І. Г. Ленчук
м. Житомир, Україна
lench456@gmail.com

ЗОБРАЖУВАЛЬНА СТЕРЕОМЕТРІЯ В ЗАДАЧАХ

У підручниках стереометрії для ЗЗСО подано п’ять базових, обґрунтованих теоретично способів задавання площини. Однак, в умовах задач на перерізи трапляються й інші варіанти, а в освітньому процесі, для успішного розв’язання задачі, варто привести таке задання до одного із базових. У суб’єктів навчання в цьому сенсі не все так просто, їхні навички зображувального перезадавання січної площини недостатні.

Окремо зауважимо, що сьогодні в стереометрії розв’язують, головним чином, задачі обчислювального характеру, що не сприяє всебічному розвитку особистості. Ми пропонуємо звичні задачі геометризувати, не нехтуючи обчислювальною складовою, а доповнюючи конструктивними завданнями, зорієнтованими на прикладний зміст дисципліни, з більшими можливостями візуального моделювання або рисунком, або з допомогою сучасних ІКТ у комп’ютерній графіці.

Метою наших досліджень є посилення ролі евклідової геометрії у справі всебічного розвитку студента, як майбутнього вчителя математики, через удалу геометризацію та покрокове зображувальне моделювання.

Розглянемо порівняно простий приклад.

Задача. В основі прямої призми лежить трикутник зі сторонами 6, 8 і 10 см. Переріз призми нахилений до площини основи під кутом α ($\cos\alpha = \frac{4}{5}$) і відтинає від бічних ребер, які проходять через вершини більшого і середнього кутів основи, відрізки по 12 см. Знайти об’єм і площу повної поверхні зрізаної призми.

Переріз задано двома точками та кутом нахилу до площини основи призми. Очевидно, що в цій ситуації його потрібно перезадати фігурою перерізу.

Аналізуючи умову задачі та рисунок 1 до неї, помічаємо, що в основі призми лежить прямокутний трикутник ($\angle B = 90°$). До того ж, оскільки сторона перерізу PQ розміщена перпендикулярно грані $LMCB$ ($PQ \perp BC$, $PQ \perp LB$), то заданий кут між площиною перерізу та основи призми вимірюється лінійним кутом RQN.

Коли ми працюємо зі зрізаною призмою, то в обчисленнях об’єму резонно розбити її на дві складові: правильну призму $NQPCBA$ і піраміду $RNQP$. Тут V_{NQPCBA} = 288 см^3, а V_{RNQP} = 48 см^3, що просто підраховується за відомими формулами. Остаточно для шуканого об’єму матимемо: Vп = 336 см^3.

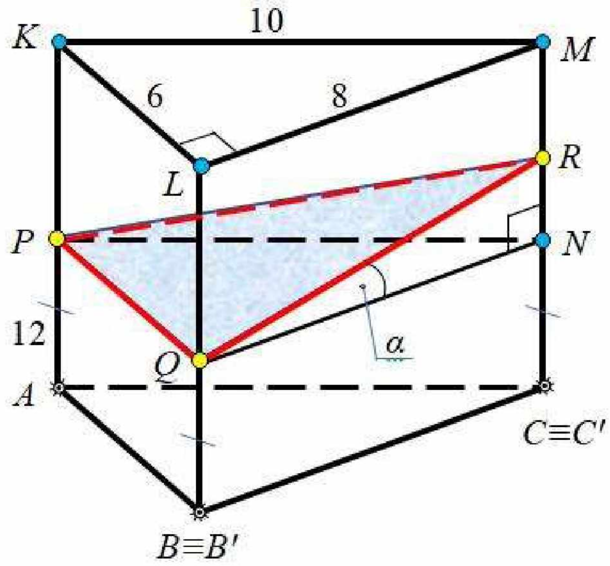

Рис. 1

Для відшукання повної поверхні зрізаної призми, потрібно знайти площі бічних граней та площу кожної основи. $S_{\Delta CBA} = 24$ см^2, $S_{PQBA} = 72$ см^2. $S_{\Delta PRQ} = \frac{S_{\Delta PNQ}}{\cos\alpha} = 30$ см^2. Дві інші бічні грані мають форму прямокутних трапецій зі спільною основою $RC = RN + NC$, де $NC = 8$ см, а RN слід знайти із прямокутного трикутника RNQ: $RN = NQ \cdot \mathrm{tg}\,\alpha = 6$ см. Отже, $RC = 18$ см, $S_{QBCR} = 120$ см^2, $S_{PACR} = = 150$ см^2. У сумі матимемо: Sп $= 396$ см^2.

