УДК 372.72

В.Г.Тарасов, О.І.Савченко, Н.І.Савченко

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ГРАФІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ У ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

В роботі розглядаються можливості використання елементів теорії графів з метою підвищення якості навчання математики у початковій школі.

Стратегічними завданнями реформування освіти в українській державі є : відродження і розбудова національної системи освіти як найважливішої ланки виховання свідомості громадян української держави; виведення освіти в Україні на рівень освіти розвинутих країн світу шляхом докорінного реформування її структурних, організаційних засад.

Пріоритетні напрямки реформування освіти - розбудова національної системи освіти з урахуванням кардинальних змін в усіх сферах суспільного життя України, забезпечення інтелектуальної готовності всіх громадян до здобуття освіти, досягнення якісно нового рівня у вивченні базових навчальних предметів, зокрема математики [1: 28-30].

Сучасний шкільний курс математики має величезні розвиваючі можливості завдяки своїй цілісності та логічній строгості. Для того, щоб учні початкових класів усвідомили важливі математичні поняття, покладені в його основу (множина, відношення, функція, рівняння, нерівність, геометрична фігура, алгоритм тощо), треба дібрати такі методи і форми навчання, щоб матеріал подавався на доступному для них рівні.

У процесі викладання математики в початкових класах учитель спирається як на безпосереднє сприймання учнями окремих предметів або фактів, так і на їхню уяву. В обох випадках надзвичайно велика роль належить наочності. В початкових класах вона є засобом здобування учнями чуттєвих даних, необхідних для утворення уявлень і понять про предмети чи явища навколишньої дійсності. За допомогою наочності збагачується, розширюється особистий пізнавальний досвід учнів, розвивається спостережливість.

Розвиток абстрактного мислення - одне з основних завдань навчання математики в початкових класах. Під керівництвом учителя учні знаходять спільне в окремих предметах і явищах, відокремлюють істотне від неістотного, головне від другорядного, усвідомлюють зв'язки предметів і явищ.

Для розвитку абстрактного мислення важливо створити відповідні умови, однією з яких є цілеспрямоване використання наочності. Жодна абстракція не може виникнути в свідомості без відповідного конкретного образу. В оволодінні розумовими операціями (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення) учням допомагають різні наочні посібники, наприклад, символічні предмети і фігури з картону, шаблони, таблиці, на яких виділено найістотніші ознаки предметів, що вивчаються, таблиці-схеми, на яких графічно зображено зв'язки і відношення між тими чи іншими явищами, тобто використано графи.

Дамо абстрактне означення математичного поняття графа: розглянемо множину V , що складається із з'єднаних між собою деяким чином точок. Множину V назвемо множиною вершин, а елементи v є V- вершинами. Граф

$$G = G(V), \tag{1}$$

з множиною вершин V є деяка множина пар виду

$$E = (a,b), \quad a,b \in V, \tag{2}$$

яка вказує, які вершини вважаються з'єднаними. Кожна конкретна пара (2) називається ребром графа; вершини a,b називаються кінцевими точками або кінцями ребра E .

Існує інший підхід до означення графа. Якщо дано дві множини V_1 і V_2 , то розглядають декартовий добуток цих множин $V_1 \times V_2$, який складається з пар елементів (v_1, v_2), де $v_1 \in V_1$, $v_2 \in V_2$. Таким чином, можна сказати, що граф G (1) є деяка підмножина декартового добутку $V_1 \times V_2$. Ребра графа можуть бути орієнтованими або ні. При цьому граф відповідно буде називатись орієнтованим або неорієнтованим графом. Саме орієнтований граф є одним із способів задання бінарних відповідностей між множинами V_1 і V_2 . Граф називається скінченним, якщо число його ребер скінченне, і нескінченним, якщо число ребер нескінченне [2: 11].

XX ст. було свідком неперервного розвитку теорії графів, яка за останні 10-20 років вступила в новий період інтенсивних розробок. Природничі науки виявили свій вплив на це завдяки дослідженням електричних мереж, моделей кристалів, структури молекул. Розвиток формальної логіки привів до вивчення бінарних відношень у формі графів. У цьому процесі помітний вплив нових областей застосування теорії графів: теорії ігор і програмування, теорії передачі повідомлень, електричних сіток і контактних мереж. Для прикладу наведемо декілька задач.

1. Нанести деяку друковану схему на плату таким чином, щоб довільні два провідники не перетиналися між собою, окрім даних точок.
2. Вказати для листоноші такий маршрут, щоб шлях, пройдений ним, був мінімальним.
3. Існує мережа шосейних доріг, що з'єднують між собою населені пункти. Для кожного шосе відома його пропускна здатність. Указати маршрут між двома заданими пунктами, який би забезпечив максимальну пропускну здатність між ними [3: 3].

Внаслідок цього предмет теорії графів є настільки широким, що він потребує відповідної уваги шкільного курсу математики.

