісту математики на основі цього загальнонаукового методу пізнання.*

Реалізація діяльнісного підходу передбачає створення (конструювання) способу дій, що застосовується під час розв'язування поставлених задач. Із сформульованого поняття та зробленого змістового

аналізу впливає, що базові задачі тісно пов'язані з генетично вихідним поняттям (теоретичною „клітинкою”) „математична модель”, а отже, їх розв'язування передбачає реалізацію методу математичного моделювання. Тому побудуємо узагальнену схему (навчальну модель) математичного моделювання як методу навчального пізнання.

1. Постановка (формулювання) прикладної чи практичної задачі.
2. Змістовий аналіз умови задачі, виділення основних характеристик (параметрів) процесу, явища, створеної задачної ситуації.
3. Виділення всіх змінних величин, що характеризують об'єкт пізнання. Знаходження всіх відношень, у яких перебувають змінні та сталі величини, встановлення їх властивостей (характеристик).
4. Інтерпретація виділених змінних величин та знайдених відношень засобами математики: графічне (геометричне) трактування, введення змінних (невдомих), математичних операцій; визначення виду функції (функціоналів, операторів).
5. Конструювання в знаково-символьній формі математичних співвідношень. Встановлення ізоморфізму структур досліджуваного об'єкта та визначеного математичного апарату. Побудова математичної моделі.
6. Постановка та розв'язування математичної задачі. Знаходження розв'язку.
7. Інтерпретація одержаного розв'язку, тобто його формулювання на мові початкової (прикладної) задачі.
8. Визначення типів прикладних задач, розв'язування яких зводиться до побудови математичних моделей такого ж виду.
9. Самоаналіз, самоконтроль і самооцінка (змістова, процесуальна, референтна) засвоєння методу математичного моделювання.

Резюмуючи вищезазначене, приходимо до висновку про роль базових задач у розвивальному навчанні математики: ***вони слугують підґрунтям***

для організації навчальної діяльності у формі постановки та розв'язування навчальних задач. Реалізація такої логіки в процесі навчання математики відповідає дворівневій моделі діяльності, розробленій Д.Б. Богоявленською в методі „креативного поля”. Побудова нової моделі, яка на відміну від моделі проблемної ситуації, де думка рухається, мовляв, у одній площині (розв'язання конкретної задачі), передбачає створення просторової області для дослідження за межами розв'язання поставленої задачі. Засобом реалізації цього може бути створена система однотипних задач, що містять ряд загальних закономірностей. У такий спосіб забезпечується дворівнева модель діяльності. Перший (поверхневий) рівень – виконується діяльність з метою розв'язування конкретної задачі і другий (глибинний) – діяльність щодо виявлення скритих закономірностей, які містить вся система задач і знаходження яких не вимагається умовою поставленої базової задачі [8].

Визначення базових математичних задач певної теми чи розділу є одним із найважливіших методичних завдань, яке, як правило, розв'язує вчитель чи викладач. Вкажемо на основні характеристики таких задач:

1) наявність практичної (прикладної) потреби в розв'язанні задачі (задача має бути достатньо значуща для подальшого здійснення самостійної навчальної діяльності чи безпосередньо пов'язана з потребами практичної діяльності людини);

2) постановка задачі відомим математиком з метою вирішення теоретичної чи практичної проблеми (задача має глибокі культурно-історичні джерела);

3) значна кількість математичних задач, які можуть бути створені та розв'язані на основі базової;

4) задача відноситься до категорії альтернативних;

5) можливість інтерпретації задачної ситуації засобами алгебри, аналізу, геометрії (базові задачі алгебри та аналізу мають визначний

геометричний зміст, геометричні базові задачі достатньо просто моделюються і розв'язуються засобами алгебри та аналізу);

6) у результаті розв'язування базових задач встановлюються залежності між фундаментальними математичними поняттями, що дозволяє називати їх теоремами;

7) задача дає змогу ввести (означити) нове теоретичне поняття.