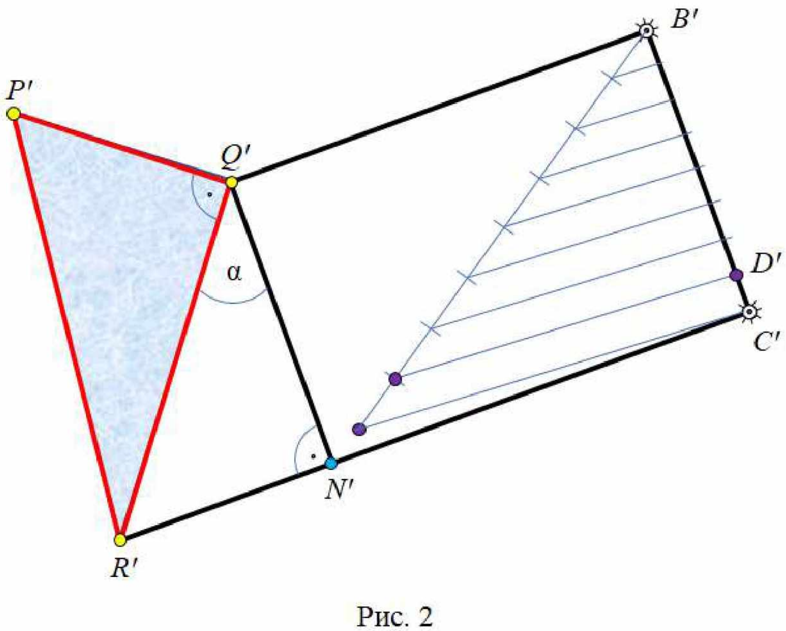

Рис. 2

Геометризуємо висновок задачі: 1) Побудуйте переріз призми заданою площиною. 2) З'ясуйте форму і обчисліть площу фігури перерізу обчислювально та побудовно, знайдіть похибки виконаних побудовних операцій. 3) Розгорніть зрізану призму на картинну площину, склейте модель.

Скористаємося найбільш ефективним графоаналітичним методом.

1. Вершину *R* трикутника *PQR* на бічному ребрі *CM* будуємо просто, адже у прямокутному трикутнику *RNQ* відомо, що протилежний куту α катет *RN* = = 6 см. Тому точка *R* віддалена від точки *N* на відстань половини відрізка *CN*.

2. Площу трикутника *PQR* знайдено вище ($S_{\Delta PRQ}$ = 30 см^2). Констатуємо також, що трикутник *PQR* прямокутний, оскільки катет *PQ* перпендикулярний грані *LMCB* (на чому раніше наголошувалося).

Щоб обчислити площу трикутника *PQR* побудовно, потрібно виконати два суміщення з картинною площиною (рис. 2). Припустивши, що відрізок основи призми *BC* ≡ *B'C'* зображено істинною величиною (8 од. м.), першим обертанням грань *QRCB* зрізаної призми покладемо на площину зображень. При цьому переріз, перпендикулярний указаній грані, виродиться у відрізок *Q'R'*. Другим обертанням перерізу навколо осі *Q'R'* зобразимо прямокутний трикутник *P'Q'R'* у натуральну величину (тут, як відомо, катет *P'Q'* = 6 од. м.).