На наш погляд, використання елементів теорії скінченних орієнтованих графів як методичного прийому унаочнення навчального матеріалу на уроках математики є надзвичайно актуальною темою на сьогоднішній день. Нею цікавляться педагоги-новатори, психологи, студенти і викладачі педагогічних інститутів.

Вона широко висвітлюється в науково-методичній літературі, зокрема в журналах «Початкова школа», «Начальная школа», «Педагогіка і психологія».

У світлі вищесказаного, нами проведена певна робота щодо систематизації методичних прийомів використання елементів теорії скінченних орієнтованих графів та конкретного застосування їх до викладання різних тем з математики у початкових класах.

У початковому курсі математики використання теорії скінченних орієнтованих графів має велике значення, зокрема при розв'язуванні задач. Хоч у методиці навчання молодших школярів розв'язувати математичні задачі є помітні зрушення (визначено основні напрямки щодо вироблення загального підходу до розв'язування задач, з'ясовано доцільність роботи над оберненими задачами і т. п.), однак використано ще не всі резерви вдосконалення процесу навчання молодших школярів розв'язувати текстові задачі.

Учні допускають чимало помилок, вишукуючи план розв'язування задач, вибираючи та виконуючи арифметичні дії для його реалізації. Це зумовлюється тим, що не всі школярі мають чіткі уявлення про структуру і механізм розв'язування задач. Дехто не вміє їх аналізувати, уявляти відповідну життєву ситуацію, не бачить або не розуміє вказаних у задачі зв'язків між даними числами і шуканими, не має навичок самоконтролю. Ці та інші недоліки трапляються здебільшого в тих учителів, котрі недостатньо урізноманітнюють види роботи над задачею. Одним із шляхів розв'язку цієї проблеми є використання елементів теорії скінченних орієнтованих графів [4 : 70-71, 5 : 28].

Наведемо деякі конкретні приклади застосування скінченних орієнтованих графів при розв'язку задач у початковій школі.

Задача: Петро посадив 5 дерев, а Сашко 6 дерев. Скільки дерев посадили Петро і Сашко разом ?

Розширення умови такої задачі доцільно конкретизувати графічним зображенням її розбору, починаючи від запитання. Для цього ставимо в кружечку знак питання, від нього проводимо дві стрілки, на кінцях яких у кружечках записуємо числа 5 і 6. Якщо число 6 невідоме (вчитель закреслює 6 і поруч ставить знак питання), то треба знову вказати два числа, за якими можна знайти 6 (проводить дві нові стрілки, на яких пише числа 4 і 2). Аналогічно ілюструється перетворення даної задачі у складену завдяки заміні числа 6 умовою простої, в якій сказано, що Сашко посадив на одне дерево більше, ніж Петро.

Ефективним є використання скінченних орієнтованих графів і при розв'язуванні задач про збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць та про різницеве й кратне порівняння.

Задача: У відрі вміщається 5 л води, а в діжці - в 2 рази більше, ніж у відрі. Скільки води вміщається в діжці ?

Задача: В першому ящику 10 кг помідорів, а в другому - 15 кг. На скільки кг помідорів у другому ящику більше, ніж у першому ?

Задача: У іграшковому магазині 5 жирафів коштує 5 грн., 4 ведмедики - на 3 грн менше, ніж 5 жирафів, а песик коштує у 2 рази більше, ніж 5 жирафів і 4 ведмедики разом. Скільки коштує песик ?

Саме при розв'язуванні таких задач графи допомагають учням схематично зобразити умову задачі, чітко уявити структуру і механізм її розв'язування, відповідну життєву ситуацію, зрозуміти вказані у задачі зв'язки між даними числами і шуканими, визначити алгоритм розв'язку.

Корисно пропонувати дітям складати задачі за графічним зображенням їх умов.

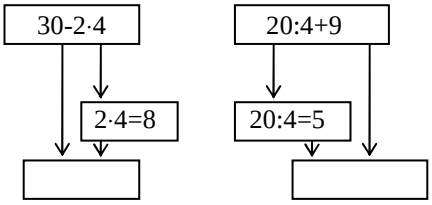
Наприклад, пропонується розглянути такий граф та скласти за ним задачу:

$$[15\text{кубиків}] \to \begin{cases} \to [3\ \text{кубики}] \\ \to [3\ \text{кубики}] \\ \quad . \ . \ . \\ \to [3\ \text{кубики}] \end{cases} \to (x\ \text{разів}) .$$

За даним графічним зображенням умови діти можуть скласти наступну задачу: Хлопчик брав з коробки по 3 кубики кілька разів. Усього він узяв 15 кубиків. Скільки разів брав хлопчик кубики?

Корисно і доцільно використовувати графи і при розв'язуванні прикладів. Скажімо, при вивченні теми «Додавання та віднімання в межах 100» (без переходу через 10) графи допомагають дітям краще ознайомитися з новим матеріалом, обдумувати і наочно проводити виконання арифметичних дій.