Для того, щоб формувати навчальну діяльність, потрібно розв'язувати навчальні задачі. За Д.Б. Ельконіним, основна відмінність навчальної задачі від усіх інших полягає в тому, що її метою і результатом є зміна самого суб'єкта пізнання, що виявляється в оволодінні певним способом дій, а не в зміні предметів, над якими суб'єкт виконує дії [9]. Ураховуючи визначену в теорії розвивального навчання систему навчальних дій [6, 159-160], можна конкретизувати дії, які виконуються в процесі розв'язування навчальних задач розвивальної математичної освіти:

1) постановка навчальної задачі на основі базової (прикладної, практичної, математичної);

2) змістовий аналіз навчальної задачі з метою знаходження деякого загального відношення, що характерне для типових математичних задач;

3) моделювання виділеного загального відношення, формування змістових абстракцій і узагальнень для типових задачних ситуацій за допомогою логічних схем і знаково-символьних форм;

4) створення навчальної моделі способу розв'язування типових задач як ієрархії логіко-математичних дій і операцій між побудованими графічними та знаково-символьними моделями;

5) конструювання системи частинних задач і змістове планування їх розв'язування в контексті створеного загального способу;

6) контроль, аналіз і корекція виконаних навчальних дій;

7) оцінка рівня засвоєння загального способу розв'язування поставленої навчальної задачі (змістова, процесуальна, референтна).

Таким чином, постановка навчальної задачі передбачає:

- 1) теоретичне узагальнення математичних задач певного типу;
- 2) одержання способу (методу) розв'язування математичних задач певного типу, який задається системою специфічних математичних і навчально-пізнавальних дій і дозволяє оволодіти загальним способом розв'язання всіх можливих частинних задач.

Навчально-теоретичні задачі в порівнянні з навчальними мають вищий рівень змістово-теоретичного узагальнення й передбачають засвоєння загальнологічних і загальноматематичних методів пізнання та розв'язування задач, що забезпечує формування цілісної системи знань і вмінь на рівні методології математики. Навчально-теоретичні задачі передбачають формування узагальнених способів дій під час вивчення змістових ліній і загальних методів, до яких належать методи:

- математичного моделювання;
- побудови математичних теорій (аксіоматичний і конструктивний);
- розв'язування задач і доведення, що мають загальнологічну основу (аналітичний, синтетичний, аналітико-синтетичний, від супротивного, повної індукції);
- доведення і дослідження, що належать до загальноматематичних (математичної індукції, векторний, координатний, геометричних перетворень, алгебричний, границь, диференціального та інтегрального числення);
- розв'язування математичних задач, що застосовуються в цілій змістовій лінії (розкладання на множники, інтервалів, рівносильних перетворень, заміни, координатний, векторний, алгебричний, геометричних перетворень).

Згідно з побудованою задачною системою постановка навчально-теоретичної задачі здійснюється після знаходження способу розв'язування

навчальної задачі, що являє собою навчальну модель або узагальнену схему дій для реалізації в типових задачних ситуаціях.

Залучення школярів і студентів до науки як соціально значущої царини людської діяльності з метою вироблення та використання теоретично систематизованих знань про оточуючий світ – такі завдання ставить розвивальна математична освіта. Тому відповідно до створеної задачної системи на найвищому (четвертому) рівні здійснюється постановка та розв’язування навчально-дослідницьких задач, що слугує початковим етапом організації науково-дослідної діяльності. Головна відмінність навчально-дослідницької задачі від розглянутих вище типів задач у ступені новизни одержаного продукту. Мірою новизни слугує не суб’єктивний, а суспільний досвід, об’єктивно нові знання та способи діяльності. Водночас навчально-дослідницькі задачі займають найнижчий рівень у ієрархії науково-дослідних задач, оскільки за своїм змістом та способом розв’язування передбачають застосування як навчальних (навчально-теоретичних), так і науково-дослідницьких дій. На четвертому рівні спроектованої задачної системи виконуються такі дії:

- прийняття від учителя (викладача) або самостійна постановка навчально-дослідницької задачі. Обґрунтування її актуальності;
- теоретичний аналіз навчальної та наукової літератури. Визначення суспільно-історичних факторів становлення та розвитку (генези) проблеми дослідження;
 - структурно-математичний аналіз поставленої проблеми;
 - теоретичне моделювання змістових компонентів дослідження (визначення об’єкта, предмета, мети та завдань, методів математичного пізнання та розв’язування задач);
 - математичне моделювання та інтерпретування задачної ситуації;
 - формулювання гіпотези, проектування та розв’язування системи частинних задач, до якої зводиться розв’язання поставленої задачі;

- інтерпретація та реалізація одержаного розв'язку (створеної теорії);
- контроль і корекція виконаних дій;
- змістовий аналіз та оцінка (самооцінка) знайденого способу розв'язування задачі-проблеми.