Працюючи за такою схемою, обов'язково слід решту лінійних елементів грані *QRCB* «перевести» в одиниці масштабу відрізка *B'C'*. Так, *B'C'* = *N'Q'* = = 8 од. м., *B'Q'* = *N'C'* = 12 од. м., *R'N'* = *P'Q'* = 6 од. м., кут α – оригінальний. Одиницю масштабу отримуємо поділивши відрізок *B'C'* на 8 (вісім) рівних частин (рис. 2). Тут *C'D'* = $\frac{1}{8}$ *B'C'* виконує роль відрізка в 1 см. За ретельними замірами і обрахунками маємо: *P'Q'* = 5,99 од. м., *Q'R'* = 10, 041 од. м., $S_{\Delta PRQ}$ = 30, 073 кв. од. м. Абсолютна похибка побудов складає 0, 073 см^2, а відносна – 0,24%.

3. Усі потрібні елементи для ретельної побудови розгортки зрізаної призми є в наявності (рис. 2): два катети прямокутного трикутника в основі призми (*B'C'* і *A'B'* = *R'N'*), бічні ребра (*C'R'*, *B'Q'*, *A'P'*), прямокутний трикутник перерізу *P'Q'R'*. Отже, залишилось розрізати призму *P'Q'R'A'B'C'* уздовж ребер *P'A'*, *A'B'* і *A'C'* та розгорнути її поверхню на картинну площину, що неважко зробити.

Висновки. Переформулювання умови обчислювальної задачі стереометрії наповнює її зміст завданнями, які вирішуються на картинній площині наочно-образно, уявлювано-динамічними прийомами в закономірних реалізаціях, що додає практицизму процесу моделюванню. Адже не секрет, що захопленість, успіх у пізнанні найпершої з наук, досягається не стільки числом розв'язаних задач, скільки постановкою проблем, глибиною, навичками й уміннями якісного мислення геометричними образами, переорієнтуванням того хто вчиться на прикладну значущість і життєву доцільність опанування геометрії.

Побудовні методи розв'язування задач розвивають візуальну грамотність, здатність міркувати і виражати зображеннями власні думки, додають розуміння сутності закономірних стереометричних ситуацій, зв'язків між визначальними елементами фігур, спонукаючи суб'єкта навчання до творчо-розвивального просторового уявлення і логічного мислення.

Анотація. І.Г. Ленчук. Конкретним прикладом продемонстровано прийом унаочнення та геометризації обчислювальних задач стереометрії, надання їм практичного, прикладного характеру.

Ключові слова: стереометрія; моделювання; метод суміщення.

Annotation. И. G. Lenchuk. A concrete example demonstrates the method of illustrating and geometrization of computational problems of stereometry and giving them a practical, applied nature.

Key words: stereometry; modeling; matching method.

О.І. Матяш
Вінниця, Україна
matyash_27@ukr.net

ПЕРСПЕКТИВИ ВПРОВАДЖЕННЯ ДУАЛЬНОЇ ФОРМИ ЗДОБУТТЯ ОСВІТИ В СИСТЕМІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Нормативно-правовою базою для впровадження дуальної системи навчання в Україні є: Закон України «Про освіту» (2017 р.); Середньостроковий план пріоритетних дій уряду на період 2017 – 2020 рр., розділ III «Розвиток людського капіталу», підрозділ 9: «Забезпечення якості вищої освіти»; наказ Міністерства освіти і науки України від 16.03.2015 р. № 298 «Про впровадження елементів дуальної системи навчання у професійну підготовку кваліфікованих робітників»; затверджена Кабінетом міністрів України Концепція підготовки фахівців за дуальною формою здобуття освіти (19.09.2018 р.), що має на меті інтеграцію навчальної і професійної діяльності для набуття відповідного рівня підготовки фахівця.

Як зазначено у «Положенні про дуальну форму здобуття професійної (професійно-технічної) освіти»: під дуальною формою здобуття освіти розуміється спосіб здобуття професійної освіти, що передбачає поєднання навчання здобувачів освіти у закладах освіти з навчанням на робочих місцях на підприємствах, в установах та організаціях для набуття відповідної кваліфікації, як правило, на основі договору [1].

У Німеччині за останні 15 років кількість студентів збільшилася вдвічі за рахунок зростання пропозиції дуального навчання у закладах вищої освіти [2].