Королюк О. Прикладна спрямованість курсу вищої математики для нематематичних спеціальностей / Олена Королюк, Алла Прус // Актуальні проблеми математики та методики її навчання у вищій школі : матеріали Всеукраїнської наукової конференції (17-18 грудня 2020 р.). – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2021. – С. 63–66.

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ НЕМАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Олена Королюк,
Алла Прус
Житомирський державний університет імені Івана Франка

Математика у наш час перетворилася у реальну силу, яка здійснює великий вплив як на науку, так і на технології. У зв'язку із цим математична освіта для певних спеціальностей природничої, економічної, технічної та ін. галузей повинна здійснювати свій внесок у формування сучасного фахівця, здатного орієнтуватися у напрямках розвитку сучасної науки та методах пізнання навколишнього світу, спроможного планувати та реалізовувати всі етапи наукових досліджень, прогнозувати вплив виробничої діяльності людини на суспільство і довкілля.

Серед розділів вищої математики, які значною мірою сприяють вишукуванням у природничій галузі можна назвати лінійну алгебру, теорію множин, топологію, теорію ймовірності, математичну статистику, математичний аналіз тощо.

Сучасні вимоги до фахового рівня спеціалістів, їх професійної компетентності, глибоке проникнення математичних методів у науку та практику потребують посилення прикладної спрямованості математичних курсів, установлення безпосереднього зв'язку зі спеціальною підготовкою, виховання в студентів бажання реалізувати свої знання заради професійних цілей, що забезпечує виконання схеми: **„***знання – осмислення – застосування – розуміння – творчість*". „Під час навчання математики, **–** на думку М. С. Бернштейна, **–** … потрібно навчити учня користуватися самостійно прийомами логічного мислення, які виконують особливо важливу функцію в сучасній науці, техніці й житті, які збагачені різноманітними й корисними застосуваннями" [3, С. 36].

Важливим засобом реалізації прикладної спрямованості курсу вищої математики для студентів нематематичних спеціальностей, на наш погляд, є *використання прикладних задач.*

Зауважимо, що у науково-методичній літературі поняття *прикладної задачі* означається по-різному, але, на нашу думку, суть його зберігається у кожному із них. Наприклад, прикладна задача – це задача, яка вимагає перекладу з природної мови на математичну (Р. М. Возняк та К. П. Маланюк, М. П. Маланюк, А. М. Тихонов та Д. П. Костомаров). Під прикладними задачами курсу математики розуміють такі навчальні задачі, розв'язування яких включає етап формалізації практичної ситуації, або етап інтерпретації того чи іншого математичного результату, або ж обидва ці етапи (М. І. Якутова). Прикладна задача – це задача, яка виникає за межами математики, але розв'язується математичними методами (М. О. Терешин, З. І. Слєпкань). Прикладною називається задача нематематичного змісту, для розв'язування якої необхідно використовувати математичні методи (М. Мирзоахмедов). Прикладними називають задачі про реальні, матеріальні об'єкти та зв'язки між ними (Г. П. Бевз). Задача, у ході розв'язування якої доводиться переходити від реальної ситуації до її математичного опису, або, як кажуть, будувати її математичну модель, називається прикладною (Ю. М. Колягін та В. А. Оганесян).

Стосовно нашого дослідження, вважаємо, можна використовувати таке формулювання: *прикладні задачі* – це задачі, які виникають поза курсом математики і розв'язуються математичними методами і способами.

Поряд із *терміном прикладна задача (ПЗ)* синонімічно у науково-методичних джерелах, у розмовній практиці часто вживаються термін практична задача, математична задача із практичним змістом, задача прикладного характеру, сюжетна задача, життєва задача тощо.

У дослідженнях науковців (І. Б. Бекбоєв, В. М. Брадіс, С. С. Варданян, П. Я. Дорф, Є. С. Дубинчук, Н. А. Камілов, Л. М. Ліман, Т. Я. Нестеренко, Л. О. Соколенко, І. А. Рейнгард, І. Ф. Тесленко, І. М. Шевченко тощо) сформульовані вимоги до ПЗ з математики:

