

## **ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЙОГО ЗАВДАННЯ**

Важливість впровадження математичного моделювання (далі ММ) у шкільну практику підтверджена висновками численних досліджень в Україні (наприклад, Волошена В., Гриб'юк О., Катеринюк Г., Насадюк Т., Панченко Л., Прус А., Соколенко Л., Філімонова М., Філон Л., Швець В.) та за кордоном (наприклад, Blum W., Borromeo Ferri R., Burkhardt H., Kaiser G, Maab K., Niss M., Pollak H.). Ця тема неодноразово обговорювалась на міжнародних науково-методичних конференціях, піднімалась у відповідних публікаціях [1]. Загальновідомо, що сьогодні існує значний розрив між дослідженнями моделювання та ступенем його впровадження в школі. Практика та дії моделювання відіграють лише незначну роль у повсякденному навчанні математики в більшості шкіл нашої країни та за кордоном. Вчителі математики, практично, не використовують ММ у своїх класах. Тому вкотре хочемо привернути увагу на необхідність переглянути переконання (професійні, суспільні тощо), побоювання та страхи витратити час на ММ.

Темою для обговорення, яка винесена як тема доповіді, обрано завдання ММ. Зазначимо, що вживаємо термін «завдання» для позначення двох різних понять: 1) завдання ММ як засоби досягнення цілей математичної освіти; 2) завдання ММ, які використовують у школі як засоби навчання математики (у науково-методичній літературі, навчальних програмах, підручниках синонімічно вживаються терміни прикладна задача, задача практичного змісту, практична задача прикладного характеру, сюжетна задача, життєва задача, реальна проблема, проблемне завдання реального світу тощо).

Зазначимо, що єдиного узгодженого визначення ММ немає. Математичне моделювання потребує перекладу між реальністю та математикою, де учням пропонується вивчити ситуацію за допомогою моделей і перевірити, чи рішення має сенс у контексті реальної ситуації [2]. Використання ММ у процесі навчання математики у школі може вирішити декілька важливих завдань як математичної освіти, так і освіти взагалі. Перше завдання – це мотивувати вивчати математику. Діяльність моделювання створює можливості для учнів сприймати математику як корисну та прикладну, а не як абстрактну та ізольовану [3]. Це формує ціннісний аспект математики. Моделювання також залучає та підтримує інтерес учнів до математики та робить математику більш значущою та актуальною [4]. Друге завдання – генерувати важливі когнітивні процеси, розвивати критичне та креативне мислення та стимулювати спілкування у групі. Третє завдання – формувати математичну компетентність.

Наразі зупинимось на завданнях, які використовуються у процесі ММ, оскільки саме через них ММ пов'язане з математичною освітою. Всі задачі можна умовно поділити на задачі, які сформульовані суто математичною мовою та задачі, у формулюванні яких фігурують реальні об'єкти. Розрізнення задач за їхньою близькістю до реальності не є їх оцінкою. Безперечно, усі типи задач важливі для вивчення математики та продукування математичної компетентності учнів. Те, які задачі потрібно використовувати на уроці, залежить від того, які математичні компетентності потрібно набуті під час навчання в класі, які цілі ставляться. Однак якщо проаналізувати діючі підручники (з математики, алгебри, геометрії), то стане очевидно, що переважну частину задач із реальними предметами, з якими учні мають справу в шкільній математиці, не можна відносити до завдань або проблем ММ. Відмітимо, що серед цих текстових завдань є значна кількість, особливо в підручниках з математики 5-6 класу (які написані за модельними програмами), сучасних завдань, із цікавими фабулами, їх тексти доповнені гарними ілюстраціями, які демонструють зв'язок із життям. Це задачі про країну та

світ; задачі про рух та його безпеку; фінансові, екологічні, історичні тощо. Однозначно, вони привертають увагу учнів. Проте вони є звичайними текстовими задачами, які не можуть продукувати процеси моделювання та практики, необхідних для сучасного світу. ММ завжди передбачає відкрите завдання на відміну від традиційних текстових задач, які є закритими. У закритих завданнях надається вся необхідна інформація, яка потрібна для вирішення проблеми, і можливе лише одне правильне рішення. Відкритість у проблемах моделювання може стосуватися таких трьох характеристик [5]: 1) числові або нечислові дані, які є важливими для розв'язання задач моделювання, відсутні або визначені нечітко; 2) моделі та математичні процедури в задачі не наведені; 3) питання завдання моделювання сформульовано неявно, і його має уточнити той, хто розв'язує проблему. У розв'язуванні завдань моделювання необхідно висунути припущення (гіпотези), а рішення передбачає ітераційний процес. Прикладами можуть бути такі прості завдання.

