

## ВІДГУК

офіційного опонента **Плакси Сергія Анатолійовича**, доктора фізико-математичних наук, професора, завідувача відділу комплексного аналізу та теорії потенціалу Інституту математики НАН України, на дисертаційну роботу **Довгопятого Олександра Петровича** на тему **«До теорії локальної і межової поведінки плоских і просторових відображень»**, подану на здобуття ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

### **Актуальність теми та її зв'язок із галузевими науковими програмами.**

Розвиток теорії конформних і квазіконформних відображень дав змогу створити ефективні методи розв'язання багатьох проблем гідро- і аеромеханіки, електростатики, теорії магнітних і теплових полів, теорії пружності та інших прикладних дисциплін.

Розвиток геометричного підходу в теорії відображень, при якому в основу визначення відображень беруться їх певні геометричні властивості, пов'язаний, насамперед, з іменами Г. Грьотча, Л. Альфорса, Дж. Дженкінса, Ф. Герінга, П.М.Тамразова, О. Лехто, К. Віртанена, О. Мартіо, С. Рікмана, Ю. Вяйсяля, М.Вуорінен, В.Я. Гутлянського, В.І. Рязанова, У. Сребро, А. Гольберга, Є.О.Севостьянова, Р.Р. Салімова та ін.

У дисертації О.П. Довгопятого реалізується вказаний геометричний підхід до дослідження проблем локальної та межової поведінки плоских і просторових відображень. Актуальність тематики досліджень не викликає сумнівів як з точки зору вивчення фундаментальних проблем сучасної теорії функцій, так і з точки зору можливих застосувань.

Відзначу також, що дисертація виконана в Житомирському державному університеті імені Івана Франка в рамках наукових тем кафедри математичного аналізу, бізнес-аналізу та статистики «Сучасні проблеми геометричної теорії

функцій і відображень» (державний реєстраційний номер УкрІНТЕІ: 0122U000821) та «Локальна і асимптотична поведінка відображень зі скінченим спотворенням» (державний реєстраційний номер УкрІНТЕІ: 0117U004570).

**Ступінь обґрунтованості наукових положень, їх достовірність і новизна.** Основні результати дисертаційного дослідження викладено в трьох розділах.

Перший розділ дисертації присвячено дослідженню межової поведінки відображень областей евклідового простору. Тут доведено, що просторове відображення, яке задовольняє обернену вагову модульну умову з сумовною мажорантою, має неперервне продовження в кожную точку межі області (теорема 1.1.1) та доведено теореми про оцінки спотворення на межі при відображеннях з оберненою нерівністю Полецького (теорема 1.2.1 та теореми 1.3.1 – 1.3.4).

В другому розділі встановлено результати стосовно компактності деяких класів розв'язків рівняння Бельтрамі (теореми 2.1.1 і 2.2.1) і класів розв'язків задачі Діріхле для розв'язків рівняння Бельтрамі у випадках різної геометрії заданої області (теореми 2.1.2, 2.2.2 і 2.3.1).

В третьому розділі дисертації встановлено результати стосовно існування розв'язків квазілінійних рівнянь Бельтрамі (теореми 3.1.1 і 3.1.2) і лінійних рівнянь Бельтрамі за умови гідродинамічного нормування в околі нескінченно віддаленої точки (теореми 3.2.1 і 3.2.2).

Усі основні наукові результати дисертації є новими, чітко доведеними, і тому їх достовірність не викликає сумнівів. Наукову новизну підтверджує ґрунтовне порівняння результатів дисертанта з результатами попередників (список використаних джерел містить 104 найменування, з них 96 публікацій іноземною мовою).

**Практичне значення результатів дослідження.** Результати дисертаційної роботи і розвинені в ній методи безумовно мають теоретичну цінність, насамперед, в теорії конформних і квазіконформних відображень та їх

узагальнень. У той же час вони можуть знайти застосування у механіці анізотропних середовищ і математичній фізиці для доведення теорем про існування розв'язків диференціальних рівнянь з частинними похідними та якісному описанні локальної та межевої поведінки цих розв'язків.