1. ПЗ повинна мати реальний практичний зміст.
2. ПЗ повинні демонструвати застосування математичних методів, зокрема, методу математичного моделювання,
3. Числові значення величин, які подані в умовах ПЗ, повинні бути характерними для практики,
4. У процесі розв'язування ПЗ потрібно використовувати правила наближених обчислень, а також використовувати обчислювальні засоби, зокрема, інформаційно-комунікаційні технології.
5. ПЗ повинна відповідати педагогічним вимогам до довільної задачі взагалі.
6. Дидактичний рівень розв'язування ПЗ всередині математичної моделі не повинен перевищувати за складністю загального рівня розв'язування суто математичних задач даної теми.
7. ПЗ мають відображати передові досягнення науки, техніки, виробництва, бути, по можливості, пов'язані з місцевим матеріалом.
8. Формулювання ПЗ не повинно містити незрозумілу термінологію для тих, хто навчається, а відомості про вузькотехнічні або інші складні виробничі процеси повинні відповідати їх спеціальності.
9. У змісті ПЗ задачі, по можливості, повинен бути відображений особистий досвід студентів, матеріал, який відповідатиме обраному фаху, що допоможе викликати інтерес до математики, математичних методів.

Наведемо декілька прикладних задач, які задовольняють указаним вимогам, що можуть бути використані у навчанні фахівців природничих спеціальностей (біологія, хімія, екологія).

Задача 1. Горщик для кімнатної рослини має форму зрізаного конуса. Дно горщика займає 113 $см^2$, висота дорівнює 20 см, а висота його стінки від одного краю до іншого – 20,5 см. Господині треба пересадити кімнатні рослини. Горщиків у неї 10, а коріння займає приблизно 40% об'єму. Скільки господині треба купити землі, якщо земля має бути пухкою та її густина $\approx 1{,}5$ $г/см^3$?

Попередній аналіз та формалізація задачі. Поведемо аналіз задачі у формі евристичної бесіди.

- Що означає вимога задачі «скільки господині треба купити землі»? (Вона означає, що потрібно визначити, яка буде маса землі, бо землю продають на кілограми).
- Що дано в задачі, якщо горщик для квітів ототожнити з геометричним тілом? (Зрізаний конус, його висота, площа меншої основи (бо горщик для квітів – це конус, що «стоїть» на меншій основі) та його твірна).
- Як пов'язані вимога задачі та умова? (Такого зв'язку у явному вигляді не дано).
- Отже, якщо потрібно знайти масу землі, а в умові дано її густину, то яку величину тоді можна визначити? (Об'єм землі!).

- Тоді до чого, по суті, «звелась» задача? (До відшукання об'єму горщика, тобто зрізаного конуса).

Аналіз задачі здійснено. Переходимо до формулювання математичної задачі: «У зрізаному конусі 40% об'єму не заповнено. Залишок об'єму займає речовина, густина якої 1,5 г/см^3. Знайти масу цієї речовини в 10 однакових зрізаних конусах, якщо висота конуса дорівнює 20 см, довжина твірної – 20,5см, площа меншої основи 113 г/см^3 ». Зауважимо, що умову задачі можна вважати формалізованою. Однак у формулюванні умови є слова «маса речовини», «густина». Ці поняття більше відносяться до таких наук як фізика, хімія, але залишити їх цілком допустимо. Водночас відкоригувати формулювання можна так:

«Дано зрізаний конус із висотою 20 см, площею меншої основи 113 $см^2$ та твірною 20,5 см. Знайти об'єм V_1, що становить 60% від об'єму даного конуса V. Обчислити величини m_1 та m_{10} за формулами: $m_1 = 1{,}5 \cdot V_1$; $m_{10} = 10 m_1$».

Розв'язання задачі всередині побудованої моделі.

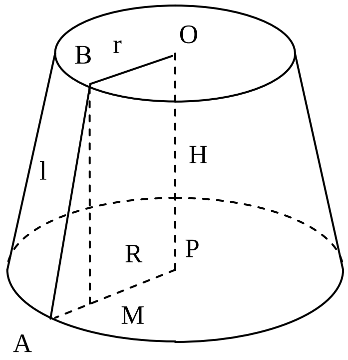

Рис. 1

1. Позначимо висоту конуса $OP = H$ =20 см, твірну $AB = l$ =20,5 см, радіус меншої основи $BO = r$, радіус більшої основи $AP = R$. Опустимо з точки B перпендикуляр $BM = H$ на більшу основу конуса (рис. 1).

2. Знайдемо радіус меншої основи: $r = \sqrt{\dfrac{113}{\pi}} \approx 6$ см.

3. За теоремо Піфагора з трикутника ABM визначимо $AM = \sqrt{20{,}5^2 - 20^2} = 4{,}5$см.

4. Шукаємо радіус більшої основи зрізаного конуса: $R = 4{,}5 + 6 = 10{,}5$см.

5. Знайдемо об'єм зрізаного конуса: $V = \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 20 \cdot \left(10{,}5^2 + 10{,}5 \cdot 6 + 6^2\right) \approx 4380$ см^3.