Завдання «Черевик гіганта» [6]. У спортивному центрі на Філіппінах (рис. 1) є пара взуття. За даними Книги рекордів Гіннеса, це найбільше взуття в світі, ширина якого становить 2,37 м, а довжина - 5,29 м. Який зріст гіганта, який міг би носити це взуття?

Це автентична задача (на доказ є фото цього взуття). Для знаходження розв'язку учні повинні висловити здогадки чи існує залежність між розміром взуття та зростом людини, яка його носить, та висунути гіпотезу яка це може бути залежність.

Завдання «Проблема швидкого маршруту» [7]. Місіс Мей їде додому дорогою В 47 та поспішає. На щастя, пізно ввечері на вулицях мало рухається машин. Незабаром вона доїде до перехрестя, де ліворуч відгалужується вулиця під назвою Кералі. Звідти буде ще 1,5 км по В47 прямо, а потім ще від кільцевої розв'язки ще 2 км після повороту ліворуч на В11, поки вона не буде вдома. Чи варто місіс Мей їхати через житловий район, щоб вона могла повернутися додому раніше? (рис. 2)



Рис. 1



Рис. 2

Це задача із реальною картою місцевості з реалістичною фабулою. Вперше ми пропонували це завдання для розв'язування студентам 3 курсу (ЖДУ ім. Івана Франка) на практичних із методики навчання математики. Як правило, студенти рахували довжину маршруту місіс Мей, якщо вона поїде вулицями В47 та В11 (це катети прямокутного трикутника) або через житловий масив (гіпотенуза цього ж прямокутного трикутника). Очевидно, у якому випадку буде маршрут коротшим. Однак питання стосувалось часу руху тим чи іншим маршрутом. Ніхто із студентів не звернув увагу на те, що у житловому масиві є значне обмеження швидкості. Після відповідної підказки, розв'язок був швидко знайдений, далі було досить жваве обговорення щодо доцільності-недоцільності використання таких задач на уроках математики у школі. Схожа ситуація була з учнями на уроці геометрії під час педагогічної практики.

Підсумуємо. Математичне моделювання розглядається як один із способів досягнення цілей математичної освіти. Очевидно, що лише практика роботи із «правильними» завданнями ММ може цьому сприяти. Якісні завдання ММ є як у добірках закордонних авторів, так і у наших вітчизняних розробках. Навчальні програми з математики стимулюють використовувати завдання моделювання. На наше переконання, завжди можна знайти час для цього на уроках математики. Зі своєї сторони, ми розв'язуємо відповідні завдання із майбутніми учителями математики, чим формуємо готовність їх використовувати у навчальному процесі у школі.

## Література

1. Прус, А. (2023). Математичне моделювання як лінза реального світу. *Фізико-математична освіта*, 38(4), 56–61. <https://doi.org/10.31110/2413-1571-2023-038-4-008>.
2. Swetz, F., & Hartzel, J. S. (Eds.) (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
3. Greer, B., Verschaffel, & Mukhopadhyay (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, W. Henne, & M. Niss (Eds), *Applications and modelling in mathematics education* (pp. 89-98. (ICMI Study 14).
4. Pollak, H. O. (2003). A History of the Teaching of Modelling, in Stanic, G. M. A. and Kilpatrick, J. (Eds). *A History of School Mathematics*. (pp 647-672), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
5. Schukajlow S., Krawitz J., Kanefke J., Blum W., Rakoczy K. (2023). Open modelling problems: cognitive barriers and instructional prompts. *Educational Studies in Mathematic*.
6. Arseven A. (2015). Mathematical Modelling Approach in Mathematics Education *Universal Journal of Educational Research* 3(12): 973-980.
7. Krawitz J., Kanefke J., Schukajlow S. Rakoczy K. (2022). Making realistic assumptions in mathematical modelling. In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.). *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 59-66).

### **Прус А.В. Про математичне моделювання та його завдання.**

**Анотація.** Математичне моделювання має потенціал вирішити важливі завдання математичної освіти, про що свідчать результати досліджень. Проте моделювання грає незначну роль у навчанні математики в більшості шкіл нашої країни та за кордоном. Модельні завдання, які використовуються у практиці моделювання, часто не відповідають критеріям математичного моделювання.

**Ключові слова:** математичне моделювання; завдання математичного моделювання, прикладна задача; відкрите завдання; текстова задача.

### **Prus Alla. About Mathematic Modelling and Its Tasks.**

**Abstract.** According to the research findings, mathematical modelling has the potential to solve important problems in the Mathematics teaching. However, modelling plays a minor role in teaching Mathematics in most schools in our country and abroad. Model problems used in the modelling practice often do not meet the criteria of mathematical modelling.

**Keywords:** mathematical modelling; mathematical modelling problems; applied problem; open task; text problem.