

ПРО ВИКОРИСТАННЯ ДЕЯКИХ ПЕДАГОГІЧНИХ ПРИНЦИПІВ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ

В статті розглядаються два методи навчання — алгоритмічний і понятійний, їх використання в процесі вивчення математики, встановлюється зв'язок між ними.

Розглядаючи спрощену схему історичного розвитку математики, можна помітити, що розв'язання нових математичних проблем приводить врешті-решт до створення алгоритмів, за допомогою яких розв'язання багатьох задач стало справою звичайної техніки. Так, зокрема, були створені ще у XVIII – XIX ст. алгоритми диференціального та інтегрального числення, в XX ст. — алгоритми лінійного програмування тощо.

На основі вже відомих алгоритмів виникають поняття, які сприяють створенню нових алгоритмів. Наприклад, на базі алгоритму диференціального числення функцій однієї змінної виникли поняття, які привели до створення алгоритмів диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних. Процес творення нових понять і алгоритмів продовжується і в наш час.

У педагогічній науці процесу створення нових понять і алгоритмів відповідають два методи навчання — алгоритмічний і понятійний, які по черзі змінюють один одного. У зв'язку з цим виникають відповідні вимоги до лекцій і навчальної літератури з математики. Зокрема, є лекції, які в основному присвячені обґрунтуванню нових понять, а також лекції, які присвячені засвоєнню алгоритмічних методів розв'язування задач певного класу. В той же час є чимало лекцій, які поєднують як алгоритмічний, так і понятійний методи.

Використання понятійного методу. Введенню нових понять з математики присвячуються як уроки в середній школі, так і лекції у вищих навчальних закладах. Виявляється, що ці заняття є найбільш складними як для викладача, так і для учня або студента. Вони вимагають, з одного боку, високої математичної культури викладача, а з другого — уміння володіти мистецтвом “опуститися на землю”, не знижуючи в той же час науковий рівень.

Закономірно, що, зустрічаючись із новим поняттям, людина намагається засвоїти його, звертаючись при цьому до вже відомих їй понять. Про це свідчать навіть приклади, далекі від математики. Розповідають, що коли аборигени однієї глухої місцевості Африки вперше побачили танк, то назвали його носорогом. Виявилось, що в цій місцевості жило багато носорогів. Отже, щоб людина могла засвоїти нове поняття, вона повинна мати певний “фундамент”, тобто певний запас необхідних знань. Та й досвід багатьох викладачів свідчить, як важко сприймається нове поняття, якщо за ним студент не бачить звичайних, відомих йому фактів. Проілюструємо це на прикладі поняття зв'язної множини. За означенням множина називається зв'язною, якщо при будь-якому розбитті її на дві непорожні множини хоч одна з них містить точку скупчення іншої. Якщо подати це означення без належної підготовки, то воно сприймається студентами в кращому випадку формально. Проте якщо перед цим нагадати студентам теорему Больцано - Коші про проходження неперервною функцією через нуль, поставивши завдання про узагальнення її на функції n -змінних, то перед студентом чітко виникає проблема узагальнення тієї властивості сегмента, яка забезпечує виконання теореми Больцано-Коші. З цією метою корисно проаналізувати доведення даної теореми для одновимірного випадку із застосуванням принципу Кантора. Після цього поняття зв'язної множини стає цілком зрозумілим як узагальнення однієї істотної властивості відрізка незалежно від того, є він відкритим, напіввідкритим чи замкнутим.

Щоб засвоїти нове поняття, студент повинен до цього уже володіти певним науковим і логічним апаратом. Наприклад, при введенні поняття границі функції в скінченній точці викладач спирається на поняття наближення в життєвому розумінні. Якщо точка x наближається до точки x_0 як завгодно близько, то відповідно точка y наближається до точки a як завгодно близько. Для кращого розуміння це твердження ілюструється графічно, і, як правило, воно студентами сприймається. Далі постає питання, як описати це твердження математичною мовою. Виявляється, що математичний апарат для цього сформований ще у середній школі: це поняття віддалі між двома точками на прямій та нерівності. Для засвоєння поняття границі функції в точці від студентів вимагається ще певний рівень логічного мислення, проте вони ще в недостатній мірі володіють логікою міркування, і тому на цьому етапі виникають значні труднощі.

На лекціях, присвячених введенню нових понять, у кожного слухача виникають також питання про доцільність введення цих понять. У зв'язку з цим поняття, які вводяться, можна певним чином класифікувати.

Розрізняють поняття, які є частинними випадками більш загальних понять. Наприклад, поняття похідної — це частинний випадок більш загального поняття границі, поняття інтеграла — частинний випадок границі функціонала, поняття рівномірної збіжності — частинний випадок збіжності. Як правило, ці поняття можна ввести, розглядаючи конкретні задачі. Так, до поняття похідної приводять задачі про швидкість нерівномірного руху, про дотичну до кривої, до поняття інтеграла — задачі про роботу, площу і шлях, до поняття рівномірної збіжності — проблема неперервності суми функціонального ряду. Отже, доцільність введення нових понять впливає безпосередньо з розгляду конкретних задач. Саме тому на заняттях, присвячених введенню цих понять, необхідно розглядати задачі, які до них приводять.

