

Алексєєнко Р. В., студент
Житомирський державний університет імені Івана Франка
Науковий керівник – к. п. н. Жуковський С. С.

АЛГОРИТМ ВИХОДУ З ЛАБІРИНТУ

Грецька міфологія оповідає про легендарного героя Тезея, який наважився проникнути в лабіринт для того, щоб розшукати в ньому жадливого Мінотавра та вбити його. Йому допомогла вибратися з лабіринту Аріадна, що дала Тезею клубок ниток, один кінець яких вона тримала сама. По мірі заглиблення Тезея в лабіринт - клубок розмотувався; намотуючи потім нитки, Тезей щасливо повернувся до виходу.

Про цю давню легенду нагадала автоматична іграшка «Миша в лабіринті», створена американським математиком та інженером Клодом Шоенноном. В одному місці спеціального лабіринту ставиться річ, що умовно називається шматком сала, в іншому — «миша». Миша починає блукати лабіринтом, роблячи при цьому петлі, поки знаходить «сало». Якщо повторно запустити «мишу» з того самого місця, вона вже прямо біжить до «їжі», не роблячи петель. Ми розглянемо тут певне споріднене завдання пошуку шляху в лабіринті і опишемо алгоритм, відповідно до якого повинні проводитися пошуки для досягнення мети, вказаної в задачі.

Ми уявимо «лабіринт у вигляді кінцевої системи майданчиків, від яких розходяться коридори, причому кожен коридор з'єднує два майданчики (такі майданчики називатимемо суміжними), але не виключається існування таких майданчиків, з яких можна пройти тільки в один коридор (такі майданчики називатимемо глухими кутами). Геометрично лабіринт можна представити у вигляді системи точок А, В, С,... (що зображують майданчики) та сукупності відрізків АВ, ВС, ... (що зображують коридори), що з'єднують деякі пари цих точок» [1] (рис. 1).

Будемо вважати, що майданчик Y досяжний з майданчика X, якщо існує шлях, що веде від X до Y через проміжні коридори та майданчики. Точніше це означає, що або X і Y - суміжні майданчики, або існує послідовність майданчиків $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$ таких, що X і X_1 , X_1 і X_2 , X_2 і $X_3 \dots$ і т.д. і, нарешті, X_n і Y суміжні. Прикладом на рисунку є майданчик H досяжний з глухого кута A за допомогою шляху АВ, ВС, CD, DE, EF, FD, DH, у той час як майданчик K не досяжний з A. Разом з тим, якщо Y взагалі досяжний з X, то вона досяжна і за допомогою простого шляху, тобто такого шляху, в якому кожен майданчик (а тим більше кожен коридор)

проходить лише один раз. У попередньому прикладі шлях не був простим, але, зрізавши петлю DE, EF, FD, ми отримуємо простий шлях AB, BC, CD, DH.

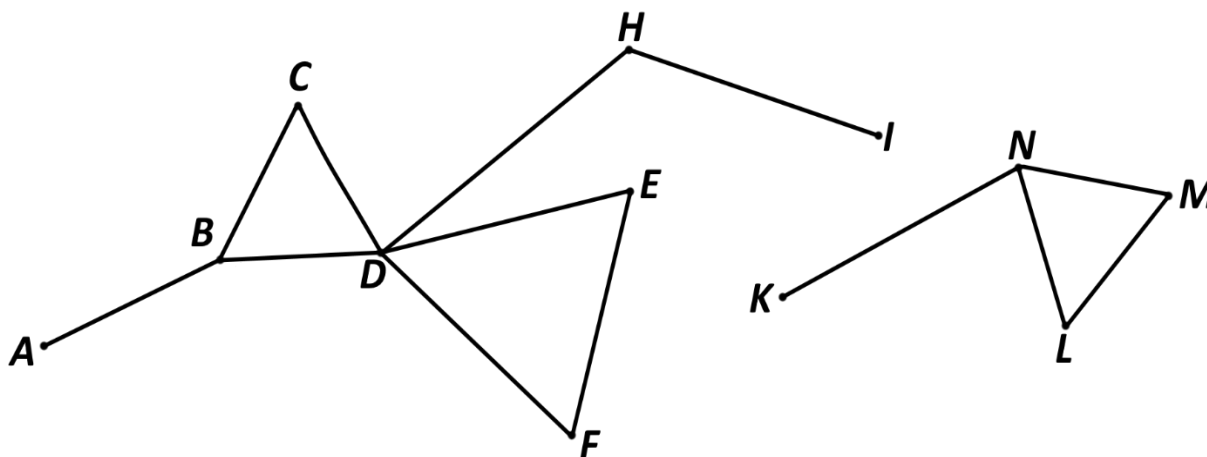


Рис. 1. Геометричне представлення лабіринту

Передбачається, що Мінотавр знаходиться на одному з майданчиків лабіринту (позначимо його через М), а Тезей, вирушаючи на його пошуки з майданчика А, на якому на нього чекає Аріадна, повинен вирішити наступне завдання: потрібно з'ясувати, чи можна досягти М з А чи ні). Якщо досяжна, то потрібно дістатися до неї будь-яким шляхом, але повернутися до Аріадни потрібно вже простою дорогою. Якщо ж М недосяжна, то повернутися до Аріадни.