Доцільне використання графів і при вивченні теми «Порядок дій», де вони допомагають учням самостійно засвоїти дану тему, а вчитель лише керує їх розумовою діяльністю. На першому етапі навчання порядку дій потрібно пам'ятати, що математичні обчислення повинні бути доступні кожній дитині. Головне тут - навчити розбиратися в порядку виконання арифметичних дій. Наприклад, для цього доцільно скористатись такими скінченними орієнтованими графами:



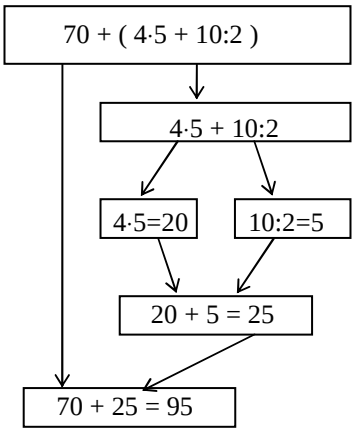
30-8=22 5+9=14

На наступному етапі роботи пропонуються приклади на 3 і 4 дії та з використанням дужок:

40 + 21 : 7 - 10 = , 70 + (4·5 + 10 : 2) = ,

60 - 4 · 5 + 36 : 6 = , (5 · 6-12) - 3·5 = .

Учні вже самі пояснюють порядок дій у таких прикладах, рахують їх з цікавістю і кожного разу пояснюють порядок дій уже без помилок. При цьому, наприклад, можна застосувати скінченний орієнтований граф:

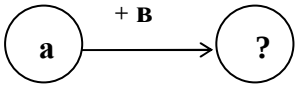


Доцільно запропонувати учням і цікаві завдання з використанням графів:

1. З'єднати числа, які в сумі складають число, записане посередині.
2. Записати у «віконечках» числа, за яких рівності правильні.
3. Розв'язати кругові приклади.
4. Подати числа у вигляді суми розрядних доданків
5. Відгадати, яке число було закладено в машину.
6. Обчислити за алгоритмом.

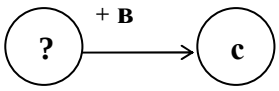
Засвоєнню арифметичних дій допомагають ігри з графами, що сприяють формуванню найпростіших уявлень про роботу лічильних машин [6:8,7:32].

Гра 1: «Прямий хід машини». Дія додавання чисел зображається у вигляді схеми. У віконце вписуємо один доданок, над стрілкою - другий, а у друге віконце треба вписати результат:



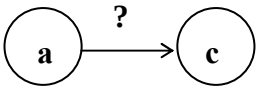
.

Гра 2: «Зворотний хід машини». На відміну від прямого ходу, де виконується дія додавання, машина виконує зворотний хід - дію віднімання. Числа записуємо над стрілкою та у віконці. Учень повинен знайти число, до якого додаємо те, що стоїть над стрілкою:



.

Гра 3: «Машина працює». Ця гра відрізняється від двох попередніх тим, що числа задані у віконцях, а учні повинні визначити, яку дію виконує машина:



.

Отже, використання елементів теорії графів у початковій школі дає можливість унаочнити абстрактні математичні поняття, зробити їх доступними для сприймання учнями початкових класів і має велике значення для успішного засвоєння ними курсу математики.

ЛІТЕРАТУРА

1. Державна національна програма «Освіта». Україна XXI ст. - К.: Райдуга, 1994. - 38 с.
2. Оре О. Теория графов. - М.: Наука, 1980. - 336 с.
3. Липатов Е.П. Теория графов и ее применение. - М.: Знание, 1986,-32 с.
4. Лишенко Г. П. Творча робота над задачею // Початкова школа. - 1985. - № 8.- С. 70 - 71.
5. Друзь Б. Г. Вправи на формування найпростіших уявлень про інформатику і лічильні машини // Початкова школа. - 1988. - № 1. - С. 27 - 29.
6. Касаткин В.Н., Владыкина Л.И. Алгоритмы и игры - К.: Радянська школа, 1984.- 80 с.
7. Прокопович О.А. Дидактичний матеріал на уроках математики // Початкова школа. - 1981. - № 4. - С. 32-34.

Тарасов Віктор Григорович - кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри математики з методикою викладання в початкових класах Житомирського державного педагогічного інституту ім. І. Франка.

Наукові інтереси:
- функціональний аналіз;
- математична фізика;
- методика викладання математики.

Савченко Оксана Іванівна - студентка факультету підготовки вчителів початкових класів Житомирського державного педагогічного інституту ім. І. Франка

Наукові інтереси:
- математика;
- методика викладання математики.

Савченко Наталія Іванівна - студентка факультету підготовки вчителів початкових класів Житомирського державного педагогічного інституту ім. І. Франка

Наукові інтереси:
- математика;
- методика викладання математики.