Таким чином, створена теорія задач розвивальної математичної освіти базується на задачному підході до формування та розвитку навчальної діяльності; на сформульованому принципі розвивальної наступності; ідеї єдності методів математичного, навчального, навчально-теоретичного й теоретичного моделювання; особливій задачі – рефлексія процесу учіння (навчального пізнання). **Різнотипність задач, ієрархія рівнів їх змістового теоретичного узагальнення, різні види інтерпретацій задачних ситуацій, як і загалом можливість суб'єктної поведінки на кожному з визначених етапів, дозволяють послуговуватися імовірнісними чинниками організації процесу учіння, що, у свою чергу, створює необхідні умови для реалізації стильового підходу в навчанні, формування персональних пізнавальних стилів (стилів навчання).** Розвиток розробленої теорії здійснюється відповідно до спроектованої системи, що являє собою ієрархію чотирьох компонентів (задач, які різняться рівнем змістового теоретичного узагальнення) та реалізуються через визначені способи дій (моделювання задачних ситуацій). Її упровадження в умовах школи та ВНЗ є одним із можливих шляхів досягнення цілей розвивальної освіти: **розвиток науково-теоретичного мислення, формування суб'єктів навчальної (навчально-професійної) діяльності, становлення особистостей як суб'єктів життєдіяльності.** Рефлексія процесу учіння (усвідомлення власного досвіду з метою вищого рівня розуміння, що передбачає самоаналіз, самооцінку і самоконтроль) є невід'ємною операційно-задачною складовою навчальної діяльності, слугує рефлексивному напрямку розвитку особистості, який загалом задає система розвивальної освіти.

Саме способам рефлексії (самооцінки, самоконтролю) виконаної навчальної (навчально-професійної) діяльності будуть присвячені наші подальші роботи.

Література

1. Александрова Э.И. Научно-методические основы построения начального курса математики в системе развивающего обучения: Монография. – Омск: ГОУ ДПО ИПКРО, 2006. – 332 с.
2. Семенец С.П. Элементарна математика. Навчальна програма (розроблена на основі концепції розвивальної освіти). – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І.Франка, 2008. – 88 с.
3. Семенец С.П. Навчальне моделювання методів доведення в шкільному курсі математики //Математика в школі. – 2006. – №9. – С. 12-16.
4. Семенец С.П. Навчання учнів основної школи методам геометричних перетворень //Математика в школі. – 2007. – №1. – С. 17-20.
5. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-12 класи. – Київ, 2005. – 64 с.
6. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения /Международная Ассоциация «Развивающее обучение». – М.: Интор, 1996. – 544 с.
7. Костюк Г.С., Балл Г.А., Машбиц Е.И. О задачном подходе к исследованию учебной деятельности //Психология человеческого учения и решения проблем: 2-я Пражская конференция: Резюме. – Прага, 1973. – С. 17-25.
8. Богоявленская Д.Б. Психология творческих способностей. – М.: Академия, 2002. – 320 с.
9. Эльконин Д.Б. Психологические условия развивающего обучения //Обучение и развитие младших школьников. – М.: Педагогика, 1970. – С. 27-38.

Семенец С.П. Теория задач развивающего математического образования

Разработано теорию задач развивающего математического образования. Проведено системный анализ сформированных структурно-функциональных компонентов. Спроектировано обобщенные способы решения задач

Semenets S. P. Theory of developing mathematical education tasks

The theory of the problem of a developing mathematical education is worked out and proved scientifically. The system analysis of the defined structural and functional components was carried out. The generalized methods of acts during solving the tasks were projected