Різних лабіринтів може бути безліч, а взаємне розташування в даному лабіринті майданчиків А і М також можна варіювати. Оскільки Тезеєм заздалегідь нічого не відомо про будову даного лабіринту і про місцезнаходження в ньому Мінотавра, то вирішення поставленої задачі мислиться у вигляді загального методу пошуків, придатного при будь-якому лабіринті і при будь-якому розташуванні в ньому майданчиків А та М. Іншими словами, рішення мислиться у вигляді алгоритму, що вирішує будь-яке із завдань даного типу.

Для побудови такого алгоритму ми розглянемо спеціальний метод пошуків. На будь-якій стадії процесу пошуку відповідно до цього методу доводиться розрізняти коридори, які ще жодного разу не пройдені Тезеєм (умовно — зелені), пройдені один раз (жовті), пройдені двічі (червоні). Далі, перебуваючи на якомусь майданчику, Тезей може потрапити на один із суміжних майданчиків за допомогою одного з наступних двох ходів:

1. Розмотування нитки. Проходження від даного майданчика будь-яким зеленим коридором до суміжного майданчика. (При цьому нитка Аріадни розмотується вздовж цього коридору, який після проходження вже вважається жовтим.)

2. Намотування нитки. Повернення від даного майданчика останнього пройденого жовтого коридору до суміжного майданчика. При цьому нитка Аріадни, раніше розмотана вздовж цього коридору, назад намотується, а цей коридор вже оголошується червоним.

Передбачається, що Тезей робить якісь позначки, що дозволяють йому згодом відрізняти червоні коридори від зелених; жовті помітні тим, що з них протягнута нитка Аріадни. Вибір того чи іншого ходу залежить від становища, що спостерігається Тезеєм на тій місцевості, де він знаходиться в даний момент; це місце можна охарактеризувати однією або декількома з наступних ознак:

1. Мінотавр. На цьому майданчику виявлено Мінотавра.
2. Петля. Через цей майданчик вже протягнута нитка Аріадни; Іншими словами, від даного майданчика розходяться принаймні два жовті коридори.
3. Зелена вулиця. Від цього майданчика є вихід принаймні в один зелений коридор.
4. Аріадна. На цьому майданчику знаходиться Аріадна.
5. П'ятий випадок. Відсутність усіх попередніх ознак.

| Ознака | Хід |
|-------------------|--------------------|
| 1. Мінотавр | Зупинка |
| 2. Петля | Намотування нитки |
| 3. Зелена вулиця | Розмотування нитки |
| 4. Аріадна | Зупинка |
| 5. П'ятий випадок | Намотування нитки |

Перебуваючи на якомусь майданчику, Тезей робить черговий хід так: він перевіряє по порядку номерів відповідно до лівого стовпця схеми, яка з перелічених ознак має місце; виявивши першу таку ознаку, він (вже не перевіряючи решту ознак) робить відповідний хід (або зупинку) з правого стовпця. Такі ходи робляться доти, доки не настає зупинка.

Придатність запропонованого методу безпосередньо впливає з наступних трьох тверджень:

1. За будь-якого взаємного розташування в лабіринті після кінцевого числа ходів обов'язково настане зупинка або на майданчику Мінотавра, або на майданчику Аріадни.
2. Якщо зупинка настала на майданчику Мінотавра, то Мінотавр можна досягти. Більш того, у цьому випадку нитка Аріадни виявляється протягнутою простим шляхом, що веде від А до М; намотуючи нитку, Тезей може тепер повернутися цим шляхом до Аріадни.
3. Якщо зупинка настала на майданчику Аріадни, то Мінотавр недосяжний.

Перш ніж доводити ці твердження, покажемо на двох прикладах, як працює запропонований метод.

Приклад. Нехай з майданчика А лабіринту, з малюнка вище, починається пошук Мінотавра, який знаходиться в Процес пошуку відповідно до нашого методу, зручно зобразити за допомогою схеми (з сваволі при виборі зеленого коридору — це лише одна з можливих схем), представленої на таблиці.

| Порядковий номер | Якою ознакою керується Тезей | Хід | Пройдений коридор | Колір коридору після його проходження |
|------------------|------------------------------|--------------|-------------------|---------------------------------------|
| 1 | Зелена вулиця | Розмотування | AB | Жовтий |
| 2 | » » | » | BC | » |
| 3 | » » | » | CD | » |
| 4 | » » | » | DE | » |
| 5 | » » | » | EF | » |
| 6 | П'ятий випадок | Намотування | FE | Червоний |
| 7 | » » | » | ED | » |
| 8 | Зелена вулиця | Розмотування | DE | Жовтий |
| 9 | Петля | Намотування | DE | Червоний |
| 10 | Зелена вулиця | Розмотування | DF | Жовтий |
| 11 | Мінотавр | Зупинка | ... | |

Ми бачимо, що мінотавр досяжний. Виділивши в передостанньому стовпці ті з коридорів, які залишилися жовтими (відповідно до показань останнього стовпця), отримаємо наступний простий шлях, ведучий від А до F:

AB, BC, CD, DF.

Слід зазначити, що з лабіринтів більш приватного виду можна зазначити і простіші методи пошуку. Разом з тим є цілком вагомим вважати, що у випадку, коли алгоритм має бути придатним до будь-якого довільного лабіринту, він не може бути нічим іншим, ніж як деяким видом перебору варіантів. Тому навряд чи можна сподіватися створення алгоритму простішого, ніж, запропонований мною.

Список використаних джерел

1. Трахтенброт Б.А. Алгоритмы и машинное решение задач. 2-ге вид. Під ред. С.В. Яблонського. Видавництво "Физико-математической литературы", 1960. 120 с.