6. Об'єм, який займає речовина: $V_1 = \dfrac{4380 \cdot 60}{100} = 2628$ см^3.

7. Обчислимо $m_1 = 1{,}5 \cdot 2628$ =3942 г.

8. Обчислимо $m_{10} = 10 \cdot 3942$ =39 420 г $\approx$ 39 кг.

Відповідь: 39 кг.

Інтерпретація отриманого результату. Господині потрібно купити 39 кг землі.

Задача 2 [2]**.** *(елементи лінійної алгебри)* Три види бактерій співіснують у пробірці й споживають три субстрати. Відомо, що в середньому бактерія i-го виду споживає в день a_{ij} одиниць j-го субстрату, $\{i, j\} \subset \{1, 2, 3\}$, а кожного дня подають h_i одиниць j-го субстрату. Знайдіть кількість популяцій трьох видів бактерій, які можуть існувати в даному середовищі, якщо вважати, що бактерії споживають увесь запас субстрату.

Розвязати задачу, коли матриця A = (aij) має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix},$$

А матриця субстратів H = $\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15000 \\ 30000 \\ 45000 \end{pmatrix}$.

Розв'язання. Позначимо кількість бактерій кожного з трьох видів відповідно: x_1, x_2, x_3.

Матимемо систему $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = h_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = h_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = h_3, \end{cases}$

За даними задачі – це система виду

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 15000, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 30000, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 45000. \end{cases}$$

В результаті перетворень системи одержуємо:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 15000, \\ x_2 + 2x_3 = 15000, \\ 0 = 0. \end{cases}$$

Тоді $x_1 = \frac{15000 - x_2}{2}$ і $x_3 = \frac{15000 - x_2}{2}$, де x_2 – будь-яке.

Кількість бактерій не може бути від`ємною, отже $0 \leq x_2 \leq 15000$, $0 \leq x_1 \leq 7500$, $0 \leq x_3 \leq 7500$.

Отже, загальна кількість співіснуючих популяцій бактерій складає 15000, а кількість бактерій кожного з видів дорівнює відповідно $x_1 = x_3$ і $x_2 = 15000 - x_1$, якщо вони споживають усі субстрати.

Задача 3. *(елементи теорії ймовірності)* У карооких батьків є четверо дітей, з яких двоє блакитнооких мають I і IV групи крові, а двоє карооких – II і III. Карий колір очей домінує над блакитним і визначається аутосомним геном. Яка ймовірність народження наступної блакитноокої дитини з I групою крові?

Розв'язання. Оскільки у карооких батьків є блакитноокі діти, то батьки гетерозиготні за цією ознакою. Одна дитина має I групу крові, тому ген О повинен бути в обох батьків. Але є діти II, III і IV груп крові, тому один з батьків буде мати ген А, а другий – ген В. Отже, генотипи батьків: СсАО, СсВО, тобто вони гетерозиготні за обома ознаками і будуть утворювати чотири типи гамет (С – ген кароокості, с – блакитноокості).

Позначимо події: A_1 – поява блакитноокої дитини; A_2 – поява дитини з першою групою крові; D – поява блакитноокої дитини з I групою крові.

За законом Менделя $P(A_1)=1/4$, $P(A_2)=1/4$.

Тоді за теоремою множення ймовірностей: $P(D)= P(A_1)^* P(A_2)=1/16$.

Відповідь: імовірність народження блакитноокої дитини з I групою крові 1/16.

Таким чином, навички та вміння, які одержать студенти розв’язуючи прикладні задачі, допоможуть їм під час засвоєння курсів фахових дисциплін. Водночас уведення завдань практичного змісту сприятиме максимальному використанню прикладних можливостей навчального курсу вищої математики.

Список використаних джерел

1. Васіна Л. С. Прикладне математичне забезпечення професійної підготовки фахівців в умовах ступеневої освіти / Л. С. Васіна // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, досвід, проблеми : зб. наук. праць. – К.– Вінниця : ДОВ Вінниця, 2004. – Вип. 6. – С. 183–188.
2. Лавренчук В.П. Вища математика. Загальний курс. Частина 1. Лінійна алгебра й аналітична геометрія : навч. посіб. / Лавренчук В.П., Настасієв П.П., Мартинюк О.В., Кондур О.С. – Чернівці : Книги – XXI, 2010. – 319 с.
3. Педагогический сборник. – 1969. – № 11. – С. 36.
4. Саранцев Г. И. Современный урок математики / Г. И. Саранцев // Математика в школе. – 2006. – № 7. – С. 50–55.