

## РЕЦЕНЗІЯ

на дисертацію Коломієць Таміли Юріївни  
«Дослідження гіперкомплексних систем і теорії міри у  
скінченновимірних алгебрах», подану на здобуття ступеня доктора  
філософії з галузі знань 11 Математика та статистика  
за спеціальністю 111 Математика

Актуальність теми дисертації не викликає сумнівів. По-перше, продовження побудови та вивчення нових гіперкомплексних систем, які є скінченновимірними алгебрами над полем, сприяє більш широкому їх застосуванню для багатьох розділів математики, фізики, комп'ютерних наук тощо. По-друге, при вивченні фізичних, біологічних та економічних процесів, як правило, виникає потреба побудови для них динамічних математичних моделей та дослідження їх властивостей. У багатьох випадках поняттю “математична модель процесу” відповідають деякі цілком визначені звичайні диференціальні рівняння чи диференціальні рівняння з частковими похідними (ДРЧП), а також системи ДРЧП, розв'язки яких дозволяють з певною точністю описати даний процес. Досить часто такі ДРЧП, а особливо системи ДРЧП, не піддаються дослідженню класичними методами, тому для знаходження їх розв'язків потрібно розвивати нові підходи. Одним із таких підходів є алгебраїчно-аналітичний метод, що ґрунтується на використанні властивостей моногенних (неперервно-диференційовних і диференційовних за Гато) функцій зі значеннями у скінченновимірних комутативних алгебрах. Одним із методів у випадку некомутовативних алгебр є розвинення моногенної функції  $f(\cdot)$  (неперервно-диференційовної й ліводиференційовної у сенсі власних векторів узагальненого оператора Коші-Рімана  $\mathcal{D}$ , тобто  $\mathcal{D}f(\cdot) = 0$ ), зі значеннями в алгебрі Кліффорда  $\mathbb{C}\ell_{p,q}^{\mathbb{R}}$  ( $p + q = d + 1$ ), породженої  $(d + 1)$ -вимірним лінійним простором  $\mathbb{E}^{d+1}$ ,  $d = 0, 1, \dots$ , над полем дійсних чисел  $\mathbb{R}$ , у ряд за поліномами типу Фуєтера. По-третє, в останні роки розвивається ще один напрям застосування гіперкомплексних систем для побудови комплексної та гіперкомплексної теорії міри й теорії ймовірностей. Одержані здобувачкою результати для бігіперболічнозначної ймовірнісної міри  $P_{\mathbb{W}_4}$ , бігіперболічнозначної випадкової величини  $X_{\mathbb{W}_4}$  та кватерніоннозначної міри  $\omega$  можуть бути використані при подальших дослідженнях відповідних розділів теорії ймовірностей та математичної статистики.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дослідження виконано в межах наукової теми «Алгебраїчні методи дослідження диференціальних рівнянь» кафедри алгебри та геометрії Житомирського державного університету імені Івана Франка (державний реєстраційний номер 0120U101103). Проблематика та рівень реалізації мети й завдань свідчать про гідне продовження розвитку фундаментальних досліджень з математики в університеті за основними напрямками діяльності лабораторії комплексного аналізу, геометричної теорії функцій і відображень, а також Житомирської наукової школи теорії функцій та відображень під



керівництвом доктора фізико-математичних наук, старшого наукового співробітника, завідувача кафедри математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики Севостьянова Євгена.

**Достовірність та обґрунтованість одержаних результатів.** Дисертація пройшла належну апробацію: положення роботи викладено у 17 публікаціях авторки (5 одноосібних і 12 – у співавторстві) та виголошено під час участі у 19 масових заходах науково-практичного характеру (з яких 10 конференцій та 9 наукових семінарів різних рівнів).

**Ступінь новизни основних результатів дисертації:**

1) розроблено метод знаходження розв'язків поліноміальних рівнянь, коефіцієнти яких набувають значень в алгебрі Сегре  $\mathbb{W}_8(\mathbb{R})$ , шляхом зведення цих рівнянь до відповідних систем із чотирьох поліноміальних рівнянь з комплексними коефіцієнтами  $\mathbb{C}$ ;

2) алгебраїчно-аналітичним методом моногенних (неперервно-диференційовних і диференційовних за Гато) функцій, визначених у скінченновимірних комутативних алгебрах, знайдено формулу узагальненої функції щільності  $f(x)$ , яка задовольняє ДРЧП шостого порядку, що описує розподіл випадкового одновимірного руху  $x(t)$  частинки в момент часу  $t$  у випадку, коли проміжок часу між двома послідовними перемиканнями швидкості частинки має розподіл Ерланга 3-го порядку (узагальнене телеграфне рівняння);

3) знайдено розвинення моногенної функції  $f(\cdot)$  (неперервно-диференційовної й ліводиференційовної у сенсі власних векторів узагальненого оператора Коші-Рімана  $\mathcal{D}$ , тобто  $\mathcal{D}f(\cdot) = 0$ ) зі значеннями в алгебрі Кліффорда  $\mathbb{Cl}_{p,q}^{\mathbb{R}}$  ( $p + q = d + 1$ ), породженої  $(d + 1)$ -вимірним лінійним простором  $\mathbb{E}^{d+1}$ ,  $d = 0, 1, \dots$ , над полем  $\mathbb{R}$ , у ряд за поліномами типу Фуетера; наведено приклади застосування розвинення  $\mathbb{Cl}_{p,q}^{\mathbb{R}}$ -значної функції в ряд для знаходження часткових розв'язків ДРЧП другого порядку;