Нові поняття можуть виникнути і як безпосереднє узагальнення попередніх. Наприклад, поняття диференційованої функції багатьох змінних вводиться як безпосереднє узагальнення поняття диференційованої функції однієї змінної. Природно чекати, що частина наслідків поняття диференційованості функції однієї змінної збе-

режеться і для функцій багатьох змінних. У цьому випадку питання доцільності введення нових понять не виникає.

Є поняття, які не відносяться до вище розглянутих. Наприклад, таким є поняття границі функції, про яке вже згадувалось вище. Доцільність цього поняття стає зрозумілою студентам у процесі вивчення курсу аналізу. Тому у вступному слові викладач повинен назвати ряд проблем, з якими студент обізнаний і вирішення яких вимагає створення математичного апарату — теорії границь. Одним з таких прикладів є проблема досягнення неперервною функцією своїх точних меж. З нею студенти зустрічались ще в середній школі, розв'язуючи задачі на знаходження найбільших і найменших значень неперервних функцій на замкненому відрізку.

Підсумовуючи сказане, можна стверджувати, що введенню кожного нового поняття повинна передувати інформація про його подальшу необхідність; для оволодіння новим поняттям студент повинен мати необхідну математичну і логічну підготовку та бачити за ним відомі раніше йому факти.

Розглянуті вимоги до введення нових понять на заняттях з математики повинні враховуватись і при написанні навчальної літератури.

Використання алгоритмічного методу. Як правило, вирішення математичної проблеми завершується створенням алгоритму розв'язування певного класу задач. Так, виведена на уроці формула знаходження коренів квадратного рівняння є алгоритмом розв'язку цих рівнянь. На наступних уроках учні за його допомогою відпрацьовують техніку розв'язування цих рівнянь. Вивчення теорії визначників та матриць у курсі алгебри завершується побудовою алгоритму розв'язування систем лінійних рівнянь, дозволяє студентам на практичних заняттях відшліфувати техніку розв'язування систем лінійних рівнянь.

Таким чином, алгоритмічний метод застосовується для набуття автоматизму при розв'язуванні певного класу задач. Цей метод може також застосовуватись на лекціях. Зустрічаються математичні проблеми, алгоритми розв'язування яких збігаються. Це, наприклад, алгоритми доведень теорем Лагранжа і Коші про середнє в диференціальному численні, властивості різних типів інтегралів, існування неявної функції однієї та багатьох змінних і т. п. У таких випадках одну з проблем можна рекомендувати студентам для самостійного опрацювання.

Часто при вивченні певних математичних проблем приходять до ситуацій, коли можна застосувати раніше відомий алгоритм. Наприклад, з цим ми зустрічаємося при доведенні теорем про розклад у степеневий ряд функції, аналітичної в крузі, і в ряд Лорана функції, аналітичної в кільці. На це обов'язково необхідно звертати увагу студентів і залучати їх до самостійного виведення нових тверджень.

Використання алгоритмічного методу завжди обмежене певними рамками, що впливають з умов, при яких була розв'язана дана проблема. Щоб розширити межі застосування алгоритму, потрібно послабити ці умови. Тому заняття, на яких використовується алгоритмічний метод, можуть бути джерелом ідей для створення нових понять. Наприклад, після завершення вивчення властивостей неперервних функцій на компакт виникає думка про поширення цих властивостей на певний клас функціоналів, що мають точки розриву. Ця задача може бути сформульована як тема курсової роботи. Подібні проблеми виникають і в шкільній математиці. Наприклад, після вивчення тригонометричних функцій та їх властивостей у прямокутному трикутнику може бути піднята проблема про узагальнення тригонометричних функцій та їх властивостей у довільних трикутниках, яка може бути запропонована учням.

Розглянуті два методи навчання — понятійний і алгоритмічний — не мають переваги один перед одним. Зниження ролі як понятійного, так і алгоритмічного веде до формалізму знань. У першому випадку студент, за висловом видатного математика А. Я. Хінчина, стимулює лише формальні розумові здібності, в другому — не може застосувати набуті знання до розв'язування задач.

Осадчий Микола Мефодійович — кандидат фізико-математичних наук, доцент, проректор з навчальної роботи Житомирського державного педагогічного університету ім. І. Франка.

Наукові інтереси:

- теорія функцій та функціональний аналіз;
- проблеми методики викладання математики у вищій школі.

Таргонський Леонід Пилипович — кандидат фізико-математичних наук, доцент, декан фізико-математичного факультету Житомирського державного педагогічного університету ім. І. Франка.

Наукові інтереси:

- математичний аналіз;
- проблеми методики викладання математики у вищій школі.

Баранівська Антоніна Федорівна — ст. викладач кафедри математичного аналізу Житомирського державного педагогічного університету ім. І. Франка.

Наукові інтереси:

- проблеми методики викладання математики у вищій школі.