Вважаю також за доцільне використання результатів дисертаційного дослідження викладачами університетів для створення нових та розширення вже існуючих курсів здобувачів другого та третього рівнів освіти за спеціальністю 111 Математика.

**Апробація та повнота викладу результатів дисертації у наукових фахових виданнях.** Результати дисертації повністю опубліковано у 10 наукових публікаціях у наукових фахових виданнях України та наукових періодичних виданнях інших держав (у тому числі 8 публікацій у виданнях, проіндексованих у базах даних Web of Science Core Collection або Scopus). Слід також відзначити досить широку апробацію результатів роботи на міжнародних конференціях і наукових семінарах в Україні.

**Ідентичність змісту анотації та основних результатів дисертації.** Український та англійський варіант тексту анотації, які представлені в дисертації, є ідентичними і правильно відображають зміст та основні положення дисертації.

#### **Зауваження до змісту дисертації.**

1. Назва дисертації «До теорії ...» більш пасує невеликій за об'ємом публікації у періодичному науковому виданні, а не завершеному дисертаційному дослідженню.
2. В дисертації наводиться достатньо багато означень, які добре відомі з університетського курсу і не потребують додаткового пояснення (наприклад, евклідова метрика, діаметр множини, відображення). У той же час, автор не визначає поняття континууму та класу Соболева, які активно використовує в своїй роботі.

3. Автор визначає відображення, які задовольняють обернену нерівність Полецького, кількома способами; див., наприклад, співвідношення (1.11) і співвідношення (1.67). У той же час, як випливає із зауваження 1.3.1, ці означення не є рівносильними.
4. На с. 26 при означенні поняття «межі, слабо плоскої у точці», використовується доволі складна геометрична конструкція. Доцільно було б дослідити зв'язки цього поняття з іншими широко розповсюдженими класами кривих, зокрема, кусково-гладкої кривої,  $k$ -кривої Лаврентьєва типу «хорда-дуга», регулярної за Альфорсом кривої тощо. Проте не виключаю, що отримання змістовної відповіді на це зауваження може стати результатом досить складного дослідження.
5. На с. 63 у 3-му рядку зверху автор стверджує, що достатньо розглянути лише випадок  $P_1, P_2 \in U \cap D$ , але не наводить жодного обґрунтування свого твердження.
6. На с. 70 у співвідношенні (2.16) замість « $r$ » має бути « $t$ ».
7. В співвідношенні (2.85) і на с. 107 у 2-му рядку зверху автором зроблено не дуже вдале позначення  $Q'(z)$ . Оскільки так, як правило, позначається похідна функції, то варто було б позначити цю величину по-іншому.
8. На с. 93 у 10-му рядку зверху бажано було б не використовувати квантор « $\forall$ », а передати його зміст словами тексту.
9. В роботі є граматичні неточності, проте вони незначні і не впливають на загальне позитивне враження від оформлення дисертаційної роботи.

Наведені зауваження не впливають на загальну високу оцінку дисертаційної роботи.

**Висновки.** У цілому дисертація є завершеним науковим дослідженням, яке оформлено згідно з вимогами до кваліфікаційних робіт на здобуття ступеня доктора філософії. Порушень академічної доброчесності у дисертації та наукових публікаціях О.П. Довгопятого не виявлено.

На підставі сказаного вважаю, що дисертаційна робота Довгопятого Олександра Петровича «До теорії локальної і межової поведінки плоских і просторових відображень», подана на здобуття ступеня доктора філософії, відповідає вимогам наказу МОН України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження Вимог до оформлення дисертації», пунктам 6-9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» (Постанова КМУ № 44 від 12.01.2022 р.), а її автор заслуговує на присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

**Офіційний опонент:**

доктор фізико-математичних наук, професор,  
завідувач відділу комплексного аналізу і теорії  
потенціалу Інституту математики НАН України



*С. П. Плякса*

Сергій ПЛЯКСА	
<b>ЗАСВІДЧУЮ</b>	
Відділ кадрів	<i>ш</i>
Інститут математики НАН України	
« 9 » травня 20 24 р.	