4) досліджено аналог класичної дійснозначної ймовірнісної міри  $P$  у випадку, коли ця міра набуває значень в алгебрі бігіперболічних чисел  $\mathbb{W}_4$ ; вивчено базові властивості бігіперболічнозначної ймовірнісної міри  $P_{\mathbb{W}_4}$  та бігіперболічнозначної випадкової величини  $X_{\mathbb{W}_4}$ ;

5) узагальнено поняття класичної дійснозначної міри  $\mu$  на випадок так званої кватерніоннозначної міри  $\omega$ , тобто міри, яка набуває значень в алгебрі кватерніонів  $\mathbb{H}$ ; вивчено базові властивості кватерніоннозначної міри  $\omega$ .

**Практична цінність результатів дослідження.** Дисертаційна робота містить математичні дослідження, що мають теоретичний характер. На практиці одержані результати та розвинені в ній методи можуть бути використані у процесі вивчення додаткових розділів алгебри, математичного, комплексного та гіперкомплексного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії міри, теорії диференціальних рівнянь студентами фізико-математичних спеціальностей.



**Повнота викладу результатів дисертації у наукових публікаціях.** Положення роботи викладено у 17 публікаціях авторки (5 одноосібних), з яких 4 статті у виданнях, що входять до наукометричних баз Scopus та / або Web of Science, 2 статті у наукових фахових виданнях України, 1 в зарубіжному науковому періодичному виданні, 10 публікацій у збірниках матеріалів конференцій та наукових праць.

Здобувачкою проаналізовано достатню кількість наукових результатів з різних областей математики (алгебри, математичного, функціонального, комплексного та гіперкомплексного аналізу, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії міри та інтеграла, теорії диференціальних рівнянь), що дозволило визначити основні напрями дослідження. Дисертанткою використано 131 кількість наукових джерел, з яких 102 іноземною мовою.

Робота має один додаток, який містить список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.

Кількість публікацій авторки дисертації та їх характер відображають основні результати дослідження, відповідають пунктам 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», визначеними Постановою Кабінету Міністрів України № 44 від 12.01.2022).

**Дані про відсутність текстових запозичень і порушень академічної доброчесності.** Дисертаційну роботу перевірено на плагіат у Житомирському державному університеті імені Івана Франка за допомогою веб-ресурсу StrikePlagiarism. Результати перевірки показали наявність 1,4 % запозичень, які не мають ознак плагіату і є правомірними. Фактів про порушення академічної доброчесності не виявлено.

#### **Дискусійні положення та зауваження до змісту дисертації.**

Позитивно оцінюючи підготовлене Коломієць Тамілою Юріївною дисертаційне дослідження, наукове та практичне значення отриманих результатів, варто зазначити дискусійні положення у змісті роботи та висловити окремі побажання:

1. Здобувачка вивчає у дисертації два трохи різні напрями: знаходження розв'язків диференціальних рівнянь з частковими похідними (ДРЧП) з використанням властивостей моногенних функцій на асоційованих з цими ДРЧП скінченновимірних алгебрах і дослідження гіперкомплексної теорії міри та гіперкомплексної теорії ймовірностей. Варто зазначити, що для кожного з напрямів використовуються свої підходи та методи відповідних розділів математики і було б достатньо включити до роботи один з напрямів, оскільки дисертаційне дослідження зазвичай є вузькоспеціалізованим.

2. С. 121, теорема 3.2.3 – не зовсім зрозуміло, в чому полягає взаємна сингулярність кватерніоннозначних мір: з одночасного виконання всіх семи умов впливає взаємна сингулярність мір чи, якщо міри взаємно сингулярні – то виконуються ці сім умов?

3. У третьому розділі «Дослідження властивостей міри зі значеннями у скінченновимірних алгебрах» здобувачка вивчає бігіперболічнозначну ймовірнісну міру і кватерніоннозначну міру з теоретичної точки зору. Варто було б показати застосування властивостей цих мір на практичних прикладах.

Наявність дискусійних питань не впливає на загальну позитивну оцінку роботи, не зменшує її наукової новизни і практичної значущості.

**Відповідність дисертації вимогам, що передбачені пунктами 6-9 Порядку присудження ступеня доктора філософії.** Дисертація Коломієць Таміли Юріївни «Дослідження гіперкомплексних систем і теорії міри у скінченновимірних алгебрах», подана на здобуття ступеня доктора філософії, відповідає вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації», вимогам пп. 6,7,8,9 Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії (Постанова Кабінету Міністрів України № 44 від 12.01.2022 р.), а її авторка заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

**Рецензент:**

кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри математичного аналізу,  
бізнес-аналізу та статистики  
Житомирського державного  
університету імені Івана Франка

Андрій ТАРГОНСЬКИЙ

ПІДПИС ЗАСВІДЧУЮ:  
Начальник відділу кадрів Житомирського  
державного університету  
імені Івана ФРАНКА

